

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

---

**НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В. СКОБЕЛЬЦЫНА**

Басиладзе С.Г.

**Информация как средство описания реальности**

Препринт НИИЯФ МГУ № 2010-6/863

Москва, 2010 г.

УДК 519.72 + 539.12  
PACS 29.40 + 03.67

**С.Г.Басиладзе**

**e-mail : [Sergey.Basiladze@cern.ch](mailto:Sergey.Basiladze@cern.ch)**

## **Информация как средство описания реальности**

Препринт НИИЯФ МГУ № 2010-6/863

Аннотация

В настоящей работе информация отделяется от таких близких к ней понятий, как данные и сведения; носителем данных и информации считается сигнал. Рассматривается, чем сигналы и их состояния в реальном мире отличаются от понятия сигнала и состояния в классической теории. Показано, что истоки расхождений связаны с манипуляцией в классическом сигнале с бесконечно малыми и бесконечно большими величинами в стиле, свойственном классическому математическому анализу. Как следствие, классический сигнал потенциально обладает трижды бесконечной информационной емкостью, поэтому на самом деле основная масса его точек являются информационно “пустыми”. В реальном сигнале количество информации принципиально конечно из-за наличия порогового и предельного информационных ограничений. Обсуждается, как порог и предел могут служить физической основой образования иерархий.

**S.G.Basiladze**

## **The information as means of the description of a reality**

Preprint MSU SINP № 2010-6/863

Abstract

In the present work the information separates from such concepts similar to it, as the data and knowledge; the carrier of the data and information considers a signal. It is considered, than signals and their states in the real world differ from concept of a signal and a state of the classical theory. It is shown that sources of divergences are connected with manipulation in a classical signal with infinitesimal and infinitely big values in the style peculiar to the classical mathematical analysis. As consequence, the classical signal potentially possesses three times infinite information capacity, therefore actually a great bulk of its points are "empty" with information. In a real signal the quantity of the information is final essentially because of presence of threshold and limit information restrictions. It is discussed, as the threshold and a limit can form a physical basis of formation of hierarchies.

## Основы понятия “информация”

В работе приняты следующие правила выделения слов: наиболее важные - ключевые слова и фразы подчеркиваются. Вводимые по ходу изложения термины записываются курсивом и подчеркиваются; далее термины могут выделяться курсивом, когда есть необходимость подчеркнуть, что их следует понимать именно в узко определенном значении.

**Разные виды “информации”.** Слово "информация" стало сейчас настолько модным, что часто употребляется без особых на то оснований. Реальный интерес представляют, пожалуй, лишь следующие случаи его использования:

- кладя телефонную трубку, мы говорим "спасибо за информацию";
- можно измерить предмет и получить информацию об его длине;
- наблюдая за бросанием игрового кубика можно, но только через некоторое число бросаний, обнаружить (т.е. приобрести в результате опыта информацию), что он фальшивый, поскольку одна грань выпадает чаще других.

В первом примере под информацией понимается *содержательная сторона* и важность полученных сведений. Например, фразы “завтра будет дождь” и “завтра будет война” одинаковы по числу знаков, но смысловое содержание их совершенно несопоставимо.

Во втором примере осуществляется приносящий информацию переход от  $S$  возможных исходов опыта к одному совершившемуся (где  $S$  – число риск на измерительной линейке). Далее эти возможные или наблюдаемые признаки обобщенно называются состояниями - объекта, величины, числа и т.д.

В третьем случае результат может быть получен только при множестве наблюдений. Хотя при каждом наблюдении - событии и осуществляется переход от  $S$  возможных исходов к одному (здесь  $S$  – число граней кубика), но не сам переход, а только интенсивность появления той или иной грани содержит в данном случае информацию.

Во всех примерах речь формально идет об информации, но это разные "информации" - невозможно дать им количественную оценку каким-то единым способом потому, что они качественно различны. Чтобы исключить смешивание указанных близких понятий, мы будем называть далее первый вид сведениями, второй – данными и только третий – собственно информацией. Подчеркнем еще раз, что *информация* всегда связана с множественностью *событий*.

**Символы, знаки и ссылки.** Рассмотрим коротко основные моменты развития средств общения между людьми – рис.1,а-в. Показанные способы представляют не только историческую ценность, они активно используются и в настоящее время, например, на начальном этапе обучения иностранному языку на иностранном языке.

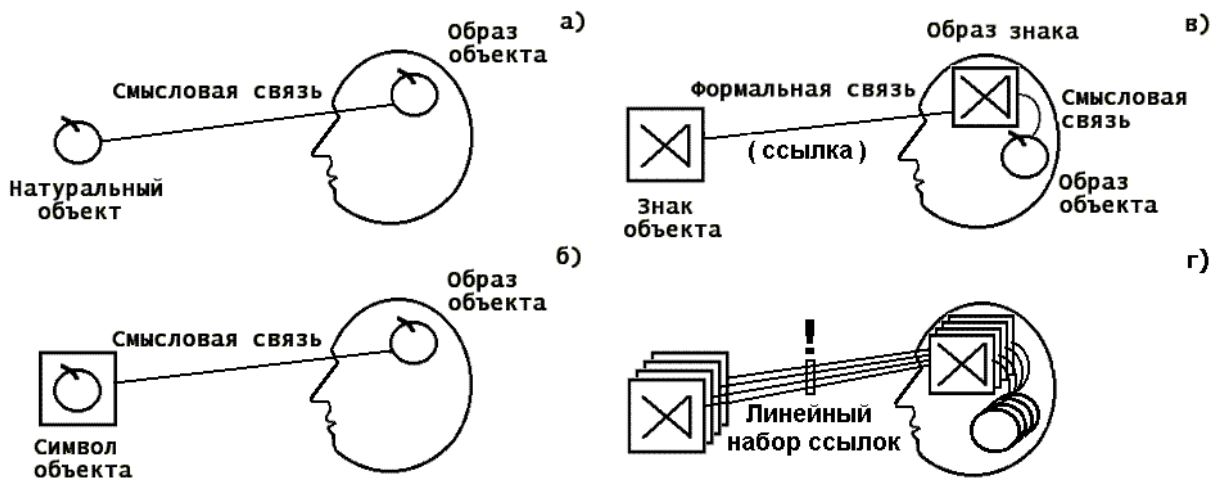


Рис.1. Способы передачи сообщений между людьми:

- а) демонстрацией натурального объекта (примером выбрано яблоко),
  - б) демонстрацией схематичного рисунка – символа объекта (яблока),
- в) в обоих случаях устанавливается смысловая связь между объектом или его символом и образом объекта в голове получателя сообщения;
- в) с помощью ссылки на знак объекта, устанавливающей формальную связь между знаком объекта и образом знака, смысловая связь между образом знака и образом объекта устанавливается заранее с помощью обучения;
- г) количество символов обычно равно количеству объектов, для знаков эту – линейную зависимость можно превратить в логарифмическую.

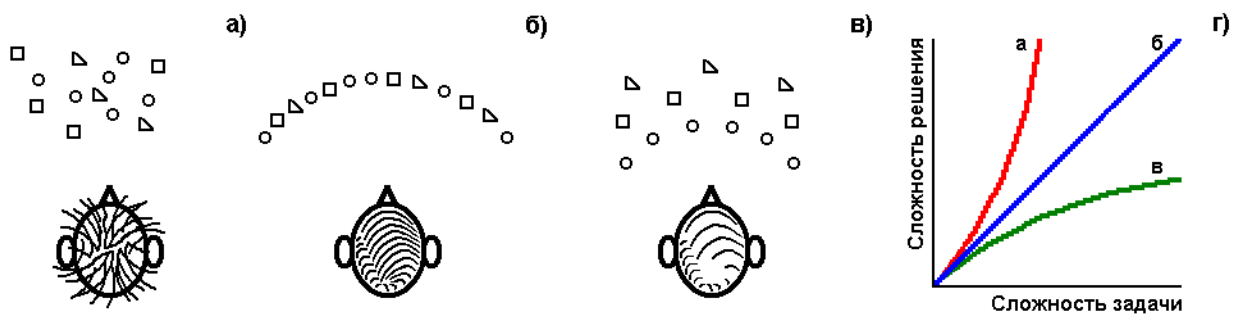


Рис.2. Символы трех типов людей – а)÷в), выполняющих работу, сопряженную с использованием набора инструментов (показаны с помощью формальных знаков). Неорганизованный человек предпочтет не тратить “лишних” усилий и держать инструменты в куче; организованный – пойти на начальные затраты и расположить инструменты веером, тогда его расходы на многократно повторяющуюся операцию поиска очередного инструмента будут расти **линейно** при увеличении их числа, а не **экспоненциально**, как у владельца кучи. Человек с опытом расположит инструменты в несколько рядов, в первом будут инструменты, используемые наиболее часто (и далее - по убыванию). Учет *интенсивности* (пользования каждым инструментом) обеспечивает минимальный - **логарифмический** рост затрат - г).

Простейшим средством передачи сообщения о том или ином понятии есть демонстрация получателю самого объекта, описываемого этим понятием (на рис.1,а это яблоко), либо его изображения в виде рисунка. Рисунок не обязательно должен представлять, как фотография, объект во всех деталях. Вполне достаточно его схематичного изображения – рис.1,б, т.е. символа, однозначно передающего характерные черты объекта. В обоих случаях при восприятии устанавливается смысловая связь между самим объектом (или его символом) и образом объекта в голове принимающего лица.

Отметим, хотя это и очевидно, что образ объекта уже должен находиться в голове принимающего (яблоко знакомо нам с детства). Это относится и к любым другим, в том числе отвлеченным, понятиям. Если представление о них (ячейка памяти с “образом понятия” в мозгу) у принимающего отсутствует, то восприятие сообщения (понимание) невозможно. Отсюда неизбежно вытекает, что какие-то начальные образы должны содержаться в мозгу от рождения (как Bios в компьютере).

Третьим вариантом является использование для сообщения формальных знаков, совсем не имеющих смыслового содержания. Предположим, что мы договорились использовать для “яблока” достаточно отвлеченный значок, показанный на рис.1,в. Тогда при демонстрации этого знака установится формальная связь между знаком объекта и образом знака в голове у получателя. Далее мы будем называть ее ссылкой (на образ знака). Смысловая связь между образом знака и образом объекта должна быть сформирована в голове получателя заранее – в процессе обучения. Знаковая система, хотя она и требует предварительного дополнительного обучения, тем не менее, оказалась намного более выгодной и удобной, когда было замечено, что можно не использовать индивидуальные знаки (иероглифы) для каждого объекта, как это имеет место в символах. Набор формальных знаков может быть сведен до минимума, если использовать их сочетания – коды; в принципе, достаточно двух знаков, причем вторым может являться пауза (пустота или ноль). Число сочетаний знаков, т.е. возможных ссылок, как известно, резко нарастает при увеличении длины знакового слова.

Итак, кодирование позволяет достичь более слабого, чем линейный (как в символах), роста суммарного количества знаков – рис.1,г при увеличении числа используемых в сообщении понятий (или состояний). Рациональное кодирование (сокращение длины ссылок до величины  $\log(S)$  – см. ниже) делает этот рост логарифмическим. На рис.2 показано, что рационально организованные действия также делают логарифмическим рост затрат – рис.2,г, необходимых для решения задачи с возрастающим числом переменных. Это сходство не является случайным, потому, что в информационные закономерности заложен принцип наименьших усилий или принцип наименьшего действия – один из основополагающих принципов устройства природы.

Минимизация длины ссылок на состояния. На рис.3 показаны три возможных способа кодирования. Первым (а) является код, повторяющий измерительную линейку с делениями, или шкалу натуральных чисел; мы

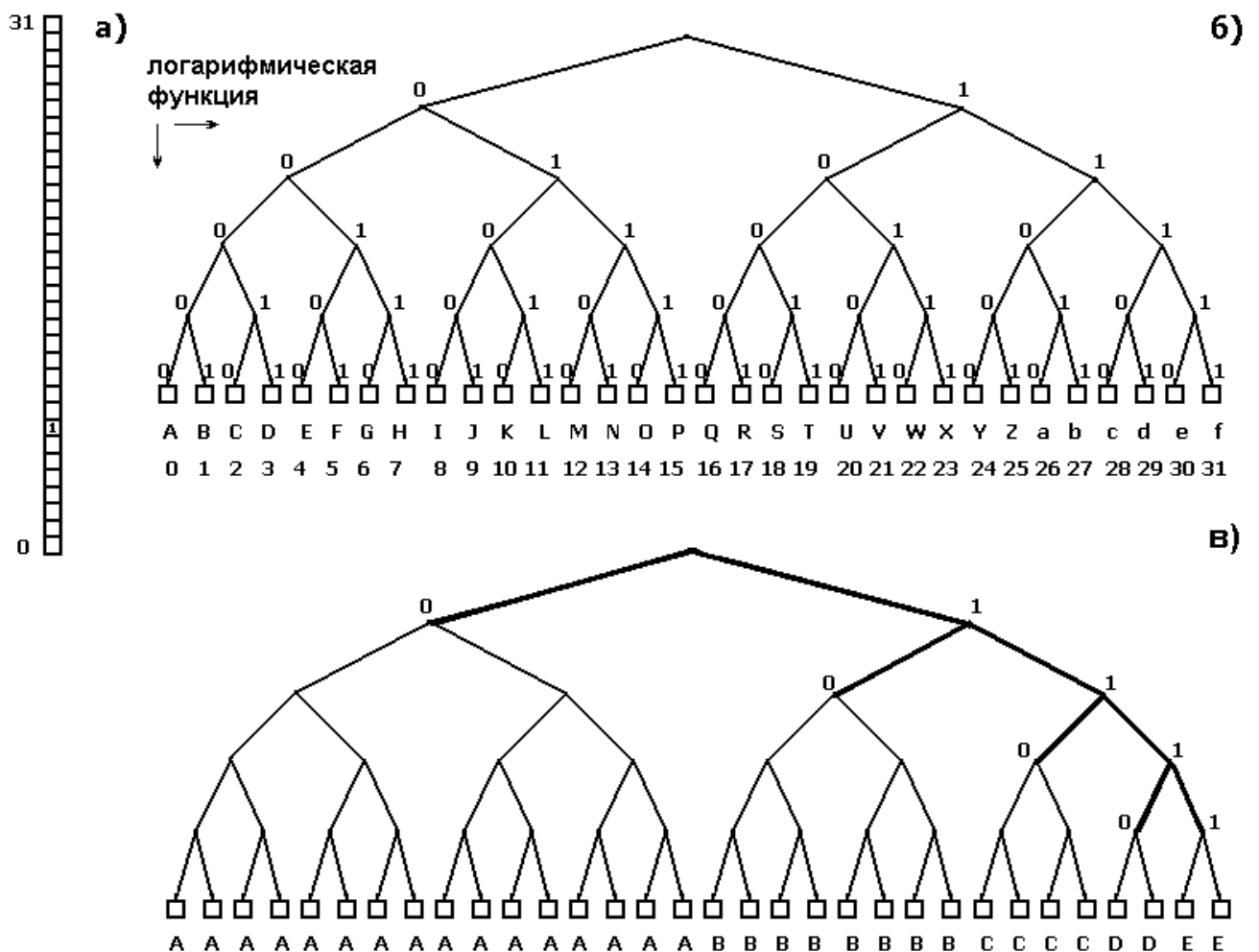


Рис.3. Основные способы кодирования на основе двух знаков (0 и 1):

а) кодом является линейная последовательность самих состояний, хотя длина кода равна числу состояний, он дает возможность ссылаться на несколько состояний сразу;

б) иерархия локальных ссылок на те же состояния, образующая оптимизированный код – ссылку на единичное состояние, длина кода равна двоичному логарифму от числа состояний;

в) минимизированный код Хаффмана на основе косо́го дерева, ветви которого (толстые линии) представляют собой ссылки на количество появлений того или иного состояния.

будем называть его натуральным линейным кодом. В цифровом виде его можно представить как единицу, перемещаемую по линии нулей. Длина этого кода равна числу возможных состояний  $S$  и растет *линейно* с увеличением их числа, т.е. соответствует стилю “аккуратного человека” на рис.2,б,г. Именно в таком коде снимаются данные с координатных детекторов ядерно-физического эксперимента и, более того, хотя он не оптимизирован по длине, имеются системы, которые обрабатывают данные именно в этом коде (система отбора событий MBNIM в ЦЕРНе [1,2]). Дело в том, что в натуральном коде естественным образом кодируются координаты нескольких ( $n$ ) частиц сразу. Кроме того, при  $n \cdot \log(S) > S$  этот многозначный код становится короче, чем  $n$ -кодов, оптимизированных под одну частицу (под одно состояние в событии).

Для того, чтобы получить оптимизированный код состояний надо построить иерархическое дерево ссылок над ними – рис.3,б. Каждый узел дерева может содержать две (как на рис.3,б) или более локальных ссылок - на каждом из уровней иерархии. Если кратность (количество локальных ссылок) в узле велика, то под каждым узлом располагается линейный набор узлов следующего ниже уровня; он сходен с линейным набором состояний, над которым построено все дерево и также описывается *линейным кодом*. Совокупность локальных ссылок, показывающая “маршрут спуска” от вершины дерева по узлам до его “листьев” является глобальной ссылкой на то или иное конкретное состояние. Это и есть оптимизированный код состояния, его длина, как нетрудно понять есть  $\log_m S$ , где  $m$  – кратность локальных ссылок (в примере на рис.3,б это  $\log_2 32 = 5$  знаков, а не 32 знака, как в натуральном линейном коде). Оптимизированные по длине коды состояний есть то, что мы назвали выше *данными*.

Хотя мы получили существенное сокращение длины кода (правда только для единичных, а не для множественных состояний в событиях) пример на действия, показанный на рис.2,в, подсказывает, что возможно дальнейшее сокращение длины кода, если будет учтена интенсивность появления тех или иных состояний. Тогда и кодировать надо именно *интенсивности* по способу, предложенному Хаффманом [3]:

а) сгруппировать все случаи появления состояний в линейные наборы – для каждого состояния организовать свою группу (на рис.3,в это группы появления состояний А, В, С, D, Е);

б) построить над наборами частные иерархические деревья (на рис.3,в они показаны тонкими линиями);

в) достроить частные деревья до единого, полного дерева локальными ссылками (толстые линии), которые образуют “косое” дерево.

Маршруты спуска по косому дереву будут являться глобальными ссылками на количество появления состояний. Самая короткая ссылка будет содержать всего один знак, а в целом, средняя длина двоичного кода ( $m=2$ ) будет меньше 5 знаков для 32 состояний. Полученный код является минимизированным, именно этот минимизированный код и связывается с понятием *информация*.

Лишь в одном случае, когда все состояния появляются с одинаковой интенсивностью, косое дерево станет “прямым”, т.е. перейдет в показанное на рис.3,б дерево данных (число локальных деревьев равно  $S$ ). Только тогда средняя длина кода станет равной 5 знакам и количество *информации* станет максимальным и равным количеству *данных*.

Согласно процедуре кодирования, иллюстрируемой рис.3,б, количество *данных* в каждом отсчете по некоторой оси ‘у’:

$$D = \log_m(Y/\delta y), \quad (1,а)$$

где  $Y$  – максимально возможное значение ‘у’ (от нуля),

$\delta y$  – интервал, с точностью до которого возможно определение положения точки вдоль выбранной оси.

Если в процедуре кодирования, иллюстрируемой рис.3,в, наращивать количество событий, то частные деревья одноименных состояний, естественно, будут расти по высоте. Тем не менее, при сохранении пропорций между интенсивностями появления состояний, надстроенная вершина полного дерева, содержащая сами ссылки, останется почти неизменной. Это значит, что длина каждой ссылки, в пределе, дает логарифм обратного значения вероятности –  $p$  появления того или иного состояния. Тогда количество *информации*:

$$I = \log_m(1/p), \quad I \leq D. \quad (1,б)$$

### Сигнал как носитель информации

Основные информационные свойства классических сигналов достаточно подробно описаны в работах [4÷8], а реальных – в [9÷15]. Здесь мы ограничимся их кратким анализом, необходимым для понимания дальнейшего изложения. Для сигнала событием является его *отсчет*, т.е. *информация* всегда связана с группой отсчетов, а *данные* – с единичным отсчетом.

**Классический сигнал.** В формальных математических переменных классический аналоговый сигнал есть функция  $y=f(x)$ , здесь ‘ $x$ ’ может быть как временем -  $t$ , так и пространственной координатой –  $r$ . Квадрат этой функции определяет приращение энергии сигнала на малом интервале  $\delta x$ :

$$\Delta E = y^2 \cdot \delta x; \quad (2,а)$$

сигнал и его энергия могут быть описаны и с использованием спектральной переменной ‘ $\chi$ ’, тогда

$$\Delta E = g^2 \cdot \Delta \chi / 2, \quad (2,б)$$

здесь  $y^2$  – линейная, а  $g^2$  - спектральная плотность энергии сигнала (1/2 в (2,б) появляется из-за синусоидальной формы гармоник). Можно сказать образно, что сигнал есть математическая функция с энергией.

В соответствии с классическим условием причинности [16] спектр сигнала должен быть непрерывным и бесконечным (тогда начало сигнала строго локализовано по оси  $X$ ). Он подчиняется также и условию конечности энергии, поэтому:



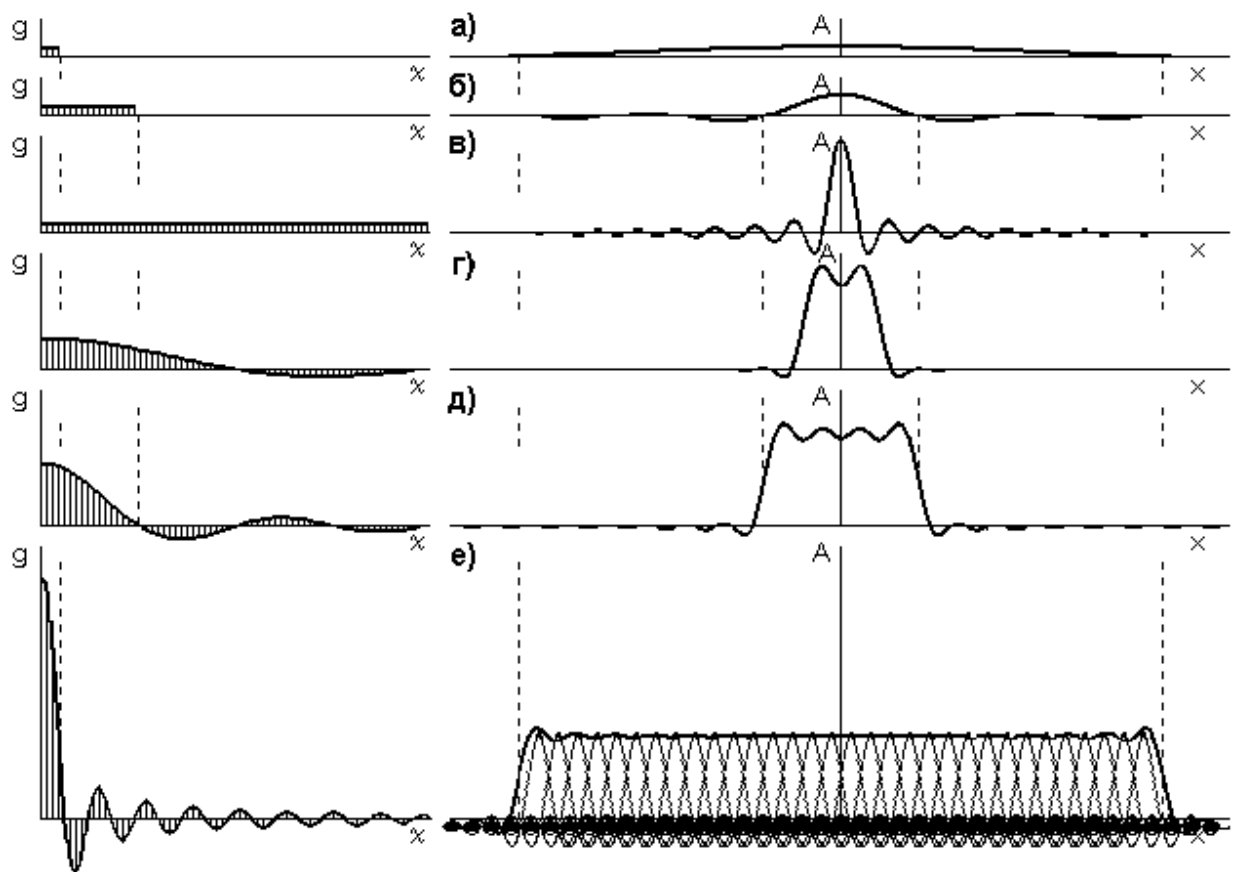


Рис.4. Два противоположных типа простых сигналов (слева показаны их спектры):

а),б),в) - с прямоугольным спектром, сам сигнал имеет форму вида  $\sin(x)/x$  (функция отсчетов), показан процесс образования дельта-функции площади (расширением спектра при  $g=\text{const}$ );

г),д),е) – переход к прямоугольному импульсу, форма его спектра имеет вид  $\sin(\chi)/\chi$ , в нижнем ряду справа показано (приближенное) разложение такого сигнала на сумму последовательных функций отсчетов.

а) спектральная плотность амплитуды его низших гармоник ограничена сверху,

б) в области высших гармоник 'g' спадает не слабее, чем  $1/\chi$  – рис.4,д,е, слева (тогда интеграл от (2,б) конечен), т.е. спектр сигнала характеристически ограничен по ширине.

Далее мы будем рассматривать параметры сигналов на плоскости “энергия-быстрота”. Под быстротой понимается минимальный интервал изменения сигнала -  $\delta x$ , т.е. перехода от одного отсчета (события) в сигнале к другому:  $\delta x = 1/\Delta\chi$ , где  $\Delta\chi$  – (характеристическая) ширина спектра сигнала. Количественное определение характеристической ширины спектра сигнала является не таким простым вопросом, как может показаться. Обычно волевым образом выделяются лишь гармоники так называемой основной части спектра (на высоте  $1/\sqrt{2}$  от вершины его левого горба - рис.4,г), а все гармоники правее отбрасываются. Это не может не настораживать, ибо в “неосновной” - высшей части спектра может содержаться до половины энергии сигнала и трудно согласиться с тем, что эта часть совсем не несет информации.

**Теорема отсчетов.** Функция отсчетов вида  $\sin(x)/x$  – рис.4,в, предлагается классической теорией [17÷21] в качестве элемента разложения сигналов. Ширина ее спектра задана точно, поскольку она не имеет высших гармоник вообще (спектр ее плоский и резко ограничен – рис.4,а÷в слева). Отсюда неизбежно следуют два, обычно упускаемых из вида обстоятельства:  
- функция отсчетов является физически не реализуемым сигналом (во времени ее спектр не моделируется на R, C, L элементах), она нарушает условие причинности, поскольку начинается в минус бесконечности (т.е. всегда появляется ранее породившей ее причины);  
- на сумму последовательных функций отсчетов точно разлагаются только сигналы с таким же резко ограниченным - “обрезанным” спектром.

Для примера на рис.5 показано саморазложение функции отсчетов; можно упомянуть также о точном разложении синусоиды на функции отсчетов. Каузальный же классический сигнал разлагается на функции отсчетов лишь приближенно (рис.4,е); он совпадает с суммой функций разложения только в конечном числе опорных точек – рис.6,а, оставляя себе некоторую свободу поведения во всех остальных (именно за счет наличия высших гармоник, которые совсем отсутствуют у функции отсчетов).

Если по каким-то причинам верхние гармоники спектра сигнала отбрасываются или не воспринимаются за некоторой полосой  $\Delta\chi_m$  (на любом – основном, характеристическом или сколь угодно малом уровне), то тогда теорема отсчетов задает по оси абсцисс интервал между опорными точками, равный  $1/2\Delta\chi_m$ . Положение остальных – промежуточных точек либо неизвестно (при каузальном – бесконечном спектре), либо предопределено

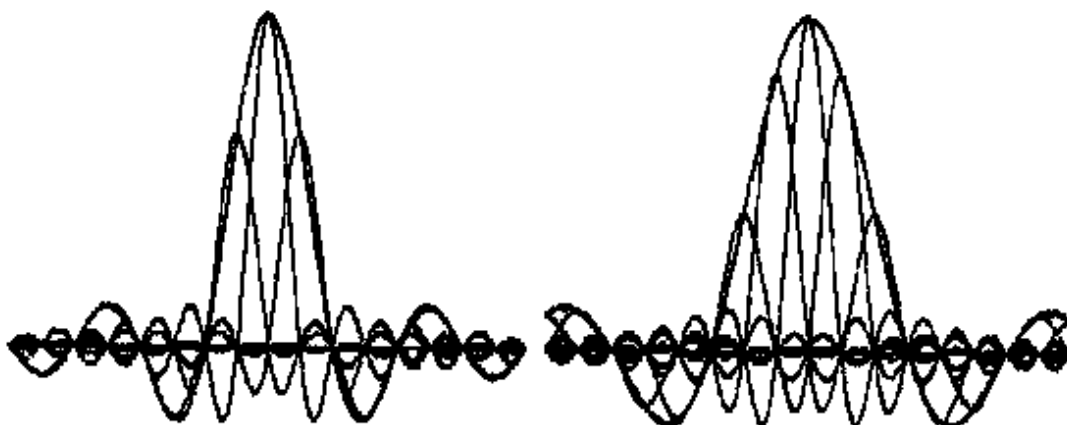


Рис.5. Точное саморазложение функции отсчетов на подфункции с удвоенной и утроенной шириной спектра. Заметим, что ее можно разложить и на две подфункции, ширина спектра которых будет не в 2 (как следует из теоремы отсчетов), а всего в полтора раза шире, чем у разлагаемой функции.

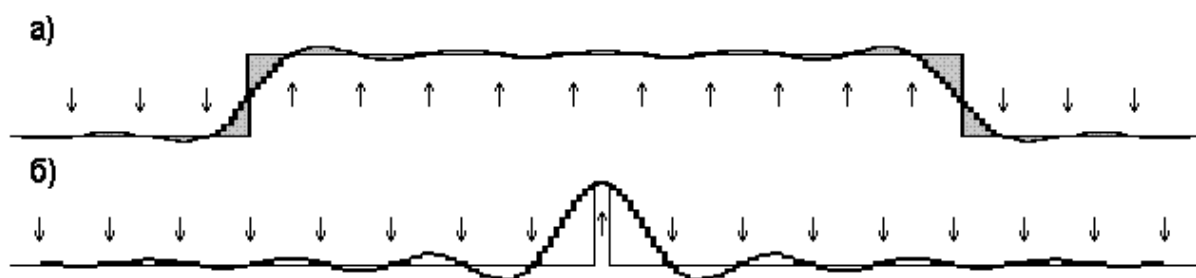


Рис.6, а) детальная картина огибающей, даваемой суммой функций отсчетов при разложении ступенчатого сигнала, стрелками показаны положения опорных точек, где разложение совпадает с оригиналом, в остальных точках имеется погрешность (максимальная на перепадах сигнала), отображенная заливкой серого цвета;

б) размытое отображение короткого импульса функцией отсчетов с недостаточно широким спектром (в физике это картина дифракции от узкой щели, так же, как а) есть картина дифракции от широкой щели).

Этот рисунок является хорошей иллюстрацией тому, что сигнал (здесь пространственный) есть отображение происходящих в реальном мире процессов и явлений; отображение никогда точно не совпадает со своим оригиналом потому, что быстрота реального сигнала конечна.

заранее (при *обрезанном* спектре). В первом случае более детальная информация нам недоступна, во втором - промежуточные точки вообще не несут никакой информации, не имея свободы. Получается, что только опорные точки несут информацию в полосе  $\Delta\chi_m$ . Значит все остальные точки, кроме опорных, можно вообще исключить из сигнала, количество воспринимаемой информации при этом не изменится (в этом и состоит смысл классической теоремы отсчетов [19]).

Очевидно также, что расстояние между опорными точками, обратное *быстроте* сигнала, есть информационная единица длины (дальнейшее дробление шага по оси 'x' информации не добавляет).

С другой стороны, для точного разложения каузального классического сигнала на функции отсчетов ширина их спектра и, соответственно, количество опорных точек должны стремиться к бесконечности. Уже из этого ясно, что количество информации, переносимой классическим сигналом, равно бесконечности (его "информационные бесконечности", однако, на этом не кончаются). Классический сигнал, описываемый дифференциальными уравнениями (например, электромагнитный сигнал в пространстве, описываемый уравнениями Максвелла), имеет еще дважды бесконечное число состояний в каждом отсчете, поскольку в нем допускается, как  $\delta u \rightarrow 0$ , так и  $Y \rightarrow \infty$  (1,а). На плоскости "энергия-быстрота" – рис.7,б,в (здесь 'x' физически есть время - t) классический сигнал может быть представлен практически любой точкой первого квадранта. Подобный результат находится в сильном противоречии с самим понятием *информации*, которая конечна по определению (это логарифм обратной величины относительной интенсивности или вероятности (1,б) состояний).

**Реальные сигналы.** В работах [10÷15] показано, что заведомо конечное количество информации несет сигнал, который имеет пороговое ограничение на спектральную – Q и предельное ограничение на линейную – R плотность энергии. Зона существования такого - реального сигнала на плоскости "энергия-быстрота" ограничена и находится между двумя линиями: пороговой гиперболой  $E=Q/\delta x$  и предельной прямой  $E=R \cdot \delta x$ , выходящей из начала координат – рис.7,б. Абсолютный минимум величины  $\delta x$  достигается в точке пересечения пороговой и предельной линий, тогда:

$$\delta x_m \geq \sqrt{Q/R} \quad , \quad \text{или} \quad \Delta\chi_m \leq \sqrt{R/Q} \quad . \quad (3,а,б)$$

Появляющееся ограничение на ширину спектра -  $\Delta\chi_m$  (3,б) однозначно указывает на то, что *реальный* сигнал несет информацию только в опорных точках. Поскольку слева от  $\delta x_m$  ( $\delta t_m$  на рис.7,б) лежит подпороговая область, то мы имеем основания утверждать, что дело здесь не в резкой ограниченности спектра сигнала, а в том, что его форма за пределами  $\Delta\chi_m$  неизвестна и не может быть определена.

Для нас далее интересно пороговое соотношение, записанное в форме порога по площади:

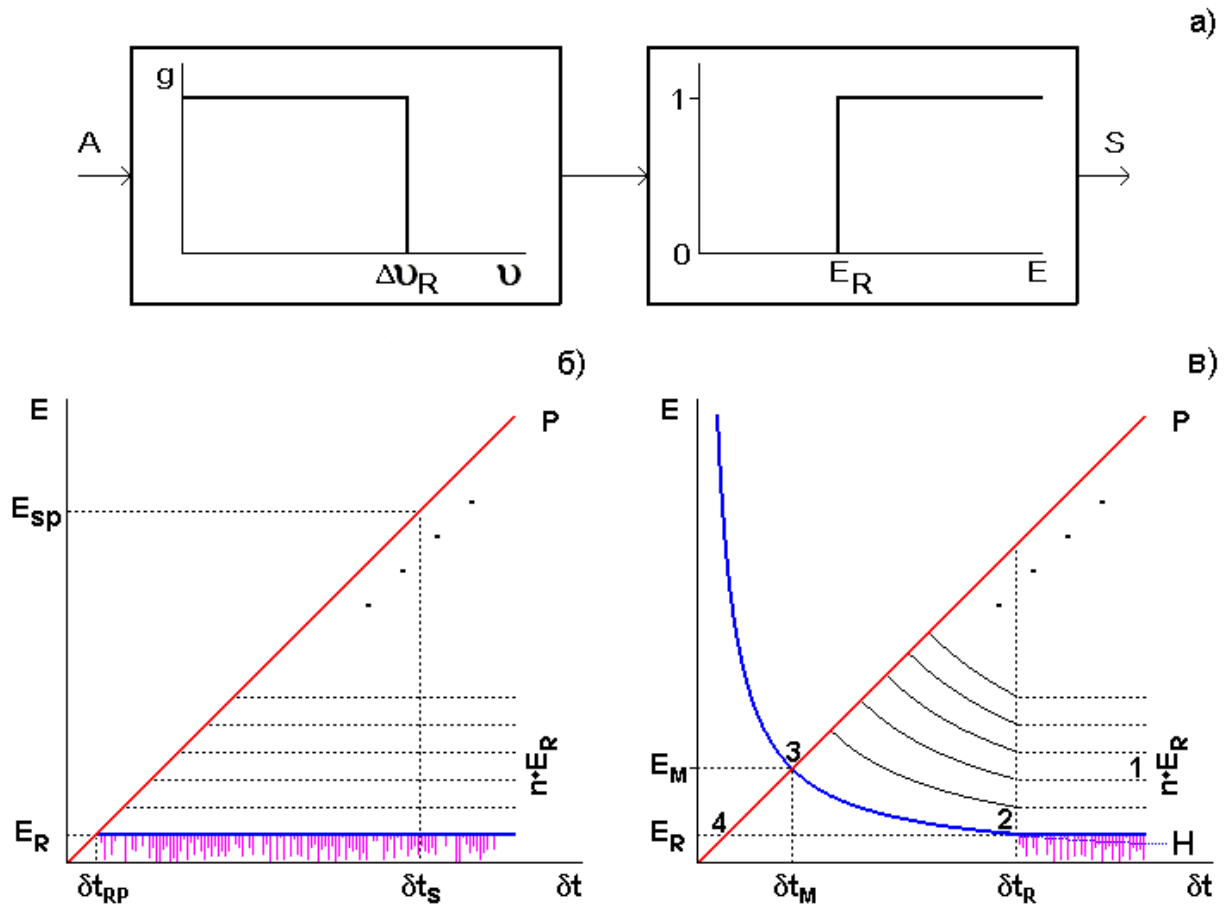


Рис.7,а) функциональная схема логического регистратора, меняющего свое состояние с '0' на '1' при обнаружении импульса. Его первым типовым узлом является фильтр высших частот, а вторым – дискриминатор с порогом по энергии;

б) если спектр сигнала уже чем  $\Delta\nu_R$  ( $\delta t_S > \delta t_R$ , S – символ сигнала, R – приемника/регистратора), то он целиком проходит через фильтр, в результате проявляется только порог по энергии на уровне  $E_R$ ;

в) если спектр сигнала шире  $\Delta\nu_R$  ( $\delta t_S < \delta t_R$ ), то высокочастотная часть его энергии (фильтруется) перед дискриминатором, за счет чего порог, приведенный ко входу, нарастает и переходит в порог по действию - H (гипербола).

В классике ограничителем снизу считается шум (показан фиолетовыми штрихами случайной длины), его параметром является среднеквадратичная энергия. При переходе к порогу по действию классический шум исчезает за счет интегрирования во входном фильтре (фрагмент в) – точка 2).

Пунктиром показаны линии состояний: горизонтальные – при пороге по энергии, идущие по гиперболам в) – при пороге по действию.

$$\delta x \cdot \delta y \geq \sqrt{Q} . \quad (4) .$$

Особенности реального сигнала вблизи порога. Пороговый сигнал обладает свойством элементарности - неразложимости на реальные составляющие. Поскольку он регистрируется только как единое целое, то для него понятие формы фактически не определено. Можно с уверенностью говорить лишь об энергии сигнала и/или его пороговой площади. Понятие формы появляется лишь у существенно надпороговых сигналов.

Реальный сигнал может быть зарегистрирован лишь конечное число раз, ибо на каждую регистрацию “тратится” один пороговый интервал. Хорошим примером является фотон, энергия которого непосредственно подчиняется пороговому соотношению [15], он регистрируется только однократно.

Если порог пренебрежимо мал ( $Q \rightarrow 0$ ), то сигнал по своим свойствам приближается к классическому. Предельные ограничения проявляются чаще всего при генерации сигнала или при его передаче. Пороговые ограничения могут проявляться при передаче и всегда имеются при приеме сигнала, т.е. при любом акте его восприятия.

**Реальные ограничения при восприятии сигналов.** Введенные нами достаточно абстрактно (и к тому же в формальных переменных) пороговые и предельные ограничения имеют под собой достаточно простые физические основания. Далее мы будем говорить о сигналах во времени ( $x \rightarrow t$ ), тогда предельное ограничение представляет собой предел мощности, а пороговое – порог по действию.

На рис.7,а показана функциональная схема логического регистратора, определяющего отсутствие или наличие сигнала, т.е. порождающего на своем выходе 1 бит данных. Для того, чтобы регистратор сработал к его входу с помощью сигнала должна быть подведена определенная порция энергии, т.е. преодолен порог по энергии. Быстродействие регистратора принципиально ограничено, что отражает фильтр верхних частот на его входе. Если регистратор быстрый по сравнению с сигналом, то все гармоники сигнала, несущие энергию (2,б), проходят во второе звено, если же нет, то высшие частоты отсекаются фильтром. Именно тогда, когда работает лишь (низкочастотная) часть энергии сигнала, и появляется порог по действию (4). В целом, линии ограничения реального сигнала выглядят так, как показано на рис.7,б,в.

В классике нет внутренних пороговых ограничений сигнала, но имеется внешний ограничитель в виде шума. Мощность шума пропорциональна ширине полосы частот и среднеквадратичной энергии, равной для теплового шума величине  $kT$  ( $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура). Эта энергия и является ограничителем снизу, задающим шаг между различимыми состояниями на рис.7,б. Классический шум (например, фотонов – излучения в полости) начинает интегрироваться при достижении порога по действию и далее практически исчезает - рис.7,в.

**Формулы для плотности информации.** На единицу быстродействия ограничителем снизу по Шеннону [4] является  $\langle P_N \rangle$  среднеквадратичная

мощность шума. Мощность –  $P$  (квадрат огибающей сигнала) задает количество состояний -  $P/\langle P_N \rangle$  в известной формуле Шеннона для плотности потока передаваемой информации:

$$\Delta I / \Delta t \leq \Delta \nu \cdot \log[1 + (P / \langle P_N \rangle)], \quad (5,а)$$

здесь  $\Delta \nu$  – диапазон частот, а единица в квадратных скобках появляется из учета “состояния отсутствия”, т.е. нуля. Эту формулу при большом числе состояний можно представить в виде:

$$\Delta I / \Delta t \leq \Delta \nu \cdot \log[1 + (Y/\delta y)^2] \approx 2\Delta \nu \cdot \log(Y/\delta y) = \log(Y/\delta y) / \delta t, \quad (5,б)$$

тогда справа в числителе дроби имеем количество данных (1,а), а в знаменателе - единичную длину по теореме отсчетов.

Для быстрого регистратора (с порогом  $E_R$ ) возможная плотность передачи информации во времени:

$$\Delta I_S / \delta t \leq \log[1 + (P \cdot \delta t_S / E_R)] / \delta t_S, \quad (6,а)$$

здесь  $S$  - индекс для сигнала, а  $R$  - индекс для регистратора (приемника). Наибольшая плотность информации будет достигнута при повышении скорости сигнала, т.е. снижении  $\delta t_S$  до величины  $\delta t_{RP} = E_R/P$ , где различаются только 2 состояния (точка 4):

$$(\Delta I_S / \delta t)_{MAX} \leq \log[2] \cdot P / E_R. \quad (6,б)$$

Для медленного регистратора (порог по действию  $H = E_R \cdot \delta t_R$ ) возможная плотность информации во времени принимает вид:

$$\Delta I_R / \delta t \leq \log[1 + (\delta t_S \cdot \delta t_R / \delta t_M^2)] / \delta t_R. \quad (7)$$

В отличие от (6,а), значение  $\delta t$  в знаменателе (7) равно  $\delta t_R$  (потому, что на регистрацию сигнала тратится интервал  $\delta t_R$ ). При уменьшении  $\delta t_S$  величина под знаком логарифма снижается, а знаменатель в (7) неизменен, в результате, информационная способность тракта передачи уменьшается. Видимо поэтому “медленное восприятие” не привлекало теорию, хотя оно широко используется в технике видеосигналов (кино, телевидение) и проявляется в микромире [15].

Начальное дерево данных. Представим себе, что во всех событиях появляется только одно состояние (бросаемый кубик оказывается совсем фальшивым). Тогда суммарное дерево на рис.3,в будет состоять из одного частного и не будет иметь верхней - ссылочной части, поскольку у нас нет альтернативы. Казалось бы, что все правильно – раз вероятность появления состояния равна единице, то получаемая информация равна нулю (1,б). Однако, что-то явно не так – ведь до опыта мы не знали, что кубик фальшивый, а теперь знаем, причем, что он абсолютно фальшивый. Получается, что можно получать сведения при нулевой информации. Ошибка подобных рассуждений в том, что не учитывается начальное знание, которым мы обладали до опыта и то, что сведения может нести не только информация, но и данные (т.е. не минимизированный код). Поскольку нам было известно число граней кубика (а это число возможных состояний –  $S$ ), то можно утверждать, что мы уже имели начальное дерево данных на  $S$ -состояний. Правда это дерево несколько своеобразное (“осеннее” – рис.8,а) оно имеет

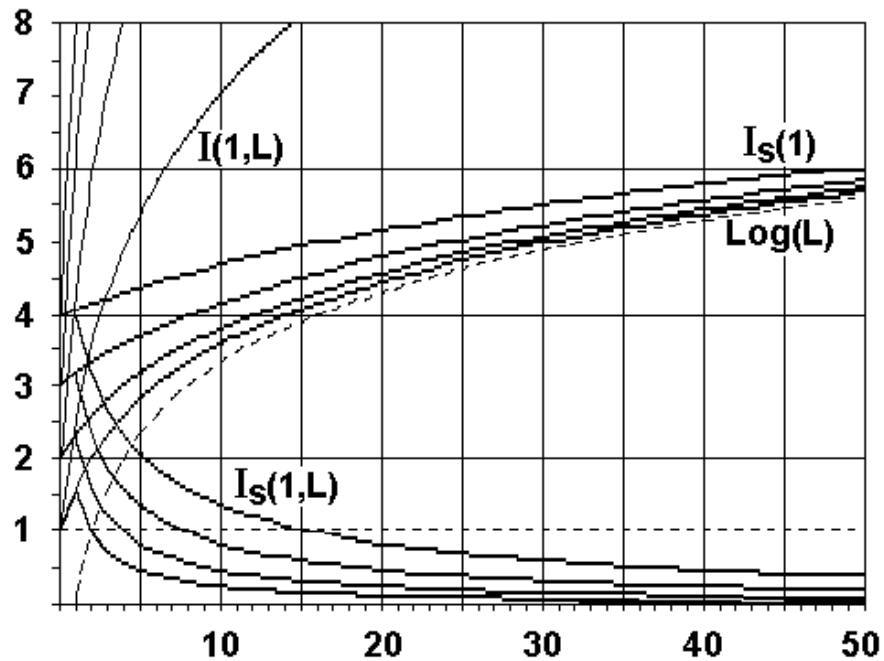
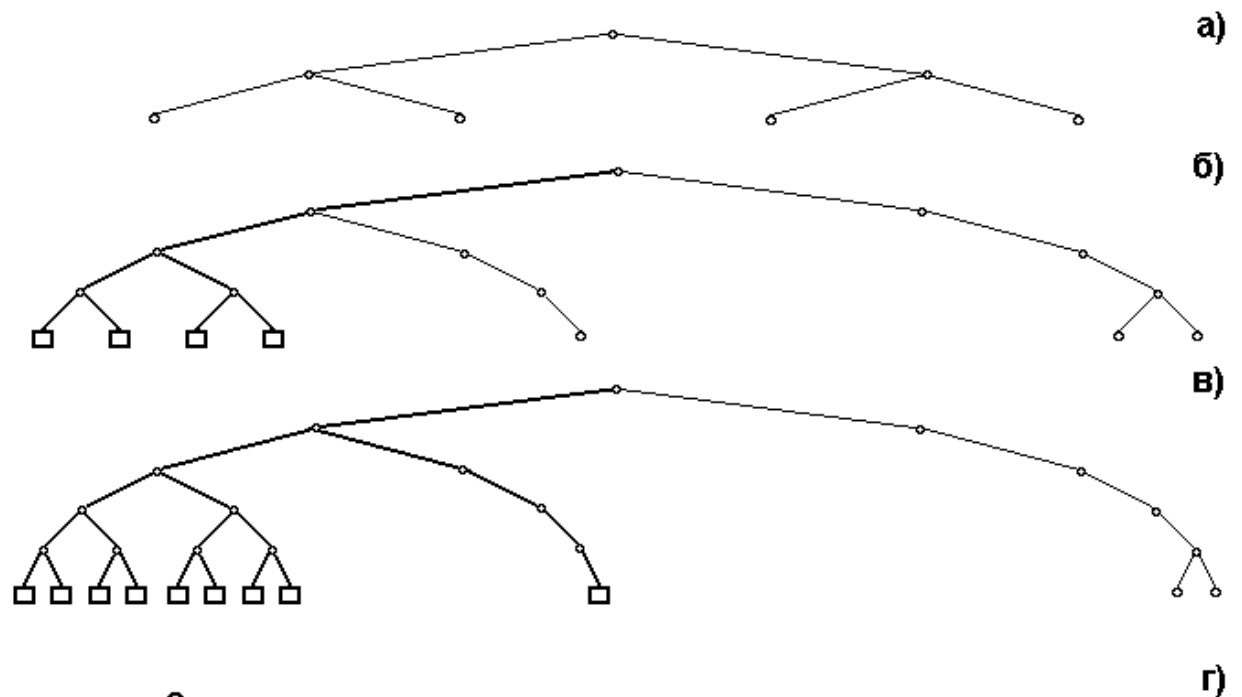


Рис.8,а) исходное дерево ссылок (лишенное “листьев”), вытекающее из начального знания количества возможных состояний; б) эволюция дерева при повторных появлениях только одного состояния; в) как только какое-то новое состояние реализуется оно сразу приносит достаточно большое количество данных;

г) – стремящееся к нулю при сплошных повторах одного состояния, количество информации  $I_S(1,L)$  для  $S=1,2,3,4$  на один шаг по  $L$ ,  $I_S(1)$  показывает ее суммарное количество, которое далеко не нулевое.



ветви, но не имеет листьев (реально появившихся состояний). Тем не менее, количество данных, которое мы получаем при первом событии, равно:  $\log(S)$ . По мере увеличения числа событий:  $L > 1$ , начинает работать множественность и каждый повтор первого состояния (рис.8,б) понижает количество информации в событии, доводя его в пределе до нуля:

$$I_S(N) = N_S \cdot \log[(S + L) / N_S], \quad N_S \geq 1, \quad (8)$$

где  $N_S$  - количество повторений данного состояния на интервале  $L$ .

Формула (8) при  $L \gg S$  совпадает с классической формулой Шеннона ([4], в которой отсутствует  $S$ ); но в отличие от (5), она учитывает процесс установления распределения состояний -  $N(S)$ , т.е. плавный переход от *данных* к *информации* при увеличении числа событий. В этой - переходной области численное значение вероятности еще не установилось (напомним, что вероятность определяется через предельный переход) и формулы типа:  $I_S = \log(1/p_S)$  еще не работают.

Эволюция начального дерева ссылок в разбираемом примере показана на рис.8,а÷в. Пока мы имеем только одно состояние, то все ветви дерева данных, кроме одного, отображают снижение шансов появления остальных состояний. Если через некоторое число событий ( $L \gg 1$ ) появится второе состояние (рис.8,в), то оно принесет сразу количество данных (8), заметно большее, чем  $\log(S)$ .

На рис.8,г показано количество информации  $I_S(1,L)$ , для  $S=1,2,3,4$  на один шаг по  $L$  (при сплошных повторах одного состояния) - оно действительно падает, стремясь к нулю. Но если брать сумму по всем шагам  $I_S(1)$ , то информация совсем не нулевая, она растет с замедляющимся темпом, отражая рост нашего знания о характере появления состояний. На этом же рисунке приведено получаемое количество данных  $I(1,L)$  при первом появлении другого состояния, но не на первом шаге по  $L$ .

## Информация и классический математический анализ

Для начала отметим, что выдающимся достижением математиков далекого прошлого при создании десятичной системы счисления явилось введение иерархии знаков над натуральной числовой осью, т.е. оптимизация числовых знаков в духе рис.3,б. Эта система, ввиду очевидных преимуществ, упразднила все ранее существовавшие.

**Проблемы бесконечностей в математике.** Не только можно, но и следует согласиться с известным утверждением, что могущество математики состоит в ее “умении обращаться с бесконечностями”. Это умение в классическом математическом анализе (КМА) заключается в использовании метода "предельного перехода" - выявлении постоянства поведения анализируемой функции (или ее производных), в процессе бесконечного приближения аргумента функции к требуемому значению (или к бесконечности). Предельным переходом вводится и понятие точки – как результат бесконечного деления отрезка на все уменьшающиеся части. Кроме того, полагается, что в результате предельного перехода к бесконечно

малой окрестности точки на оси 'x' гладкая непрерывная функция  $u(x)$  линеаризуется, что делает возможным введение ее дифференциала.

Далее, вместо неблагозвучной аббревиатуры КМА мы будем говорить кратко - математика (здесь это локальный и условный термин, конечно не охватывающий всей математики).

“Пустые” циклы. В терминах теории информации, в основе метода предельного перехода лежит использование бесконечных циклов действий с практически повторяющимся результатом. Как говорилось выше, бесконечные повторы не добавляют никакой информации, именно поэтому результат предельного перехода заранее предсказуем и его (переход) можно делать лишь в воображении.

Как следствие, с помощью классической математики сравнительно легко описывается лишь небольшая группа простых по поведению функций, а остальные выражаются (если выражаются) достаточно сложными и громоздкими комбинациями этих функций.

Отсутствие информационного порога. Наличие пороговых соотношений говорит о том, что в реальном мире невозможно распознавать отдельные (достаточно малые и, тем более, бесконечно малые) отклонения. Математикам, тем не менее, удается это делать; например, любая функция и та же функция, но с одной, сдвинутой по ординате точкой, различимы – это две разные функции.

Признавая наличие информационного порога, невозможно говорить о линеаризации функции в бесконечно малой окрестности точки, ибо говорить о форме функции вблизи и, особенно, ниже порога просто не имеет смысла. Отсюда же вытекает отмечавшееся выше отсутствие дифференциалов в “реальных функциях с энергией”. Подчеркнем, что дело не в том, что функция может, например, осциллировать в бесконечно малой окрестности точки – характер ее поведения не может быть установлен в принципе.

Конечно, в прикладных задачах математики существует некий критерий порога как пренебрежимо малого, но в каждом случае это весьма конкретное понятие, лишенное общности.

Разумеется, если порог пренебрежимо мал, т.е. линеаризация происходит (по масштабу) задолго до достижения порога, то развитый математикой подход прекрасно работает, что и называется классикой, но так бывает далеко не всегда.

“Пустые” точки. В теории информации базовым является понятие состояния. В линейной среде состояние есть следствие различимости изменений функции (сигнала) в результате восприятия. Состояние функции  $f(x)$  всегда имеет “конечный размер” по оси 'x'. Говоря в терминах теоремы отсчетов, оно отображается одной опорной точкой, обязательно отстоящей от соседней на конечный интервал (по 'x'). Все промежуточные точки являются “пустыми” - они не несут информации, так как их положение предсказуемо.

Вторым важным моментом является непредсказуемость состояний (информация, как известно, является мерой неожиданности). Повторяющиеся

или предсказуемые состояния не несут информации и также порождают пустые точки, поэтому их можно опускать.

Пустые точки, появляются в математике еще и при переходе от суммирования (дискретных значений) к интегрированию, когда натуральные величины заменяются их плотностями по оси абсцисс. Очевидно, что непрерывность получаемой интегральной функции не должна вводить нас в заблуждение – количество информации при этой процедуре расти не должно.

Отсутствие информационного предела. Умение обращаться с бесконечностями вытекает также из наличия в математике бесконечно больших чисел. Физически, наличие точечного бесконечного выброса может быть и допустимо, если это дельта-функция энергии, а не площади [14]. Однако, информационно это недопустимо: в силу различимости каждой точки в *математике* такой выброс ведет к бесконечному количеству данных.

Подведем некоторый итог. Сказанного достаточно для утверждения того, что причиной несоответствия классики реальности состоит в ее следовании базовым принципам классического математического анализа таким, как представление о линеаризации (наличии формы) функции в бесконечно малой окрестности каждой точки. Математика различает каждую точку в их бесконечной совокупности, причем отдельные точки могут уходить “на бесконечность”. Как это ни парадоксально, но все факты несоответствия реалиям вытекают именно из умения математики “обращаться с бесконечностями”.

Математическая бесконечность как антагонист иерархий. Итак, теория информации тяготеет к дискретным и конечным функциям дискретных переменных. Представим, что в виде дискретной функции двух переменных мы имеем таблицу умножения целых чисел. Ничто не мешает нам перейти от таблицы к функции одной - сложной переменной, введя иерархию по оси абсцисс. Для этого надо разбить каждый (конечный) интервал между соседними значениями одной из переменных на меньшие интервалы - по числу значений второй переменной (т.е. воспользоваться *пустыми* точками первой переменной). Тогда, вместо двух, например, четырехзначных осей: 00, 01, 10, 11, мы получим одну числовую ось с шестнадцатью значениями: 00.00, 00.01, 00.10, 00.11; 01.00, 01.01, 01.10, 01.11; 10.00, 10.01, 10.10, 10.11; 11.00, 11.01, 11.10, 11.11 (точки и точки с запятой поставлены для большей наглядности разграничения переменных). После этого легко перейти от “таблиц” к функциям сложения и умножения, показанным на рис.9,а,б.

В *математике*, с ее бесконечным числом значений каждого аргумента, такой подход и такие преобразования невозможны (просто потому, что например, умножение определено для каждой точки). Поэтому каждый новый частный параметр всегда увеличивает количество общих переменных функции (размерность занимаемого ею пространства). В результате, теряется представление об иерархической природе самой зависимости, выражаемой иерархичным характером ее общих и частных параметров. При наличии бесконечностей говорить о локальных параметрах вряд ли имеет смысл.

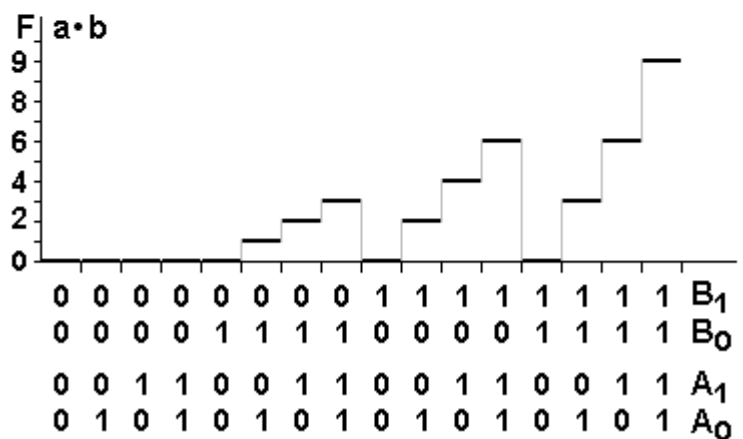
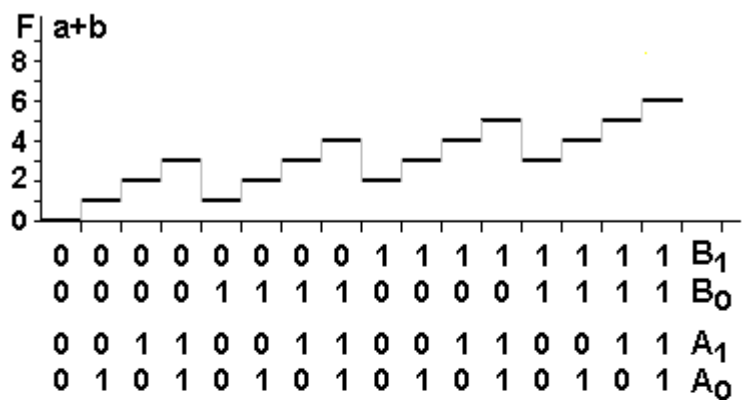


Рис.9. Действия (таблицы) сложения и умножения двух натуральных чисел, представленные как функции сложной - иерархической переменной, объединяющей оба числа.

Заметим, что вследствие бесконечной информационной емкости *математической* оси на ней можно создать неограниченное количество уровней иерархий, причем каждый локальный уровень, в принципе, может иметь неограниченное число состояний.

### **Порог и предел как физическая основа образования иерархий**

Опыт, однако, показывает, что во многих случаях, в границах каждого уровня иерархии прямо работают только локальные параметры (данного уровня); это вполне объяснимо при наличии порогов и пределов у сигналов. Если на каком-то уровне иерархии имеется информационный порог, то все что происходит под порогом невоспринимается на этом уровне. Наличие же информационного предела говорит об ограниченности плотности энергии в процессах и явлениях на этом уровне. Выйти выше по плотности энергии не только невозможно, но и разрушительно для упорядоченных объектов данного уровня.

Попробуем тогда представить, как будут выглядеть физические уровни иерархии, если они основаны на пороговых и предельных информационных ограничениях. На верхнем фрагменте рис.10 показано 3 уровня иерархии; средний занимает центральную серую ромбовидную зону на нижнем фрагменте рис.10, имеющую ближайших соседей сверху (на рисунке - слева) и снизу (справа). В качестве границ взяты линии пороговых и предельных ограничений (рис.7,в). Помимо своих ограничителей  $Q$  и  $R$  (толстые линии) средняя зона ограничена величинами  $Q_1$  и  $R_1$  своего соседа справа (большого по величине  $\delta x_m$ ), причем  $R_1$  играет роль ограничителя снизу, а  $Q_1$  - ограничителя сверху. Со своей стороны, средняя зона вносит подобные дополнительные ограничения соседу слева (большому по величине  $E_M$ ). Как видим, при наличии иерархий, зоны существования их уровней явно локализованы. Для того, чтобы это имело место, необходим не один, а два фундаментальных понятия – порога и предела.

### **Заключение**

Хорошо известно, что вплоть до открытия теории относительности и квантовой механики в научной среде существовало убеждение, что построение (классической) научной картины мира близится к завершению – осталось лишь уточнить некоторые детали. Однако, теория относительности, которая базируется на фундаментальной роли ограниченности скорости распространения сигналов, показала, что динамика процессов и явлений реального мира выходит далеко за рамки классики Ньютона. Еще более расширило наши представления о реальности открытие необычности поведения тел в микромире, породившее квантовую механику. Хотя формальный (расчетный) аппарат квантовой механики сейчас развит очень хорошо, до сих пор продолжают дискуссии о том, почему микрочастицы

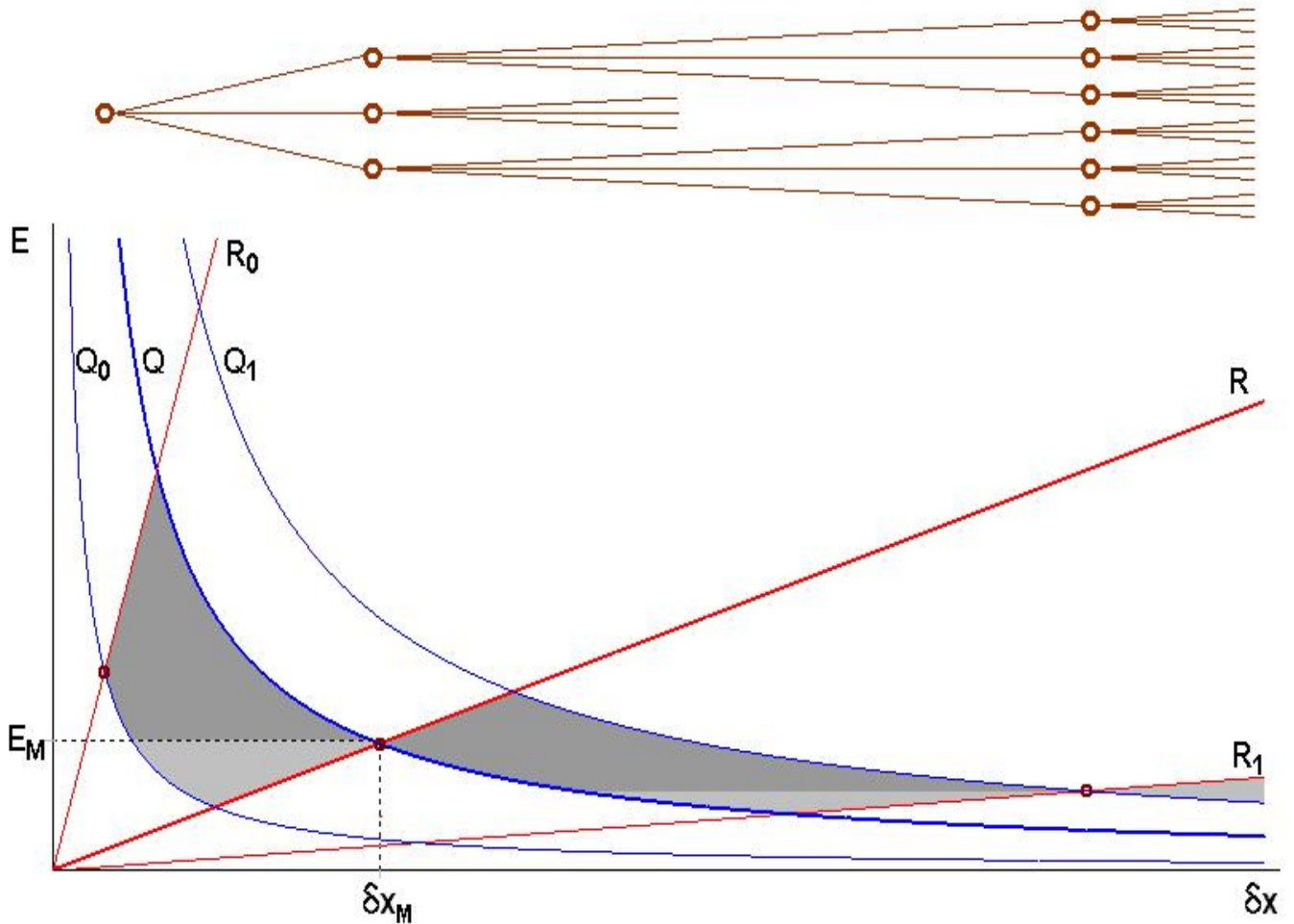


Рис.10. Иллюстрация того, как пороговые и предельные ограничения могут создавать “иерархию миров”, показанную в координатах энергия - обратная быстрота (быстрота растет при уменьшении  $\delta x$  - интервала переключения сигнала):

- центральная серая зона ограничена по энергии (сверху) своим пределом  $R$  и пороговым ограничением  $Q_1$  “медленной” зоны - нижнего уровня; ограничителями по энергии снизу являются собственный пороговый уровень  $Q$  и предельное ограничение нижнего уровня  $R_1$ ;
- “быстрая” зона имеет справа ограничители по малости быстроты от центральной зоны в виде  $Q$  и  $R$ , а слева (по максимуму быстроты) - свои собственные  $Q_0$  и  $R_0$ ; линия  $E_M$  центральной зоны также может служить в быстрой зоне ограничителем по энергии (отмечено светлосерым).

В целом, можно говорить о 3-х иерархических уровнях, как это показано на верхнем фрагменте.

ведут себя таким “странным” образом. Поэтому тезис о близости познания к завершению вряд ли вызовет в наше время чей-либо интерес, доминирует скорее обратное представление.

Разумно в связи со сказанным задаться следующим вопросом: если скорость распространения сигналов имеет такой фундаментальный характер, то какую роль играет ограниченность скорости переключения сигналов? В работах [13÷15] было показано, что эта ограниченность - быстроты второго рода тесно связана с наличием порога восприятия, т.е. с невозможностью получать информацию при малых и коротких сигналах. Это свойственно как живой, так и неживой природе; наличие туннельного эффекта – наглядное свидетельство того, что частица “не видит” короткий потенциальный барьер. В связи с этим в работе [15] было отмечено, что основные эффекты квантовой механики естественным образом вытекают из факта наличия *информационного порога*. Информационный подход подсказывает также, что должны существовать не только пороговые, но и *предельные* ограничения - на плотность энергии.

Во второй части данной работы мы попытались показать, где корни той инертности взглядов, из-за которой обсуждение пороговых и предельных ограничений, как ограничений на получение сведений через информацию происходит так поздно, хотя могло бы иметь место около 80 лет назад. Классический математический анализ очень плодотворен там, где порогом можно пренебречь, но им (информационным порогом) нельзя пренебрегать всегда и везде – физики были первыми, кто с этим столкнулся в микромире.

Вернемся к тому, с чего мы начали заключительную часть. Не приходится сомневаться в том, что признанные фундаментальными константы для действия, силы (того или иного вида взаимодействия) и скорости света создают физические границы совершенствованию технических средств, обеспечивающих восприятие сигналов и тем самым получение *сведений* о природе. Поэтому есть основания утверждать, что мир, “данный нам в ощущениях”, ограничен. Вполне допустимо говорить и о том, что научная картина воспринимаемой реальности действительно может быть рано или поздно завершена (остальное же так и останется виртуальным).

В целом, изложенное выше свидетельствует в пользу известного предположения о том, что наш мир может быть лишь одним из уровней (слоем) сложной иерархической структуры. Оно показывает механизм образования этих, в значительной степени независимых слоев - со своими пороговыми и предельными ограничениями на каждом уровне.

## Литература

1. A.Beer, F.Bourgeois, A.Corre et al. Nuclear Instruments and Methods, v.160 1979, p.217-225.
2. T.A.Armstrong, W.Beusch, A.Burns et al. Nuclear Instruments and Methods, v.175 1980, p.543-547.
3. D.A.Huffman. A method for the construction of minimum redundancy codes. Proceedings of the Institute of Electrical and Radio Engineers, 1952 V.40, P.1098-1101. Д.Хаффман. Метод построения кодов с минимальной избыточностью. Кибернетический сб., вып.3. М.: ИЛ. 1961. 10.
4. С.Е.Shannon. A mathematical theory of communications. Bell Syst. Tech. Journal, 1948, 27, P.379-423. К.Шеннон. Математическая теория связи, в сб. Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИЛ.1963.
5. А.Н.Колмогоров. Три подхода к определению понятия количества информации. Проблемы передачи информации, 1965 т.1, № 1.
6. Фрэнкс. Теория сигналов. М.: Сов.Радио, 1974.
7. П.Чисар, Я.Кернер. Теория информации, теоремы кодирования. М.: 1985.
8. И.С.Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и Связь, 1986.
9. С.Г.Басиладзе, Какое количество информации содержится в данных эксперимента, Препринт НИИЯФ МГУ 96-25/432.
10. С.Г.Басиладзе, Сигнал, данные и информация в физических измерениях, Физика элементарных частиц и атомного ядра, Том 31, вып.3, Дубна 2000, с.633÷670.
11. С.Г.Басиладзе. Пороговые и предельные информационные соотношения для сигналов, Препринт НИИЯФ МГУ-2004-20/759, Москва 2004.
12. С.Г.Басиладзе. Физические особенности сложения и разложения сигналов и их информационные следствия, Препринт НИИЯФ МГУ-2006-2/801, Москва 2006.
13. С.Г.Басиладзе. Пороговые ограничения, вносимые приемником в тракт передачи сигналов, Препринт НИИЯФ МГУ-2006-4/801, Москва 2006.



14. С.Г.Басиладзе. Пороговое и предельное информационные ограничения в динамике микромира, Препринт НИИЯФ МГУ-2007-13/834, Москва 2007.
15. С.Г.Басиладзе, Физика сигнала, Физика элементарных частиц и атомного ядра, Том 40, вып.6, Дубна 2009, с.1472÷1524.
16. Н.Винер. Кибернетика. М.: Наука, 1983.
17. E.T.Whittaker, Proc.Roy.Soc., Edinburg, V35, 1915, p.181-184.
18. R.V.L.Hartley, Bell Sys.Tech.J.,7,3, 1928, p.535-563.
19. В.А.Котельников, О пропускной способности "эфира" и проволоки в электросвязи, Материалы к 1-му Всесоюзному съезду по вопросам реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. Изд-во "Ред.связи РККА", 1933.
20. С.Е.Shannon. A mathematical theory of communications, Bell Syst. Tech. Journal, 1948, 27, P.379-423.
21. У.М.Сиберт. Цепи, сигналы, системы. М.: Мир,1988.

**Сергей Геннадьевич Басиладзе**

**Информация как средство описания реальности**

Препринт НИИЯФ МГУ № 2010-6/863

Работа поступила в ОНТИ 06.12.2010 г