

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

---

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В. СКОБЕЛЬЦЫНА

**И.Н.Бобошин**

**КЛАССИЧЕСКИЕ И НОВЫЕ МАГИЧЕСКИЕ ЯДРА**

Препринт НИИЯФ МГУ № 2008–7/843

Москва, 2008 г.

**И.Н.Бобошин**

**e-mail:** [Boboshin@depni.sinp.msu.ru](mailto:Boboshin@depni.sinp.msu.ru)

**КЛАССИЧЕСКИЕ И НОВЫЕ МАГИЧЕСКИЕ ЯДРА**

Препринт НИИЯФ МГУ № 2008–7/843

Аннотация

*Рассмотрены проявления нового физического феномена – возникновения пар магических чисел  $i$ , соответственно, нового класса магических ядер. Проведен систематический, построенный на единой логике анализ данных о проявлении магических свойств ядер вдали и вблизи линии стабильности. Итогом анализа явился список пар магических чисел  $(Z, N)$  и формулировка проблемы неклассических магических ядер в этих терминах.*

**I.N.Boboshin**

**CLASSICAL AND NEW MAGIC NICLEI**

Preprint MSU SINP N 2008–7/843

Abstract

*Manifestations of new physical phenomenon, i.e., the appearance of the magic number pairs and new kind of magic nuclei, correspondingly, are considered. Analysis of data on magic properties of nuclei near and far from stability is done on the base of the unified approach. The list of the magic number pairs  $(Z, N)$  and the statement of the non-classical magic nuclei problem in these terms are results of the analysis.*

# Классические и новые магические ядра

## Введение

Обнаружение магических чисел в атомных ядрах сыграло важнейшую роль в развитии ядерной физики. Для их объяснения была построена оболочечная модель [1, 2], которая стала фундаментом представлений об устройстве атомного ядра. До недавнего времени считалось, что классические магические числа 2, 8, 20, 28, 50 и т.д. являются незыблемыми, и ядра, обладающие такими числами нуклонов, устойчиво проявляют магические свойства. Однако развитие в последнее время новых мощных экспериментальных методов привело к обнаружению эффектов исчезновения классических и возникновения новых магических чисел в области ядер вблизи границ нуклонной стабильности. Примерами новых магических чисел являются 16, 26, 32, 34 и т.д. В связи с этим возникает вопрос, можно ли рассматривать факты нарушения классической магичности как единое физическое явление, которое проявляет себя в стабильных и нестабильных ядрах. Ответ на этот вопрос интересен и важен. Если нарушения классической магичности носят универсальный характер и свойственны различным ядрам, то они могут быть проявлениями межнуклонных сил в ядре, которые не учитываются в полной мере приближением оболочечной модели. В этом случае систематический анализ данных может пролить свет на характер межнуклонных сил. Стоит напомнить, что толчком и основой для построения оболочечной модели послужил обширный и подробный феноменологический анализ. В данной работе предпринята попытка проанализировать данные о классической ядерной магичности и ее нарушениях с единой точки зрения. Рассматриваются проявления и нарушения классической магичности ядер как вдали, так и вблизи и внутри области стабильности. Такой анализ послужил основой для более точной формулировки проблемы новых магических ядер.

## 1. Магические ядра: общая картина

В данной работе неклассическими, или новыми, магическими ядрами называются ядра, чьи особые свойства не связаны с проявлением чисел нуклонов 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. С точки зрения анализа данных классические и новые магические ядра – это одно и то же явление. Магическими ядрами, как известно, принято считать ядра, которые обладают рядом особых свойств по сравнению с соседними немагическими. К ним относятся увеличение энергий связи

и энергий отделения нуклонов, увеличение энергии  $E(2^+_1)$  первого возбужденного уровня с  $J^\pi = 2^+$ , форма, близкая к сферической - меньший параметр квадрупольной деформации  $\beta_2$ , меньшее отношение  $E(4^+_1)/E(2^+_1)$  энергий первых  $J^\pi = 4^+$  и  $J^\pi = 2^+$  состояний, увеличенное число  $\beta$ -стабильных ядер с магическими числами, меньшая величина сечений захвата низкоэнергетичных нейтронов, а также некоторые другие. В области стабильности перечисленные свойства, в основном, совпадают для одних и тех же ядер. Поэтому для стабильных ядер достаточно рассматривать только некоторые свойства, определяющие магические ядра. Для ядер вблизи границы нуклонной стабильности наличие одних качеств может не сопровождаться присутствием других. Происходит разделение признаков магичности, и соответствующий анализ должен это учитывать.

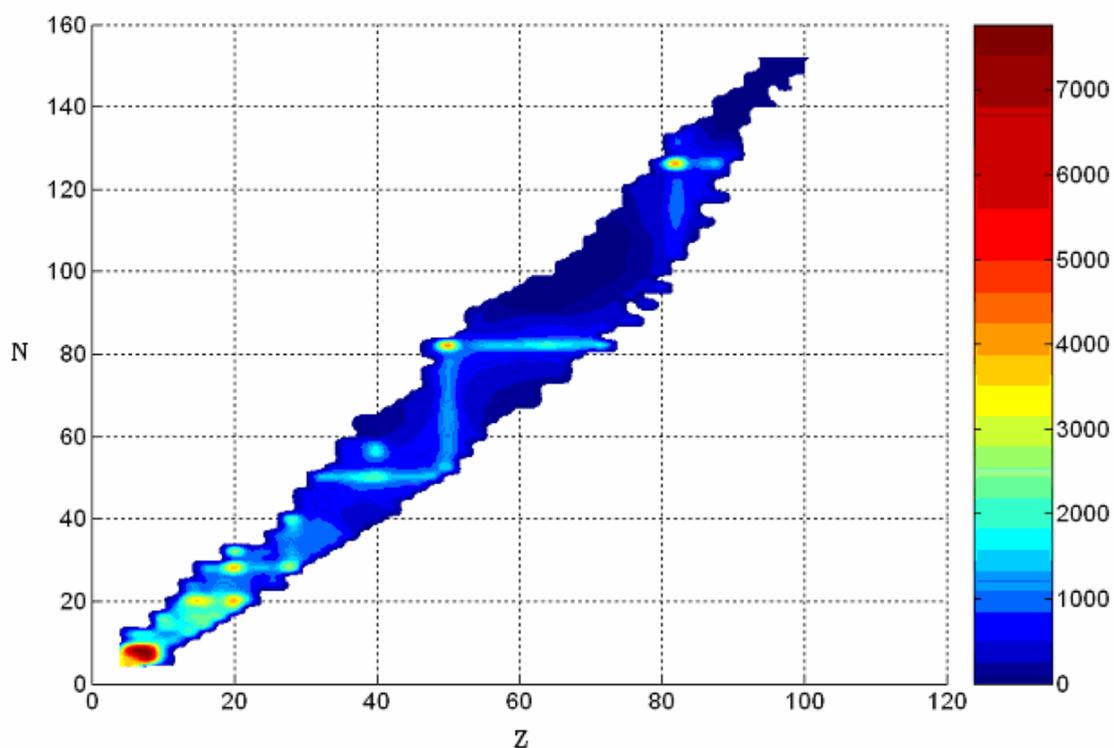


Рис. 1. Энергии (кэВ) первых возбужденных  $2^+$  состояний ядер в зависимости от  $Z$  и  $N$  [3].

На рис.1 представлены значения энергий  $E(2^+_1)$  первых возбужденных ядерных состояний, имеющих спин-четность  $2^+$  [3]. Отчетливо видны максимумы, соответствующие классическим магическим ядрам 2, 8, 20, 28, 50, 82 и, для нейтронов, 126. Классические магические числа  $N$  и  $Z$  не зависят друг от друга, поэтому максимумы проявляют себя в виде сплошных вертикальных и горизонтальных линий. Они пересекаются в точках, соответствующих дважды магическим ядрам.

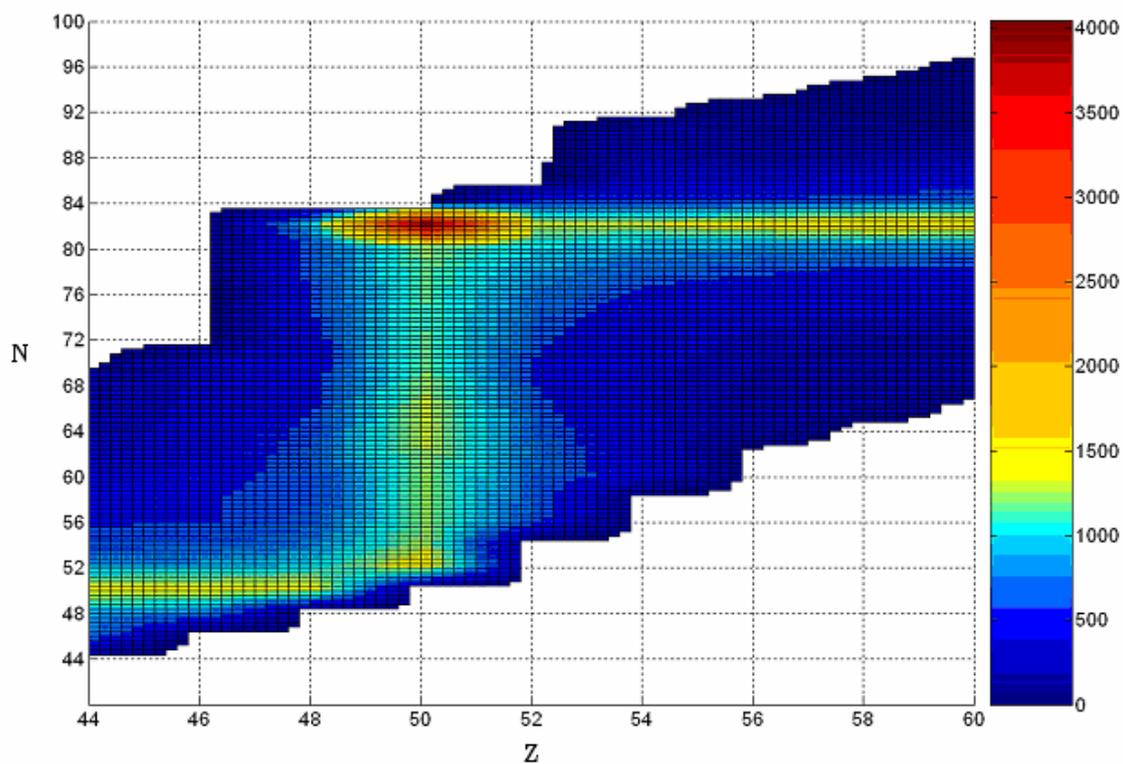


Рис. 2. Энергии (кэВ) первых возбужденных  $2^+$  состояний ядер  $Z = 44 - 60$ .

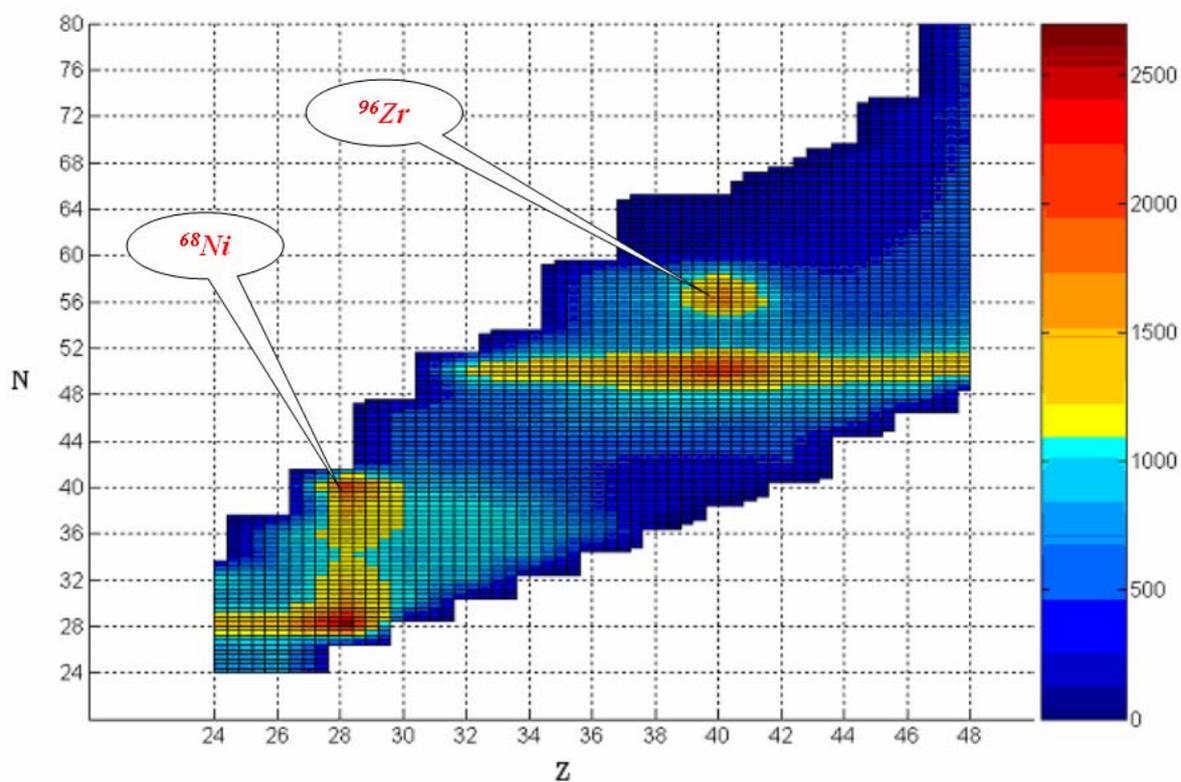


Рис. 3. Энергии (кэВ) первых возбужденных  $2^+$  состояний ядер  $Z = 24 - 48$ .

В наиболее чистом виде эта картина проявляется в области достаточно тяжелых ядер  $Z > 40$ . В области более легких ядер наблюдаются ее нарушения. Здесь можно видеть как исчезновение классических магических чисел, так и появление новых, не предусмотренных классической теорией оболочек магических ядер.

Сказанное иллюстрируется рис. 2, 3 и 4, которые являются более подробными изображениями частей рис. 1.

Рис. 2 показывает энергии первых возбужденных состояний  $2^+$  в области относительно тяжелых ядер. Хорошо видно, что здесь проявляют себя лишь классические магические числа.

Рис. 3 показывает энергии первых возбужденных состояний  $2^+$  ядер в области  $Z = 24 - 48$ . Вертикальными и горизонтальными линиями проявляют себя классические магические числа  $N, Z = 28$  и  $N = 50$ . В отличие от предыдущего рисунка, здесь наблюдаются некоторые отклонения от классической картины. Имеет место отдельная небольшая, но явно выраженная область ядер с повышенным значением  $E(2^+_1)$ , которые группируются вокруг точки  $Z=40, N=56$ , т.е. вокруг ядра  $^{96}\text{Zr}$ . Кроме того, магическая линия  $Z = 28$  оканчивается локальным максимумом при  $N = 40$ , при этом число  $N = 40$  не приводит к максимуму  $E(2^+_1)$  при других  $Z$ .

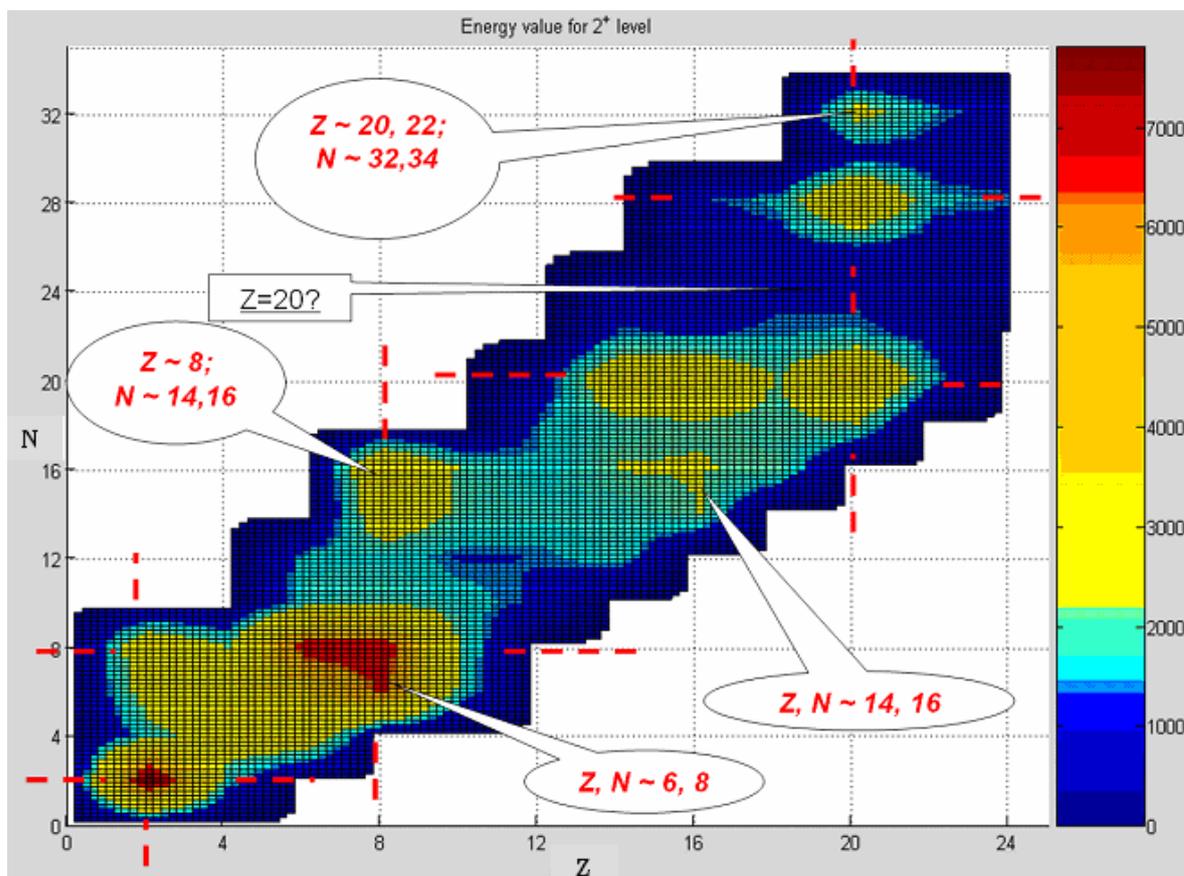


Рис. 4. Энергии (кэВ) первых возбужденных  $2^+$  состояний ядер  $Z = 2 - 24$ . Пунктиром отмечены линии классических магических чисел.

Рис. 4 представляет энергии первых состояний  $2^+$  ядер в области легких ядер  $Z = 4 - 24$ . Пунктиром отмечены линии, соответствующие классическим магическим числам. В этой области отклонения от классической картины максимумов наиболее многочисленны и носят массовый характер. В середине между  $N = 20$  и  $N = 28$  исчезает магичность числа  $Z = 20$ . Действительно, скажем, для  $^{42}\text{Ar}$   $E(2^+_{1}) = 1208$  кэВ, а для  $^{44}\text{Ca}$   $E(2^+_{1}) = 1157$  кэВ. В то же время проявляют себя области ядер с повышенными значениями  $E(2^+_{1})$ , но имеющих числа нуклонов, не предсказываемые оболочечной моделью в качестве магических. Это треугольная область максимумов  $E(2^+_{1})$  ядер с числами нуклонов  $N$  или  $Z$ , равными 6 в паре с числом 8. Пары  $(Z, N) = (6, 8)$  и  $(8, 6)$  дают ядра с такими же энергиями  $E(2^+_{1})$  в районе значений 7 МэВ, что и пара  $(Z, N) = (8, 8)$  для классического дважды магического  $^{16}\text{O}$ . Далее, это область ядер с числами протонов и нейтронов 14 и 16, причем треугольные очертания этого острова магичности точно воспроизводят форму области ядер с числами нуклонов  $(6, 8)$ . Это также ядра с большим числом нейтронов, группирующиеся вблизи точки  $Z = 8$ ,  $N = 14, 16$ . Наконец, это ядра, имеющие  $Z = 20, 22$  и числа нейтронов  $N = 32, 34$ .

Рис. 1 – 4 показывают, что количество нарушений классической магичности увеличивается по мере продвижения в сторону все более легких ядер. Эту особенность можно объяснить, если предположить, что такие нарушения вызваны изменениями положений отдельных подоболочек. В относительно легких ядрах имеет место меньшая плотность подоболочек, поэтому изменение энергий отдельных подоболочек может приводить к образованию энергетических щелей между подоболочками. Изменения энергетических положений подоболочек в области тяжелых ядер из-за большой плотности подоболочек не приводят к заметному изменению энергетических промежутков.

Изменение энергий отдельных подоболочек является проявлением взаимодействий между нуклонами, не учитываемых в рамках классической оболочечной модели. Поэтому изучение явлений нарушений классической магичности в относительно легких ядрах представляет особый интерес. Оно может пролить свет на особенности внутриядерных взаимодействий. В связи со сказанным данная работа посвящена рассмотрению явлений в области массовых чисел приблизительно  $A < 100$ , что соответствует рис. 3 и 4.

## 2. Подробное рассмотрение островов магичности

Как было показано, ядра, имеющие признаки неклассической магичности, образуют замкнутые области на карте нуклидов. В данном разделе проведено подробное рассмотрение каждого острова магичности.

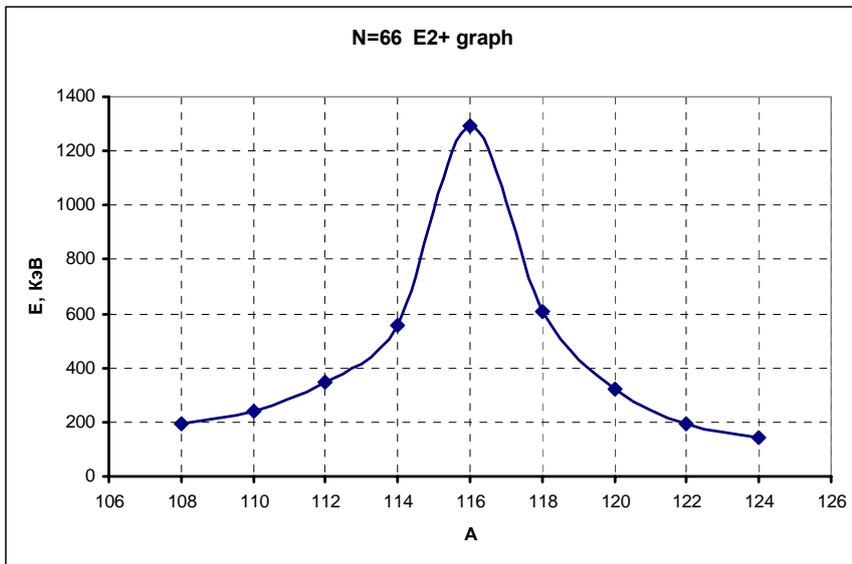


Рис. 5. Энергии (кэВ) первых возбужденных состояний  $2^+$  в изотопах  $N = 66$ .

Данных о магических ядрах много и они многообразны. Систематизация большого количества данных требует единого, ясного и очевидно приемлемого метода анализа. Ниже применен подход, который основан на аналогии с проявлением классической магичности.

Типичной особенностью проявлений классических магических свойств является постепенный монотонный характер зависимостей соответствующих параметров с экстремумом в магическом ядре. Эти зависимости называются далее функциями магичности. В качестве примера на рис.5 показана зависимость энергий первых возбужденных состояний  $2^+$  от числа  $A$  в изотопах  $N = 66$ . Магическим считается ядро, соответствующее максимуму функции в данной области. В приведенном примере это  $Z = 50$ .

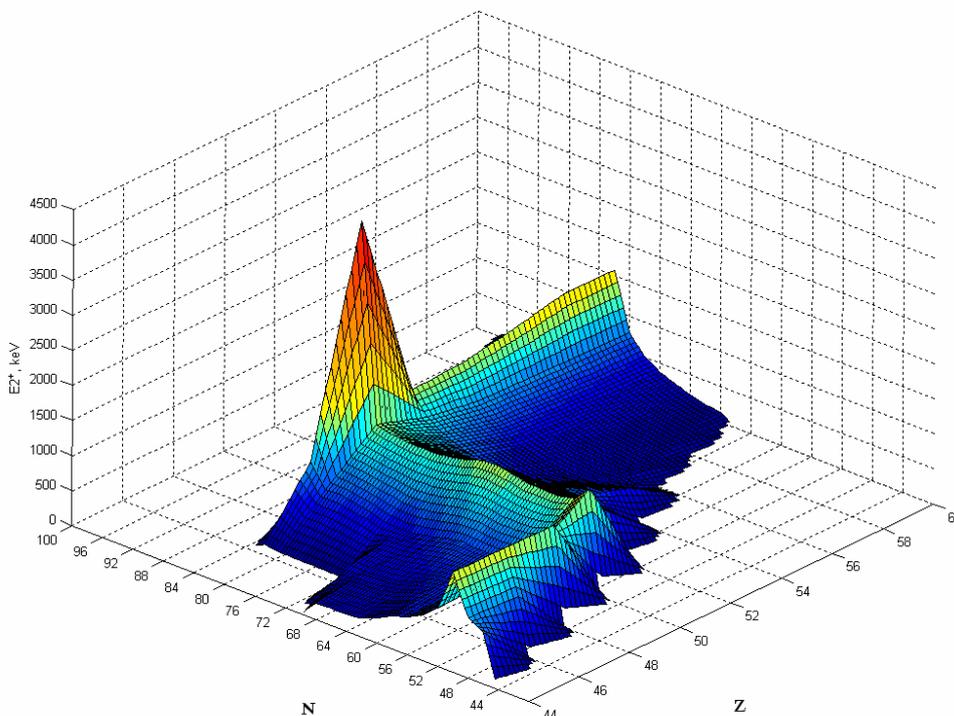


Рис. 6. Энергии (кэВ) первых возбужденных состояний  $2^+$  в ядрах вблизи  $Z = 50$  и  $N = 82$ .

Типичная общая картина классической магичности изображена в качестве примера также на рис. 6. Магичность чисел  $Z$  и  $N$  проявляет себя на графиках  $E(2^+_1)$  в виде фигур, напоминающих горные хребты с более или менее пологими склонами, а вершины хребтов образуют цепочки магических ядер. Относительная пологость склонов есть проявление постепенности убывания энергий  $E(2^+_1)$ . Пересечение хребтов образует пики, которые соответствуют дважды магическим ядрам.

В настоящей работе применен следующий метод анализа данных. Для каждого острова магичности ищутся ядра, которым соответствуют экстремумы параметров, определяющих магичность. Найденное ядро определяется как неклассическое магическое.

При анализе рассматриваются энергии первых возбужденных состояний  $2^+$ , энергии отделения нуклонов, параметры деформации и другие характеристики. Поскольку, как указывалось, в области стабильных ядер указанные параметры, как правило, коррелируют между собой, одновременное детальное описание всех параметров часто бывает излишним. В области вблизи границ нуклонной стабильности корреляция исчезает: например, более деформированным ядрам может соответствовать более связанное состояние и наоборот. В таких случаях необходим более детальный анализ данных о каждом параметре.

## 2.1 Ядра вблизи $^{96}\text{Zr}$

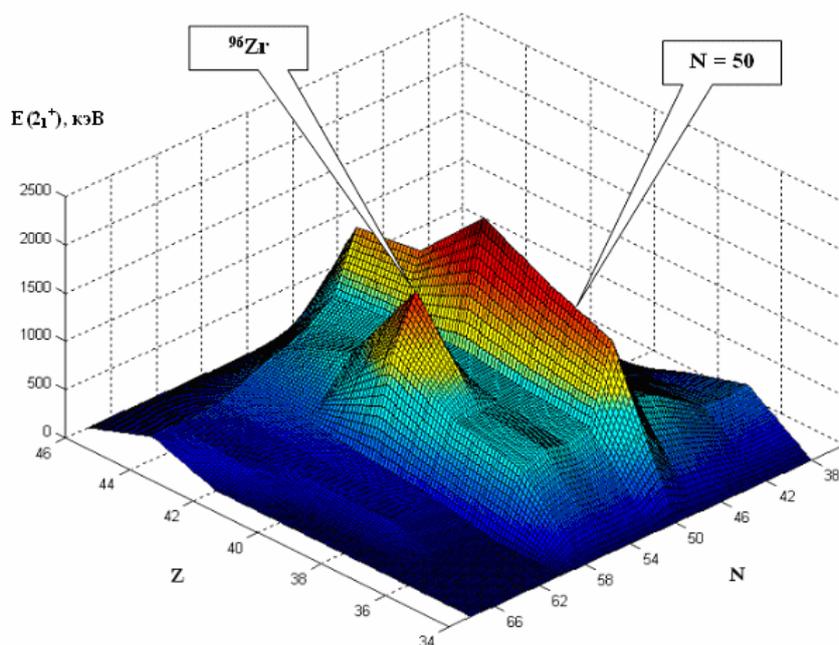


Рис.7. Энергии  $E(2^+_1)$  (кэВ) в ядрах  $Z = 34 - 44$ . Одиночный пик соответствует точке  $Z=40, N=56$ .

Как было сказано, рядом с линией, образуемой на рис. 3 классическим магическим числом  $N = 50$ , имеет место обособленный остров магичности – группа ядер с повышенными значениями энергий первых возбужденных состояний  $E(2^+_1)$ . Более подробно и несколько в ином виде эта область изображена на рис. 7. Видно, что классическому магическому числу  $N=50$  соответствует последовательность ядер, образующая фигуру, напоминающую прямолинейный горный хребет. Рядом располагается одиночный пик. Он представляет локальный максимум энергии первого возбужденного  $2^+$  состояния в данной области. Ему соответствует пара чисел  $Z = 40, N = 56$ , или ядро  $^{96}\text{Zr}$ . В действительности этот пик является центром некоторой области ядер с повышенными значениями  $E(2^+_1)$  – острова магичности. Этот рисунок в сравнении с рис. 6 дает представление о характерной особенности проявления неклассической магичности. Если классическая магичность проявляет себя в виде линейной структуры, или «горного хребта», то неклассическая магичность проявляет себя в виде одиночного пика.

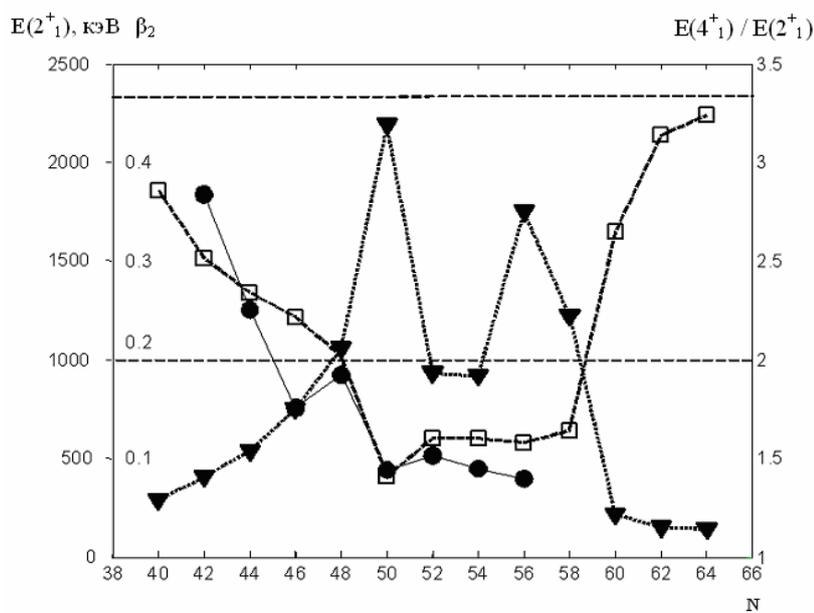


Рис. 8. Энергии первого  $2^+$  состояния  $E(2^+_1)$  – треугольники, отношения энергий  $E(4^+_1)/E(2^+_1)$  – квадраты и параметра квадрупольной деформации  $\beta_2$  – кружки в изотопах циркония в зависимости от числа нейтронов  $N$ . Пунктиром указаны ротационный (3.33) и вибрационный (2.00) пределы для отношения  $E(4^+_1)/E(2^+_1)$  [5]

На рис. 8 приведена информация [5] также о других характерных признаках магичности для четно-четных изотопов циркония: соотношения  $E(4^+_1)/E(2^+_1)$  энергий первых состояний со спинами-четностями  $4^+$  и  $2^+$ , параметров квадрупольной деформации  $\beta_2$  [6]. Исходя из рис. 8, можно оценить размеры острова магичности: для ядер вблизи изотопа  $^{96}\text{Zr}$  значения энергии  $E(2^+_1)$  оказываются большими, а отношения  $E(4^+_1)/E(2^+_1)$  и параметра квадрупольной деформации  $\beta_2$  – меньшими, чем для более отдаленных ядер. Сказанное прослеживается для ядер с  $N = 52, 54, 56, 58$ . В сторону меньших значений  $N$  границу эффекта

проследить трудно из-за возникновения сильного влияния числа  $N = 50$ , в сторону больших  $N$  он исчезает при  $N = 60$ . Своих экстремальных – максимальных и минимальных - значений все

параметры достигают при  $N = 56$ , в ядре  $^{96}\text{Zr}$ . На рис. 8 указаны вибрационный (2.00) и ротационный (3.33) пределы для отношения  $E(4^+_{11})/E(2^+_{11})$ . Хорошо видно, что, по сравнению со своими непосредственными соседями, ядро  $^{96}\text{Zr}$ , так же, как и ядро  $^{90}\text{Zr}$ , оказывается существенно ближе к вибрационному, чем к ротационному пределу. Параметр квадрупольной деформации  $\beta_2 = 0.08$  ядра  $^{96}\text{Zr}$  минимален в данной области.

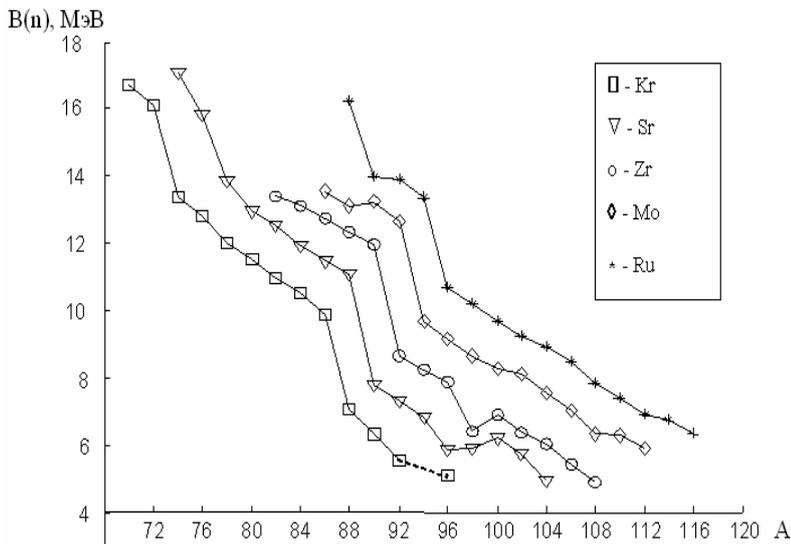


Рис. 9. Энергии отделения нейтрона в изотопах Kr, Sr, Zr, Mo, Ru [5].

Еще одним признаком магичности является наличие излома  $A$ -зависимости энергий отделения нуклона. На рис. 9 [5] приводятся значения энергий отделения нейтрона  $B(n)$  [7] в ядре  $^{96}\text{Zr}$  в сравнении с его соседями. Хорошо видно, что изломы графиков значений  $B(n)$  имеют место для всех изотонов  $N = 50$ : Kr ( $Z = 36$ ), Sr ( $Z = 38$ ), Zr ( $Z = 40$ ), Mo ( $Z = 42$ ), Ru ( $Z = 44$ ). В отличие от этого, для ядер вблизи  $N = 56$

такие изломы наблюдается только для ядер в замкнутой области вблизи  $Z = 40$ , и наиболее ярко и отчетливо как раз для  $Z = 40$ , т.е. ядра  $^{96}\text{Zr}$ .

Проведенный анализ показывает, как хорошо согласуются между собой различные признаки магического ядра в области стабильности.

*Магичность числа нейтронов  $N = 56$  в ядрах с различными  $Z$ .* На рис. 10 приводятся зависимости обсуждаемых параметров от числа нейтронов  $N$  для ядер с различными числами протонов  $Z$  [5]. Видно, что область ядер с повышенными значениями  $E(2^+_{11})$  и пониженными значениями  $E(4^+_{11})/E(2^+_{11})$  наблюдается при  $N < 60$ . Отчетливо проявляется классическое магическое число  $N = 50$ . Одновременно с этим при  $N = 56$ ,  $Z = 40$  наблюдается резко выраженная особенность, соответствующая нашему определению неклассических магических чисел.

*Магичность числа протонов  $Z = 40$  в ядрах с различными  $N$*  [5]. На рис. 11 видно, что максимум, соответствующий классическому магическому числу  $Z = 50$ , отчетливо проявляется при любом числе  $N$  нейтронов в ядре приблизительно в одинаковой степени: величина  $E(2^+_{11})$  остается равной  $\approx 1300 - 1500$  кэВ. При  $Z = 40$  наиболее сильный максимум  $E(2^+_{11})$  достигается для  $N = 56$  (1750 кэВ), для соседних  $N = 52, 54, 58$  этот максимум значительно ниже ( $\approx 800 - 1200$  кэВ). Максимум исчезает при  $N = 60$ . Пара  $Z = 40$ ,  $N = 56$  приводит к возникновению

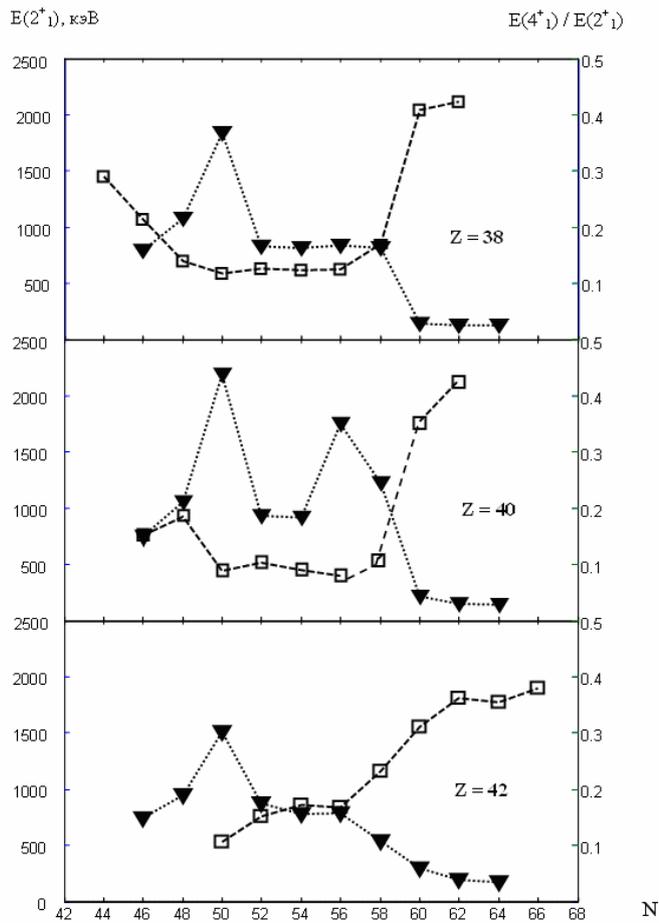


Рис. 10. Энергии первого  $2^+$  состояния  $E(2^+_1)$  – треугольники и отношения энергий  $E(4^+_1)/E(2^+_1)$  – квадраты в зависимости от числа нейтронов  $N$  в ядрах с различным числом протонов  $Z$  [5].

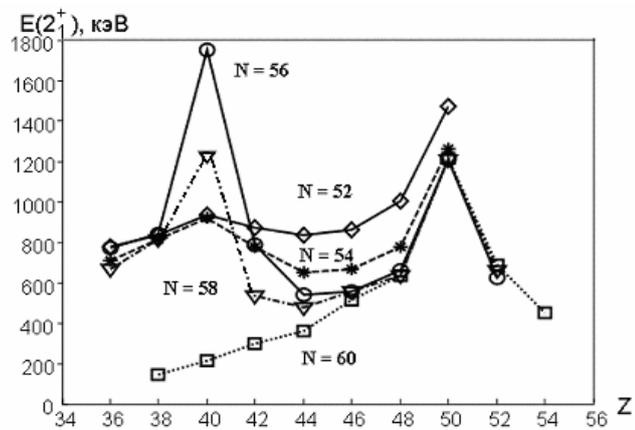


Рис. 11. Энергии первого  $2^+$  состояния  $E(2^+_1)$  в зависимости от числа протонов  $Z$  в ядрах с различным числом нейтронов  $N$  [5].

локального максимума  $E(2^+_1)$  в изучаемой области  $N$  и  $Z$ , что соответствует данному выше определению неклассических магических чисел. Интересно, что пара  $Z = 40, N = 56$  дает большее значение максимума, чем пара  $Z = 50, N = 56$ :  $E(2^+_1) = 1750$  кэВ и  $1206$  кэВ соответственно.

Таким образом, в окрестности точки ( $Z \sim 40, N \sim 56$ ) имеется область ядер, для которых значения параметров магичности соответствуют наличию магических свойств. Своего пика указанные параметры достигают в ядре  $^{96}\text{Zr}$ , причем количественные характеристики этих пиков (значения энергий  $E(2^+_1)$ , параметров деформации и т.д.), вообще говоря, не уступают значениям, достигаемым в классических магических ядрах. Ядро  $^{96}\text{Zr}$  является неклассическим, или новым, магическим ядром. В данном случае речь идет о некоем особом явлении – об отдельном ядре, магические свойства которого проявляются с той же силой, что и у классических магических ядер, однако числа нуклонов этого ядра по отдельности не являются магическими в традиционном понимании. Эти числа проявляют себя только в паре друг с другом. Таким образом, при рассмотрении неклассических магических ядер речь идет не о магических числах, а о магических парах чисел, характеризующих подобные ядра. В рассмотренном случае такой парой является ( $Z = 40, N = 56$ ), что соответствует ядру  $^{96}\text{Zr}$ . При изменении любого из чисел  $Z$  или  $N$ , т.е. при удалении от точки ( $Z = 40, N = 56$ ) в любую сторону, магические свойства ядер убывают и исчезают.

Проводимое ниже рассмотрение других островов магичности приводит к аналогичным результатам.

## 2.2 Ядра вблизи $^{68}\text{Ni}$

На рис. 12 представлены энергии первых возбужденных состояний  $2^+$  четно-четных изотопов  $\text{Ni}, \text{Zn}, \text{Ge}, \text{Se}$ . Отчетливо проявляются классические магические числа  $N = 28$  и  $N = 50$ . Наряду с этим наблюдается особенность, соответствующая паре  $Z = 28, N = 40$ . Число  $Z = 28$  является классическим магическим ядром. Это подтверждается рис. 12: видно, что  $Z = 28$  остается магическим для всех значений  $N$ . Однако число  $N = 40$  не проявляет свойств самостоятельного устойчивого классического магического числа. Действительно, особенностью графика является полное исчезновение максимумов  $E(2^+_1)$  для  $N = 40$  и  $Z = 30, 32, 34$ . Число  $N = 40$  проявляет себя как магическое в данной области только в паре с  $Z = 28$ . В соответствии с приведенным выше определением, ядро  $^{68}\text{Ni}$  можно трактовать как неклассическое, или новое, магическое ядро, которому отвечает пара чисел  $Z = 28, N = 40$

$E(2^+_1)$ , кэВ

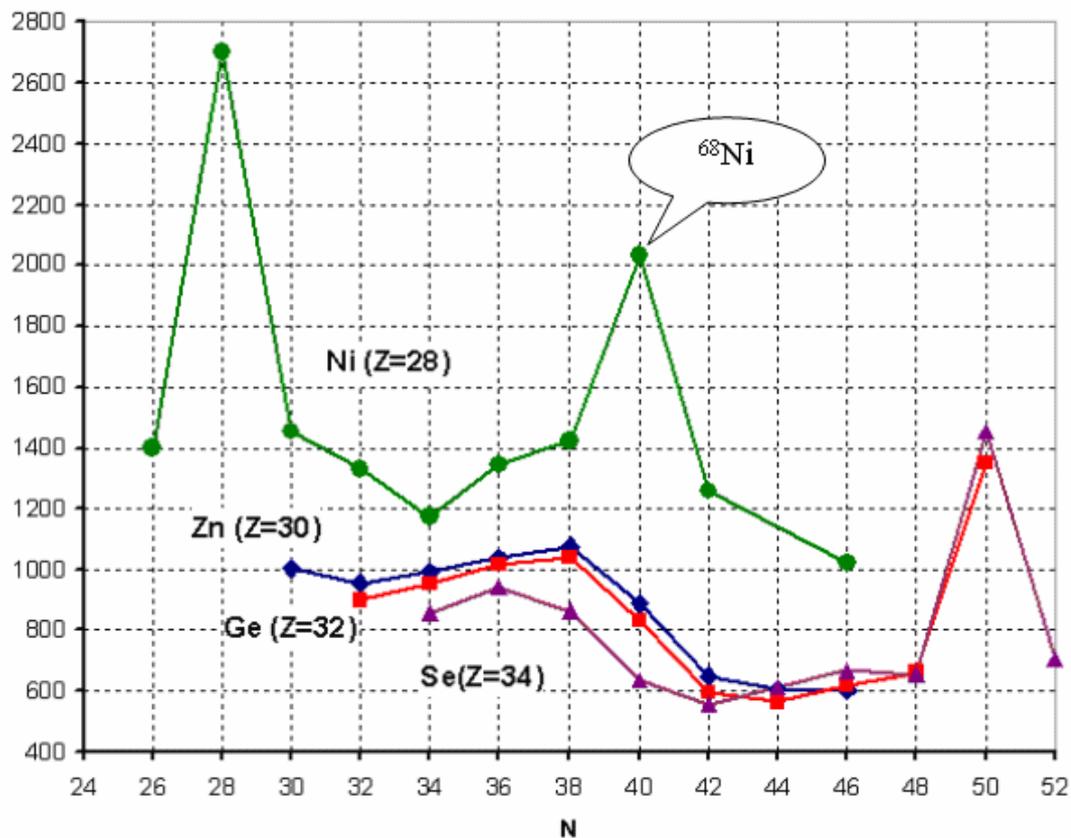


Рис. 12. Энергии первых возбужденных состояний  $2^+$  четно- четных изотопов Ni, Zn, Ge, Se.

### 2.3 Ядра вблизи $^{54}\text{Ca}$

Число  $Z = 20$  является известным классическим магическим числом. Однако в его проявлениях наблюдаются отклонения от стандартной картины. На рис. 4 показаны значения энергий первых возбужденных состояний  $2^+$ . Согласно стандартной картине, для ядер в этой области должны наблюдаться приблизительно одинаковые по величине максимумы вдоль линии  $Z = 20$  с двумя пиками при пересечении с другими магическими числами  $N=20$  и  $N=28$ . Вместо этого имеет место, во-первых, исчезновение максимумов в середине между  $N=20$  и  $N=28$  и, во-вторых, наличие областей с повышенными значениями  $E(2^+_1)$  не только при  $N=20$  и  $N=28$ , но и в районе чисел  $N = 32 - 34$ . Последняя из названных областей соответствует числам  $N$ , не являющимся классическими магическими. Вблизи ядер Ca с  $N = 32 - 34$  существуют другие ядра - Ti, Cr, имеющие повышенные значения  $E(2^+_1)$ . Указанные ядра образуют область магичности.

Подробному исследованию структуры возбужденных состояний ядер Ca, Ti, Cr с большим количеством нейтронов посвящено большое количество исследований, как экспериментальных, так и теоретических. Рис. 13 [8] дает общее представление о результатах этих исследований. На нем приведены полученные из эксперимента энергии первых  $2^+$  состояний и проводится их сравнение с результатами некоторых теоретических расчетов. Результаты теоретических расчетов в рассматриваемом случае важны. Для ядер с большим

нейтронным избытком в силу недостатка экспериментальных данных значимыми могут оказаться теоретические оценки величин.

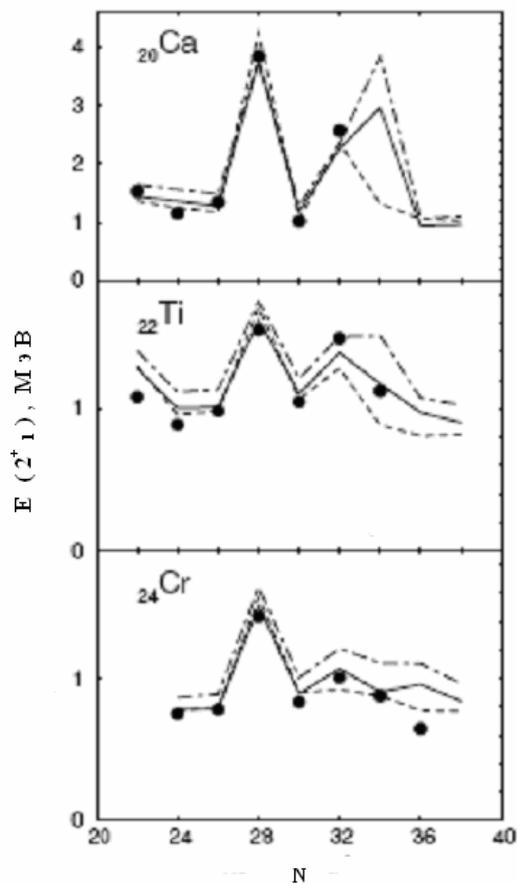


Рис. 13. Энергии (МэВ) первых  $2^+$  состояний ядер Ca, Ti, Cr в зависимости от числа нейтронов [8]. Точки – экспериментальные значения, штриховая линия – вычисления с предположением наличия взаимодействий KB3G, сплошная линия – GXPF1A взаимодействий, линия штриховая с точкой – GXPF1 взаимодействий.

изменении  $Z$ . Для  $N = 34$  экспериментальные данные свидетельствуют об уменьшении  $E(2^+_1)$  для Ti и Cr. При этом экспериментальные значения известны только для Ti и Cr, а теоретические результаты неоднозначны.

В основе описания [8] наблюдаемых максимумов  $E(2^+_1)$  лежит предположение о существовании энергетической щели в подоболочках ядер. Для объяснения эволюции оболочечной структуры рассматривается спин-изоспиновая часть нуклон-нуклонного взаимодействия, относительно которого показано [12], что она имеет максимальные значения для нуклонов с полными моментами  $j_< = l - 1/2$  и  $j_> = l + 1/2$  и разными изоспинами. Это приводит к рассмотрению притягивающего монополярного взаимодействия протонов и нейтронов с указанными значениями моментов. Уменьшение щели  $N=34$  при переходе от Ca к

В качестве основы расчетов использовалась модель оболочек с разными потенциалами взаимодействия. Взаимодействие GXPF1 [9] является модификацией Боннского-С потенциала. Она основана на подгонке параметров, которая учитывает данные почти 700 экспериментальных значений различных энергий для 87 ядер. Взаимодействие GXPF1A [8] есть модификация GXPF1, разработанная специально для описания полученных экспериментальных значений энергий уровней  $2^+$  в изотопах Ti с числом нейтронов  $N=34$ . В [8] рассматриваются также взаимодействия KB3G из семейства KB3 [10] и не представленное на рисунке FPD6 [11].

Рис. 13 показывает, что для всех рассматриваемых ядер Ca, Ti, Cr, согласно

экспериментальным данным, имеет место возрастание значений энергий  $E(2^+_1)$  для нейтронного числа  $N = 32$  по сравнению с  $N = 30$ . Все представленные теоретические модели достаточно хорошо, по крайней мере, на качественном уровне, описывают это возрастание при переходе от  $N=30$  к  $N=32$  и при

Cr, согласно [8], происходит благодаря тому, что, по мере заполнения протонами подболочки  $1f_{7/2}$ , это взаимодействие приводит к более быстрому понижению нейтронной орбиты  $1f_{5/2}$  по сравнению с другими орбитами нейтронной оболочки. Таким способом удалось описать наблюдаемое в эксперименте понижение энергии первого возбужденного состояния  $2^+$  в ядрах  $^{56}\text{Ti}$ ,  $^{58}\text{Cr}$ . Самым важным и при этом самым неопределенным является вопрос о значении  $E(2^+_1)$  для ядра  $^{54}\text{Ca}$ . Согласно расчетам GXPF1A, ядро  $^{54}\text{Ca}$  имеет самое большое значение энергии первого возбужденного уровня  $2^+$  по сравнению с остальными ядрами этого региона.  $Z=20$ : энергия  $E(2^+_1)$  для  $^{54}\text{Ca}$  равна приблизительно 3.8 МэВ, что заметно больше, чем экспериментальное значение для соседнего  $^{52}\text{Ca}$  (2.56 МэВ) и значительно больше, чем экспериментальные значения для всех других ядер этого региона, в том числе имеющих число нейтронов  $N=32$  изотопов  $^{54}\text{Ti}$  и  $^{56}\text{Cr}$  (1.49 МэВ и 1.01 МэВ соответственно). Сказанное иллюстрируется рис. 13. Это предсказание расходится с расчетами, выполненными с применением потенциала взаимодействия KB3G, которые приводят к низкому значению  $E(2^+_1)$  для  $^{54}\text{Ca}$ . Оба типа вычислений, GXPF1A и KB3G, оказываются наиболее успешными при описании общей динамики изменений  $E(2^+_1)$  для остальных ядер. В работе [13] получены характеристики возбужденных состояний ядер  $^{50,51,52}\text{Ca}$ , приведена их интерпретация с точки зрения оболочечной модели и сделана экстраполяция полученных результатов на возбужденные состояния ядра  $^{54}\text{Ca}$ , которая свидетельствует, скорее, в пользу отсутствия среди них высокого значения  $E(2^+_1)$ . Для получения более достоверных данных необходимы прямые измерения этой величины.

Сказанное верно в предположении, согласно которому последовательность нейтронных подболочек в  $^{54}\text{Ca}$  есть  $2p_{3/2}$ ,  $2p_{1/2}$ ,  $1f_{5/2}$ , что следует из расчетов с применением потенциалов GXPF1, GXPF1A и KB3G. Существуют и другие предсказания относительно этого порядка, например,  $2p_{3/2}$ ,  $1f_{5/2}$ ,  $2p_{1/2}$ , согласно расчетам с потенциалом FPD6 [14].

Таким образом, в области ядер с числами нуклонов  $Z \sim 20, 22, 24$  и  $N \sim 32, 34$  существует остров магичности. Данные о том, какое ядро имеет наивысшее значение  $E(2^+_1)$  в этой области, можно получить из экспериментальных данных и теоретических оценок. Часть расчетов, весьма успешных при описании общей динамики изменений экспериментальных значений энергий  $E(2^+_1)$  для ядер этого региона, указывает на  $^{54}\text{Ca}$  как на ядро, имеющее существенно большее значение  $E(2^+_1)$  по сравнению с остальными ядрами этого региона.

#### 2.4. Ядра вблизи $(Z, N) \sim (14, 16)$ .

Из рис. 4 видно, что в области ядер с числами нуклонов 14 и 16 наблюдается группа ядер с максимальными значениями энергий  $E(2^+_1)$ , возникновение которых не может быть объяснено

влиянием классических магических чисел. Группа образует область в форме прямого угла. На рис.14 эта группа представлена более подробно. Имеет место пик, состоящий из трех вершин, которые соответствуют ядрам с числами нуклонов  $(Z,N) = (14,16)$ ,  $(16,16)$  и  $(16,14)$ , или ядрам  $^{30}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{30}\text{S}$ . Значения  $E(2^+_1)$  для указанных трех ядер равны приблизительно 2.2 МэВ и являются наибольшими по сравнению с близлежащими ядрами [15,16]. В эту вершину не входит пара  $(14,14)$ : ядро  $^{28}\text{Si}$  имеет меньшее значение  $E(2^+_1) \approx 1.78$  МэВ. В согласии со сказанным находятся систематики величин  $E(4^+_1)/E(2^+_1)$  и  $\beta_2$  [6], приведенных в таблице 1 [15]: их минимальные значения достигаются именно для найденных выше пар нуклонных чисел. Анализ энергий отделения нуклонов также приводит к согласию с данными по  $E(2^+_1)$ . Таким образом, в рассматриваемой области парами чисел нуклонов  $Z$  и  $N$  в ядре, приводящих к возникновению экстремумов функций магичности, являются пары  $(14,16)$ ,  $(16,16)$  и  $(16,14)$ .

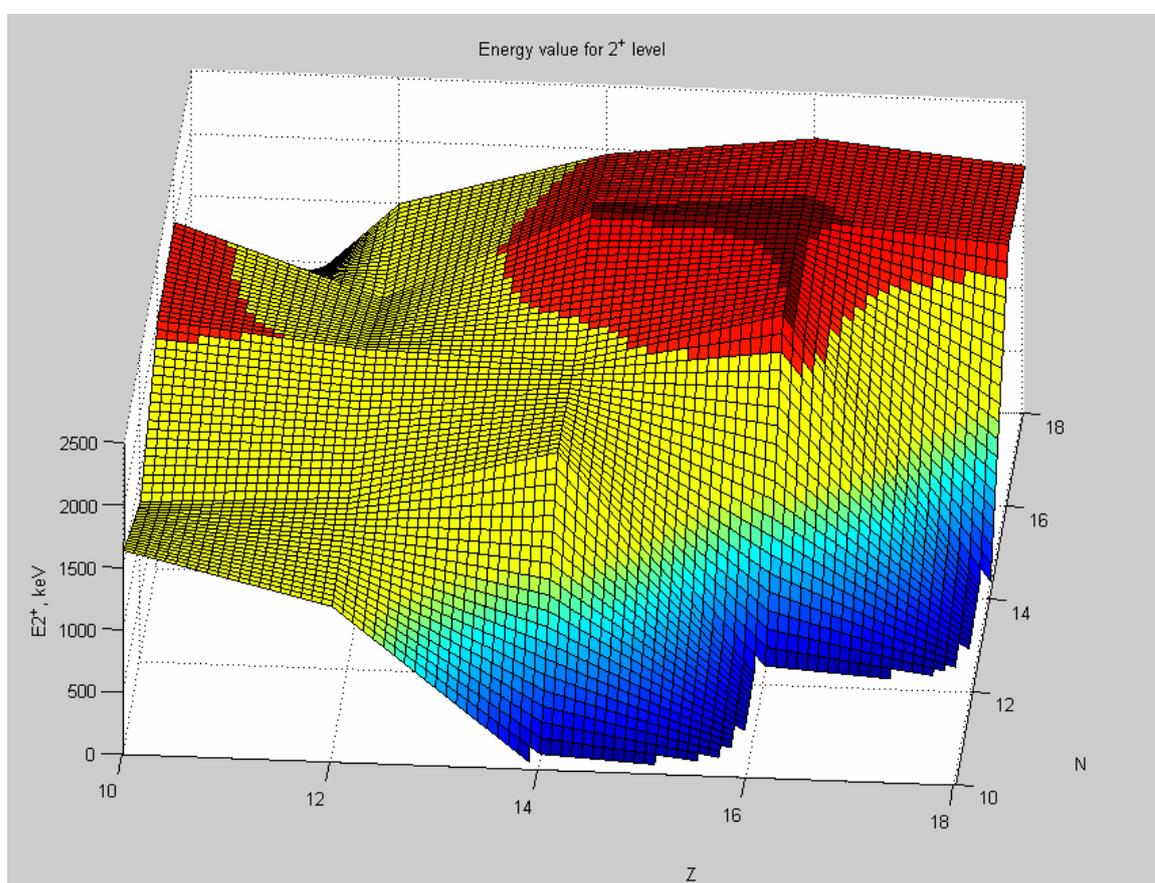


Рис.14. Энергии первых возбужденных состояний  $E(2^+_1)$  ядер вблизи  $(Z, N) = (14,16), (16,16), (16,14)$ .

Таблица 1.

Экспериментальные данные для функций магичности ядер с  $Z, N = 14$  [15].

$Z = 14$				$N = 14$			
Ядро	N	$E(4^+_1)/E(2^+_1)$	$\beta_2$	Ядро	Z	$E(4^+_1)/E(2^+_1)$	$\beta_2$
				$^{24}\text{Ne}$	10		0.41
$^{26}\text{Si}$	12	2.92	0.44	$^{26}\text{Mg}$	12	2.39	0.48
$^{28}\text{Si}$	14	2.6	0.42	$^{28}\text{Si}$	14	2.6	0.41
$^{30}\text{Si}$	16	2.36	0.32	$^{30}\text{S}$	16		0.34
$^{32}\text{Si}$	18	(2.83)	0.36				
$^{34}\text{Si}$	20		0.18				
$^{36}\text{Si}$	22		0.26				
$^{38}\text{Si}$	24		0.25				

Интересно проследить, как проявляют себя числа 14 и 16 в паре с другими числами. На рис. 15 рассматриваются наличие или отсутствие максимума  $E(2^+_1)$  в ядрах, имеющих числа нейтронов или протонов 14 или 16. Разными способами выделены разные по величине максимумы значений  $E(2^+_1)$  при пересечении по горизонтали или по вертикали с линиями ( $N$  или  $Z$ ) = (14 или 16). Отсутствие выделения означает отсутствие максимума. Следует оговориться, что в некоторых случаях линии ( $N$  или  $Z$ ) = (14 или 16) оказываются крайними на графике, т.е. ядра с этими числами нуклонов не имеют соседей с известными значениями  $E(2^+_1)$ . В таких случаях максимумы – односторонние, и их выделение на рисунке условное, что, впрочем, в каждом случае можно легко заметить и, к тому же, не влияет на общие выводы.

Видно, что в разных областях влияние чисел 14 и 16 проявляется с разной силой. Наиболее сильные максимумы соответствуют парам с классическими магическими числами  $Z = 8$  и  $N = 20$ . Следующими по силе проявления оказываются три пары, образующие наблюдавшуюся выше треугольную вершину (14, 16), (16, 16), (16, 14). Далее по мере убывания значений максимумов следуют ядра вблизи этого треугольника. Это убывание несимметрично. Наличие максимумов  $E(2^+_1)$  для ( $N$  или  $Z$ ) = (14 или 16) прослеживается при удалении от треугольника в сторону уменьшения  $N$  и  $Z$  во всей области известных данных. В противоположность этому, в области больших значений  $N$  максимумы имеют место только до  $N = 20$ , и для  $N > 20$  наблюдается полное исчезновение влияния чисел 14 и 16.

Проведенное исследование указывает на наличие свойства неклассической магичности, которое можно определить как парность, или корреляция, магичности чисел  $N$  и  $Z$ . Это согласуется с предложенной концепцией о магических свойствах, например, пары чисел  $Z = 40$ ,  $N = 56$ . В данном случае наблюдается аналогичное явление. Выше было показано, что, например, магичность числа  $Z = 14$  максимально проявляется при  $N = 16$ , и наоборот. Также

магической является пара (16, 16). Однако, как следует из рис. 15, ни 14, ни 16 не являются устойчивыми магическими числами, каковыми являются классические числа (см. рис.1). При удалении от этих трех точек, особенно при переходе в область  $N > 20$ , на следующую оболочку, магичность чисел  $Z = 14$  и  $16$  ослабевает и исчезает. Если бы протонные и нейтронные числа 14 и 16 вели себя как классические, устойчивые магические числа и проявляли себя независимо друг от друга, эффекты проявляли бы себя приблизительно с одинаковой интенсивностью для разных ядер, в том числе и в области  $N > 20$ . Далее, пересечение с магическим  $N=28$ , т.е. замыкание нейтронной подоболочки  $1f_{7/2}$ , давало бы дважды магические изотопы Si и S с  $N=28$ , и это проявлялось бы очень отчетливо и было бы очень хорошо видно. Наконец, в классическом случае пара ( $Z=14$ ,  $N=14$ ) давала бы максимум относительно соседних четно-четных ядер. Однако в реальности нет ни первого, ни второго, ни третьего.

Данное рассмотрение показывает, что не всякое замыкание двух подоболочек в области легких и средних ядер автоматически приводит к возникновению магических чисел. При возникновении неклассических магических пар налицо взаимное влияние протонной и нейтронной структур. Нахождение пар магических чисел в каждом отдельном случае является задачей специального исследования, решаемой на основе анализа данных.

	<b>Z</b>																
<b>Fe</b>	<b>26</b>					↓	↓										<b>765</b>
<b>Cr</b>	<b>24</b>																<b>752</b>
<b>Ti</b>	<b>22</b>									<b>1556</b>	<b>1083</b>	<b>889</b>					
<b>Ca</b>	<b>20</b>							<b>2206</b>	<b>3904</b>	<b>1525</b>	<b>1157</b>	<b>1346</b>	<b>3831</b>	<b>1026</b>	<b>2563</b>		
<b>Ar</b>	<b>18</b>					<b>1867</b>	<b>2091</b>	<b>1970</b>	<b>2167</b>	<b>1461</b>	<b>1208</b>	<b>1158</b>	<b>1577</b>				
<b>S</b>	<b>16</b>	→			<b>1512</b>	<b>2211</b>	<b>2230</b>	<b>2128</b>	<b>3291</b>	<b>1292</b>	<b>904</b>	<b>890</b>	<b>1334</b>				←
<b>Si</b>	<b>14</b>	→		<b>1860</b>	<b>1796</b>	<b>1779</b>	<b>2235</b>	<b>1941</b>	<b>3328</b>	<b>1399</b>	<b>1084</b>	<b>986</b>	<b>770</b>				←
<b>Mg</b>	<b>12</b>			<b>1247</b>	<b>1369</b>	<b>1809</b>	<b>1473</b>	<b>1482</b>	<b>885</b>								
<b>Ne</b>	<b>10</b>	<b>1690</b>	<b>1887</b>	<b>1634</b>	<b>1275</b>	<b>1982</b>	<b>2018</b>		<b>791</b>								
<b>O</b>	<b>8</b>	<b>6590</b>	<b>6917</b>	<b>1982</b>	<b>1674</b>	<b>3199</b>	<b>3810</b>										
<b>C</b>	<b>6</b>	<b>4438</b>	<b>7012</b>	<b>1766</b>	<b>1620</b>												
<b>Be</b>	<b>4</b>	<b>3368</b>	<b>2102</b>			↑	↑										
		<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>22</b>	<b>24</b>	<b>26</b>	<b>28</b>	<b>30</b>	<b>32</b>	<b>N</b>	

Рис. 15. Энергии  $E(2^+_1)$  первых возбужденных состояний  $2^+$  четно-четных ядер с числами нуклонов  $Z = 4 - 26$ ,  $N = 6 - 32$ . Разными способами выделено наличие максимумов  $E(2^+_1)$  при пересечении линий ( $N$  или  $Z$ ) = 14 и ( $N$  или  $Z$ ) = 16. Желтым цветом отмечены ядра с энергиями  $E(2^+_1)$  от 0 до 2.2 МэВ, красным – с энергиями от 2.2 до 3.0 МэВ, подчеркиванием - с энергиями свыше 3.0 МэВ. Отсутствие выделения означает отсутствие максимума.

## 2.5 Ядра с $N = 20$

Рис.15 позволяет исследовать особенности проявления классического магического числа  $N = 20$ . Оно отчетливо проявляет себя в виде максимумов значений  $E(2^+_1)$  вдоль линии  $N = 20$ . Наибольшее значение достигается в дважды магической точке ( $Z = 20, N = 20$ ). Однако число  $N = 20$  является магическим только начиная с  $Z = 14$  и не является таковым при меньших значениях  $Z$ . Энергия  $E(2^+_1)$  для пары ( $Z = 12, N = 20$ ) меньше, чем для ( $Z = 12, N = 18, 16$  и т.д.). При  $Z = 10, N = 20$  энергия  $E(2^+_1)$  также мала по абсолютной величине и меньше, чем для ( $Z = 10, N = 16, 14$  и т.д.). При этом пары ( $Z = 14, N = 20$ ) и ( $Z = 16, N = 20$ ) дают приблизительно одинаковые значения  $E(2^+_1)$ , которые являются максимумами на всей линии  $N = 20$ , за единственным и естественным исключением отмеченной выше классической пары ( $Z = 20, N = 20$ ). Сказанное дает основание отметить эту область максимумов из двух точек. Ей соответствуют пары ( $Z = 14, N = 20$ ) и ( $Z = 16, N = 20$ ).

## 2.6 Ядра вблизи $^{14}\text{O}, ^{16}\text{O}, ^{14}\text{C}$

На рис. 4 наблюдается группа ядер с числами нуклонов каждого типа 6 и 8 с повышенными значениями  $E(2^+_1)$ . Более подробно эта группа изображена на рис.16. Налицо нарушение классической магичности числа 8. Вместо прямолинейных «горных хребтов», образованных максимумами  $E(2^+_1)$  вдоль прямых  $N = 8$  и  $Z = 8$ , и «пика» при пересечении этих линий имеет место характерный пик с тремя вершинами, которым соответствуют приблизительно одинаковые значения  $E(2^+_1)$ . Вершинам соответствуют ядра с числами протонов и нейтронов (6,8), (8,8), (8,6), т.е.  $^{14}\text{C}, ^{16}\text{O}, ^{14}\text{O}$ . Аналогичная конфигурация максимумов наблюдалась в предыдущем случае. Помимо максимумов  $E(2^+_1)$ , в указанных ядрах достигаются минимумы отношений  $E(4^+_1)/E(2^+_1)$  и параметров деформаций  $\beta_2$  [15]. Анализ энергий отделения нуклонов указывает на ту же тройку ядер.

Рис. 17 дает возможность получить представление о количественных масштабах явления. Представленные данные показывают, что и стандартное магическое число 8, и нестандартное магическое число 6 проявляют себя в различных парах одинаковой силой. Максимумы при пересечении линий ( $N$  или  $Z$ ) = (6 или 8) наблюдаются во всех изотопических и изотонических рядах. Для  $N, Z < 8$  они составляют величину приблизительно 3 - 4 МэВ (за исключением  $^{12}\text{Be} - 2.1$  МэВ). Значительно более сильными, как только что указывалось, являются максимумы энергий, возникающие в ядрах с пересечением этих чисел, они составляют 6.6 – 7.1 МэВ. При этом пара (6,6) дает  $E(2^+_1) = 4.4$  МэВ, что заметно меньше, чем для найденной выше тройки ядер. Изложенное дает основания рассматривать область ядер

вблизи точек  $(N,Z) = (6,8), (8,6), (8,8)$  как область магичности, причем центральными в этой области являются указанные три точки. Из них пара  $(8,8)$  является хорошо известной парой стандартных магических чисел, приводящей к дважды магическому ядру  $^{16}\text{O}$ . Такую же величину  $E(2^+_1)$  дают нестандартные пары  $(6,8)$  и  $(8,6)$ .

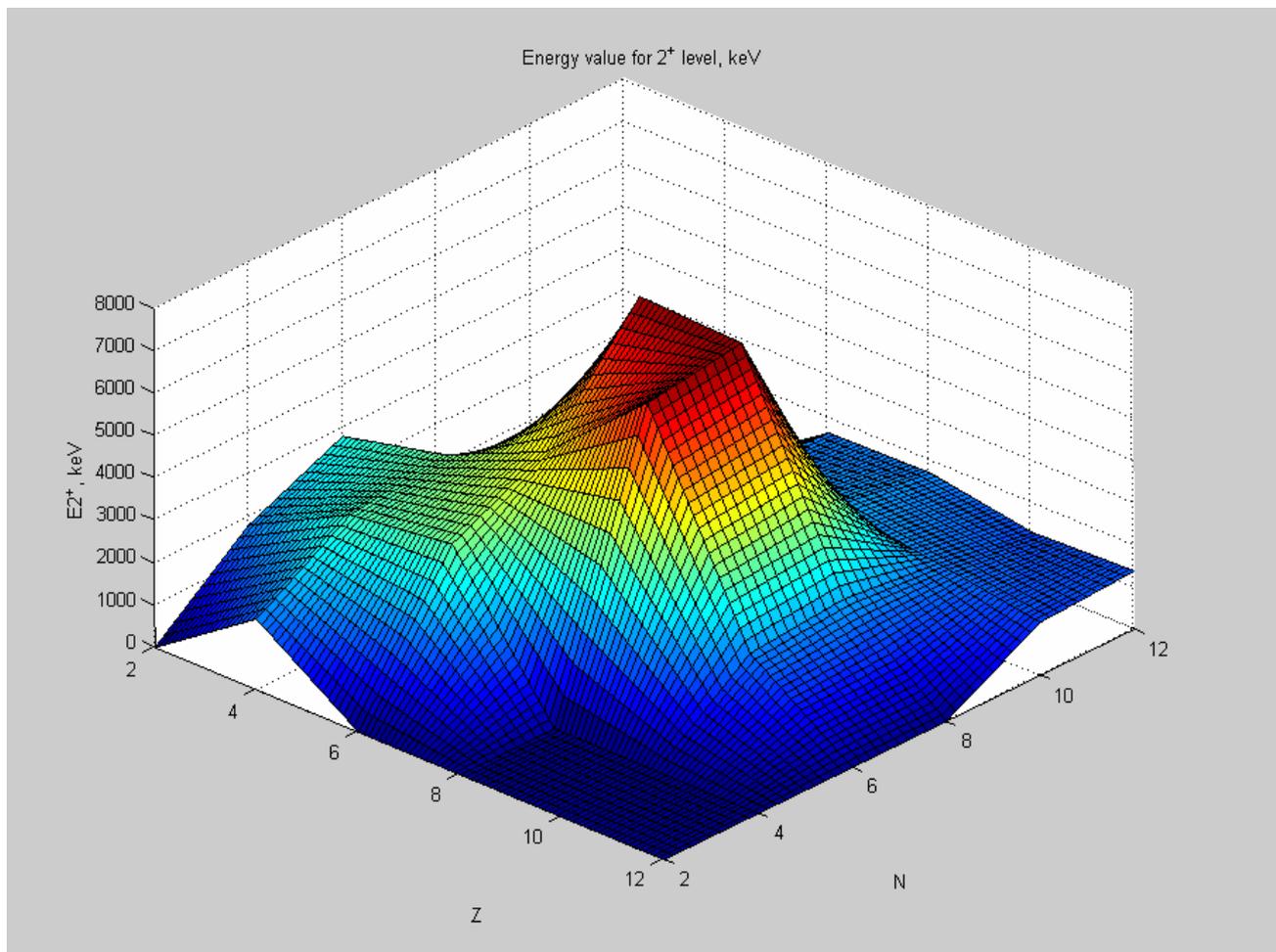


Рис.16. Энергии первых возбужденных состояний  $E(2^+_1)$  ядер вблизи  $(Z, N) = (6,8), (8,8)$  и  $(8,6)$ .

Рис. 17 позволяет более детально проследить особенности проявления магических чисел 6 и 8. Как и в предыдущем случае для чисел 14, 16, в разных областях влияние чисел 6, 8 проявляется с разной силой. Аналогично предыдущему случаю, это влияние при движении от треугольника наиболее магических ядер в сторону уменьшения  $Z$  и  $N$  остается значительным, а при движении в сторону увеличения, в область  $N > 8$ , при переходе на другую нейтронную оболочку – резко падает. Влияние обоих чисел 6 и 8 при числе нуклонов противоположного сорта больше, чем 8, т.е. 10, 12 и т.д., резко, значительно ослабевает, почти исчезает, и соответствующие энергии равны 1.6 - 2.0 МэВ. При достаточном удалении от  $N = 8$ , при  $N = 14$ ,

16, снова наблюдается увеличение значений максимумов. Несмотря на разницу в поведении зависимостей значений  $E(2^+_{1})$  в предыдущем и настоящем случае, объяснение здесь одно и то же. Эффекты в обоих случаях объясняются парностью, взаимозависимостью протонных и нейтронных магических чисел, что характерно для неклассических магических ядер. Отличие состоит в том, в данном случае возникает еще один остров магичности при  $Z = 8, N = 14, 16$ . Он рассматривается далее.

	<b>Z</b>									
<b>Ar</b>	<b>18</b>			↓	↓			<b>1867</b>	<b>2091</b>	
<b>S</b>	<b>16</b>						<b>1512</b>	<b>2211</b>	<b>2230</b>	
<b>Si</b>	<b>14</b>					<b>1860</b>	<b>1796</b>	<b>1779</b>	<b>2235</b>	
<b>Mg</b>	<b>12</b>					<b>1247</b>	<b>1369</b>	<b>1809</b>	<b>1473</b>	
<b>Ne</b>	<b>10</b>			<b>1690</b>	<b>1887</b>	<b>1634</b>	<b>1275</b>	<b>1982</b>	<b>2018</b>	
<b>O</b>	<b>8</b>	→		<b>6590</b>	<b>6917</b>	<b>1982</b>	<b>1674</b>	<b>3199</b>	<b>3810</b>	
<b>C</b>	<b>6</b>	→	<b>3354</b>	<b>4439</b>	<b>7012</b>	<b>1766</b>	<b>1620</b>			
<b>Be</b>	<b>4</b>	<b>1670</b>	<b>3030</b>	<b>3368</b>	<b>2102</b>					
<b>He</b>	<b>2</b>		<b>1797</b>	<b>3100</b>	<b>3240</b>					
		<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>N</b>

Рис. 17. Энергии  $E(2^+_{1})$  первых возбужденных состояний  $2^+$  четно-четных ядер с числами нуклонов  $Z = 2 - 18, N = 2 - 16$ . Выделено наличие максимумов при пересечении линий ( $N$  или  $Z$ ) = (6 или 8). Зеленым цветом отмечены ядра с энергиями  $E(2^+_{1})$  от 1.0 до 2.0 МэВ, желтым – от 2.0 до 6.0 МэВ, красным – свыше 6.0 МэВ.

## 2.7 Ядра вблизи $^{24}\text{O}$

Ядро  $^{24}\text{O}$ , как следует из экспериментальных данных, является последним связанным изотопом кислорода (см., напр., [17] и ссылки). Ввиду недостатка экспериментальных данных, часть информации о свойствах исследуемых ядер вблизи границы нуклонной стабильности получена из теоретических оценок.

На рис.18 изображены полученные экспериментально и оцененные теоретически значения энергий первых возбужденных состояний  $2^+$  и энергий отделения нейтрона изотопов кислорода с большими  $N$ . За основу взят рис. 1 из [18]. Экспериментальные данные об энергиях первого  $2^+$  состояния известны для изотопов до  $^{24}\text{O}$  включительно. Для изотопов до  $^{22}\text{O}$  эти энергии известны с хорошей точностью [3]. Энергия первого возбужденного состояния  $2^+$  для ядра  $^{24}\text{O}$  оценивается приблизительно равной 3810 кэВ [19]. Эта оценка  $E(2^+_{1})$  следует из учета нижней границы значения  $E(2^+_{1})$  для  $^{24}\text{O}$ , установленной из экспериментов по гамма-спектроскопии [20] и равной 3.7 МэВ, и вычислений в рамках приближения случайных фаз [19].

Найденное значение 3810 кэВ больше значений 1675 кэВ и 3190 кэВ для соседних  $^{20}\text{O}$  и  $^{22}\text{O}$  соответственно, а также почти в два раза превосходит известные из эксперимента значения

$E$  (МэВ)

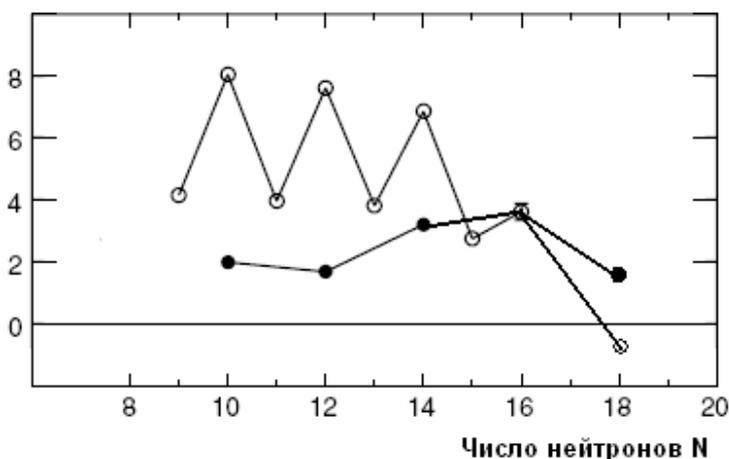


Рис. 18. Энергии первых возбужденных состояний  $2^+$  четно-четных изотопов кислорода с  $N > 8$  (заполненные кружки) [18]. Энергии отщепления нейтрона изотопов кислорода с  $N > 8$  (пустые кружки). Точные значения энергии отщепления нейтрона для  $N > 16$  не определены, однако известно, что они отрицательны. Приведены экспериментальные значения всех величин, кроме  $E(2^+)$  для  $^{26}\text{O}$ . Для последнего значения приведены теоретические оценки [18].

энергий  $2^+$  для более тяжелых изотопов с  $N = 16$  [19].

Существование максимума  $E(2^+)$ , достигаемого в ядре  $^{24}\text{O}$  относительно других изотопов кислорода в этой области, надежно подтверждается теоретическими вычислениями. В [18]

подробно представлены результаты вычислений с использованием двух видов потенциалов. Один из них - феноменологический одно-бозонный обменный потенциал (ОБЕР) успешно описывает энергии отщепления изотопов кислорода в этой области, определяя  $^{24}\text{O}$  как последний

связанный изотоп, а также хорошо воспроизводит структуру уровней  $^{22}\text{O}$ . Другой - Боннский-А потенциал (Bonn-A) с ренормализованной G-матрицей оказывается менее успешным в описании этих свойств. Тем не менее, и тот, и другой уверенно указывают на одно и то же ядро  $^{24}\text{O}$  как на ядро, имеющее определенно самую высокую энергию  $2^+$  среди изотопов кислорода с  $10 \leq N \leq 18$ , причем разница между энергиями  $E(2^+)$  для  $^{24}\text{O}$  и  $^{22}\text{O}$  даже больше, чем это следует из экспериментальных оценок, - в обоих случаях более 1 МэВ. Разница между энергиями  $E(2^+)$  для ядра  $^{26}\text{O}$ , относительно которого экспериментальные данные отсутствуют, и для  $^{24}\text{O}$  в обоих подходах оценивается еще более значительной величиной - около 3 МэВ. В основе этого явления лежат получаемые в расчетах данные об изменении положения отдельных подболочек *sd*-оболочки и возникающей при  $N=16$  большой щели. Таким образом, рассмотрение экспериментальных и теоретических оценок  $E(2^+)$  приводит к выводу о том, что ядро  $^{24}\text{O}$  обладает самым высоким значением этой энергии среди изотопов  $Z=8$  и более тяжелых изотопов в рассматриваемой области ядер.

Магичность изотонов  $N=16$  исследовалась в [19] на основе оценок, полученных в расчетах в рамках подхода Хартри-Фока-Боголюбова и метода RPA. Критериями магичности авторы считали сферичность формы ядра и наличие значительного энергетического промежутка между уровнями ниже и выше энергии Ферми. Форма ядра и соответствие первому признаку определялись на основе анализа потенциальной энергии в зависимости от параметра деформации.

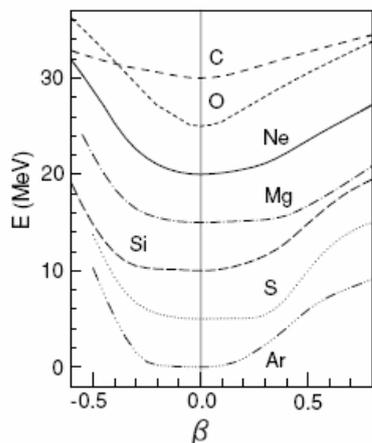


Рис. 19. Поверхности потенциальной энергии изотонов с  $N = 16$  от аргона до углерода в зависимости от параметра деформации [19].

устойчивый и ярко выраженный для  $^{24}\text{O}$  (см. рис. 19). Во-вторых, для  $^{24}\text{O}$  равны нулю и нейтронная, и протонная энергии спаривания, в то время как для  $^{22}\text{C}$  равна нулю только нейтронная энергия.

Итак, ядру  $^{24}\text{O}$  ( $Z = 8$ ,  $N = 16$ ) соответствуют локальные экстремумы параметров, определяющих магичность, в данной области ядер.

### 2.7.1 Проблема $^{28}\text{O}$

Экспериментально показано, что ядро  $^{24}\text{O}$  является последним изотопом кислорода, находящимся внутри границы нуклонной стабильности, в то время как  $^{25}\text{O}$ ,  $^{26}\text{O}$ ,  $^{27}\text{O}$  и  $^{28}\text{O}$  находятся вне этих границ [17]. Последний случай особенно важен. Изотоп  $^{28}\text{O}$  – дважды магический, и обнаружение того, что он нестабилен относительно испускания нейтронов, оказалось неожиданностью. Многие расчеты предсказывали связанность этого ядра. Так, например, упоминаемый выше потенциал Вонн-А с ренормализованной G-матрицей предсказывает [18] положительную энергию связи нейтрона около 2.5 МэВ. Аналогично вычисления [21] с использованием сил Скирма (Sly4, Ska) в методе Хартри-Фока приводят к

значениям энергии отделения нейтрона  $S_n \sim 2.5 - 3.0$  МэВ. Модернизация подходов, введение особых потенциалов взаимодействия, таких, например, как упоминаемый выше ОБЕР, и других (см. напр., [22]), улучшают ситуацию и позволяют получить отрицательные значения энергии связи. Так, вычисления с применением ОБЕР [18] дают своим результатом значения энергии отделения нейтрона для  $^{28}\text{O}$  около  $-1$  МэВ. Таким образом, применяя специальные поправки, теоретически удастся описать неожиданную нуклонную нестабильность  $^{28}\text{O}$ .

Суть проблемы  $^{28}\text{O}$ , однако, не в факте нестабильности этого изотопа самого по себе, а в его относительной нестабильности по сравнению с соседями. Согласно эксперименту, дважды магическое ядро  $^{28}\text{O}$  нуклонно нестабильно, а соседние, нечетные ядра  $^{29,31}\text{F}$  стабильны ( $^{29}\text{F}$  – немагическое по числу протонов,  $^{31}\text{F}$  – немагическое по обоим числам). Необходимо понять, как добавление одного протона может так значительно усиливать ядерную стабильность и приводить к связыванию шести дополнительных нейтронов (см. [23] и ссылки). Стабильными являются, согласно эксперименту, также изотопы  $^{30,32,34}\text{Ne}$ . Важной деталью являются экспериментальные свидетельства того, что ядра  $^{29,31}\text{F}$ , скорее всего, имеют значительную деформацию [23]. При этом параметр нейтронного избытка  $(N-Z)/Z$  для последнего стабильного сферического ядра кислорода  $^{24}\text{O}$  равен 1, а для стабильного деформированного нечетного  $^{31}\text{F}$  – 1.44. Все вместе это выглядит парадоксом.

В работе [24] исследована возможность описать стабильность  $^{29}\text{F}$  на фоне нестабильности  $^{28}\text{O}$  при помощи метода оболочечной модели Монте-Карло. Показано, что добавление протона при переходе от  $^{28}\text{O}$  к  $^{29}\text{F}$  даже с учетом дополнительных нуклон-нуклонных взаимодействий не дает достаточного выигрыша в энергии связи. Только предположения об очень сильной деформации в  $^{29}\text{F}$ , о понижении положения нейтронной подоболочки  $1f_{7/2}$  ближе к  $1d_{3/2}$  и, как следствие, о наличии значительной доли (около 30%) примесей состояний  $4p-4h$  в основном состоянии позволяют получить необходимую поправку к оболочечным значениям энергий связи в этом ядре. Присутствие одних только примесей  $2p-2h$  состояний в основном состоянии  $^{29}\text{F}$  оказывается недостаточным для этого.

В связи с явлением ядерной нестабильности ядра  $^{28}\text{O}$  нередко используются выражения вида «исчезновение магического числа  $N = 20$ ». Подробное рассмотрение наводит на мысль, что термин «исчезновение» по отношению к данному случаю недостаточен. Его применение подразумевает, что ядро  $^{28}\text{O}$  перестает быть магическим, становится «немагическим», обычным, «рядовым» и имеет приблизительно такие же свойства, как и соседние ядра. Дело состоит, однако, в том, что степень стабильности  $^{28}\text{O}$  оказывается не такой же, а заметно ниже, чем у соседей, имеющих приблизительно ту же степень нейтронного избытка. Это говорит о том, что классические магические числа у нейтронно-избыточного ядра  $^{28}\text{O}$  не утрачивают своего влияния, однако это влияние странным образом приводит к противоположному эффекту,

чем в области стабильных ядер – к пониженной стабильности по сравнению с соседними ядрами. Один из путей к пониманию этого явления может быть найден, если предположить сосуществование различных форм нейтронной и протонной конфигураций и наличие нейтрон-протонного спаривания. Подробно эта гипотеза изложена в [16, 25].

## 2.8. Магичность числа $N=26$

Новое магическое число  $N = 26$  появляется в ядрах с относительно большим числом нейтронов. Его магичность даже на фоне остальных необычных явлений в обсуждаемой области исследований выглядит довольно странной, поскольку число 26 не соответствует полному заселению нуклонами какой-либо известной подоболочки, в отличие от иных подобных случаев. Вывод о магичности  $N = 26$  был сделан на основании экспериментальных исследований ядерных масс [26]. Прямой способ увидеть оболочечные эффекты состоит в том, чтобы «удалить» макроскопический вклад в изменения масс. В [26] для этого использовалась модель жидкой капли с конечным радиусом. Разность – микроскопические, или оболочечные, поправки к ядерным массам – представлены на рис. 20. Видно, что магическое число  $N = 26$  проявляет себя вблизи точек  $Z = 14 - 16$  (изотопы Si - S) и быстро исчезает при удалении от этой области.

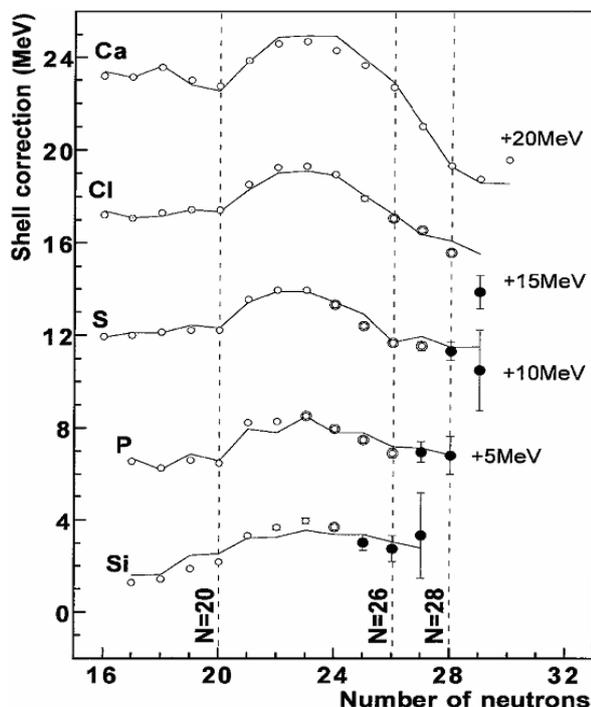


Рис. 20. Микроскопические поправки к ядерным массам. Кружки - экспериментальные значения, линии – вычисления ([26] и ссылки).

## 2.9. Легкие ядра

На рис. 17 представлены значения энергий  $E(2^+_1)$  в области легких ядер. Виден максимум значения  $E(2^+_1)$ , равный 3.2 МэВ, для дважды магического ядра  $^{10}\text{Ne}$ , что соответствует паре  $Z = 2, N = 8$ . Особое внимание привлекает пара  $Z = 2, N = 6$  (ядро  $^8\text{He}$ ). Действительно, численное значение  $E(2^+_1) = 3.1$  МэВ для  $^8\text{He}$  почти равно такому же значению для классического дважды магического изотопа  $^{10}\text{Ne}$ . Но данные о  $E(2^+_1)$  для  $^8\text{He}$  неоднозначны. Данные рис. 17 взяты из [3], в работе [27] на основе анализа большого количества экспериментальной информации делается вывод, что значение  $E(2^+_1)$  для  $^8\text{He}$  равно 3.6 МэВ. Более того, все теоретические расчеты (см. [27] и ссылки) предсказывают значение энергии первого возбужденного состояния  $2^+$  ядра  $^8\text{He}$  не менее 4 МэВ. Если принять две последние приведенные оценки этого значения, то они не только превышают такое же значение для  $^{10}\text{Ne}$ , но и являются максимальным по сравнению со всеми соседними ядрами. Кроме того, следует учесть данные об энергиях связи, согласно которым  $^8\text{He}$  – особый случай связанной нуклонной системы: это ядро является самым нейтронно-избыточным нуклонно-стабильным ядром в природе, для него  $N/Z = 3$ . Это ядро - более связанная система, чем даже  $^6\text{He}$ , ядро с меньшим числом нейтронов, что составляет суть так называемой «гелиевой аномалии». Ясно также, что это ядро не является частью ранее рассмотренного острова магичности с  $(N, Z) \sim (6, 8)$ .

Из сказанного следует вывод, что в указанной области, наряду с классическим дважды магическим ядром  $^{10}\text{Ne}$  существует новое магическое ядро  $^8\text{He}$ . Свойства первого определены парой  $(Z = 2, N = 8)$ , а второго -  $(Z = 2, N = 6)$ . Классическое дважды магическое ядро  $^{10}\text{Ne}$  является нестабильным относительно испускания нуклонов, а ядро  $^8\text{He}$  стабильно.

Картина ядерной стабильности в этой области ядер очень необычна и при этом почти точно повторяет ранее описанную картину в другой области – вблизи ядра  $^{28}\text{O}$ . Последним стабильным изотопом гелия оказывается  $^8\text{He}$ . Ядро  $^{10}\text{Ne}$  – классическое дважды магическое ядро, относительно которого известно, что оно является нестабильным. Соседнее нечетное ядро  $^{11}\text{Li}$ , имеющее на один протон больше, - стабильное сильно нейтронно-избыточное ядро. Аналогично, последним стабильным изотопом кислорода является  $^{24}\text{O}$ . Классическое дважды магическое ядро  $^{28}\text{O}$  характеризуется аномальной относительной нестабильностью: оно является нестабильным относительно испускания нейтронов, в то время как соседнее нечетное и, по-видимому, деформированное ядро  $^{29}\text{F}$ , имеющее на один протон больше, оказывается стабильным. Стоит добавить, что в ядре  $^{11}\text{Li}$  наблюдается нейтронное гало.

Аналогия между физическими свойствами ядер вблизи  $^{28}\text{O}$  и  $^{10}\text{Ne}$  дополняется точной аналогией в оболочечном строении этих ядер. И в том, и в другом случае имеются заполненные протонная и нейтронная оболочки с сильно различающимися нейтронным и протонными

числами. И в том, и в другом случае им соответствуют находящиеся за границей нуклонной стабильности классические дважды магические ядра. И в том, и в другом случае нечетное стабильное ядро получается при наличии одного дополнительного протона на следующей оболочке и т.д. Объяснения особенностей свойств ядер в этих областях могут лежать в проявлениях нейтрон-протонного спаривания и сосуществования форм, что более подробно изложено в [16,25]. Из сказанного, в частности, следует возможность существования нейтронного гало в ядре  $^{29}\text{F}$ .

## 2.10. Итоги п.п. 2.1 - 2.9

Основные итоги рассмотрения, проведенного выше, можно сформулировать следующим образом.

Острова неклассической, или новой, магичности – это компактные группы ядер, наблюдаемые свойства которых систематически отличаются от свойств окружающих ядер и аналогичны свойствам классических магических ядер. В этих областях выделяются ядра, проявляющие указанные свойства с наибольшей силой, в которых соответствующие параметры, указывающие на магичность, достигают локальных экстремумов. Это неклассические магические ядра.

Каждому неклассическому, или новому, магическому ядру соответствует пара чисел (Z, N). Проведенный выше анализ приводит к следующему списку магических пар (Z, N):

(2,6), (6,8), (8,6), (8,16), (14,16), (16,14), (16,16), (14,20), (16,20), (14,26), (16,26), (20,34),  
(28, 40), (40,56).

## 3. Обсуждение

В работе [18] предложено так называемое осцилляторное правило, согласно которому магические пары определяются следующим образом: *если есть осцилляторное магическое число ( $N_0 = 2, 8$  или  $20$ ) одного типа нуклонов, тогда другой тип нуклонов имеет магическое число при заполнении каждого возможного одночастичного состояния.* Таким образом, магическими конфигурациями и, соответственно, ядрами являются  $(2, 1p_{3/2}) - {}^8\text{He}$ ;  $(8, 1p_{3/2}) - {}^{14}\text{O}$ ;  $(8, 1d_{5/2}) - {}^{22}\text{O}$ ;  $(8, 2s_{1/2}) - {}^{24}\text{O}$ ;  $(20, 2p_{3/2}) - {}^{52}\text{Ca}$  и т.д. Список магических пар (Z, N) Брауна – Рихтера выглядит следующим образом:

(2,2), (2,6), (6,8), (8,6), (8,8), (8,14), (8,16), (14,20), (16,20), (20,20), (20,28), (20,32), (20,34).

Видно, что найденный в настоящей работе эмпирический список и осцилляторный список Брауна – Рихтера оказываются весьма похожими.

Стоит, однако, отметить расхождения.

В списке Брауна – Рихтера присутствуют как новые, так и традиционные дважды магические пары (8,8), (20,20), (20,28). В эмпирическом списке последние отсутствуют по изначальному условию поиска: искать только новые магические ядра, т.е. такие, у которых хотя бы одно из чисел является отличным от классического. Разумеется, все классические дважды магические ядра характеризуются экстремальными значениями параметров магичности, которые резко выделяют их среди соседних ядер. Это можно легко наблюдать на соответствующих рисунках и графиках в настоящей работе. Поэтому с формальной точки зрения они могли бы быть включены в эмпирический список, что сделало бы оба списка еще более похожими.

В списке Брауна – Рихтера отсутствуют пары (14,16), (16,14), (16,16) из эмпирического списка. Эти пары были найдены на основе анализа экспериментальных данных. Действительно, ни 14, ни 16 не являются осцилляторными магическими числами.

Кроме того, в осцилляторном списке Брауна – Рихтера отсутствуют пары, связанные с проявлением магического числа  $N = 26$ , т.е. (14,26) и (16,26), что также неудивительно: число 26 формально не соответствует заполнению стандартной одночастичной орбиты и, следовательно, не удовлетворяет осцилляторному правилу.

Список магических пар Брауна – Рихтера обрывается на паре (20,34), в то время как эмпирический список продолжается в область более тяжелых ядер. Это обусловлено только тем, что авторы при формулировке правила в своей работе [18] ограничились первыми тремя осцилляторными числами. Если добавить следующее осцилляторное магическое число 40, то в список Брауна – Рихтера войдут и пары (28, 40), (40,56), включенные в эмпирический список. Однако тогда в него должны войти и такие пары, как, например, (32, 40) или (34, 40), что противоречит экспериментальным данным, см., например, рис. 12.

Более детальный анализ различий есть задача будущего. Сейчас стоит остановиться на главном.

Авторы [18] ставят вопрос: если осцилляторное правило верно, является ли это случайностью или в его основе лежат некоторые физические причины?

Необходимо отметить базовые принципы, лежащие в основе такой постановки задачи. Они состоят в следующем. Неклассические магические ядра характеризуются парами магических чисел. Неклассические магические ядра рассматриваются как случаи единого явления, возникающие как вдали, так и вблизи и внутри области стабильности. Неклассические

магические ядра существуют наряду с традиционными магическими ядрами. Причины их возникновения, возможно, могут быть сведены к небольшому количеству взаимодействий.

Эти принципы совпадают с принципами, составляющими основу настоящей работы, и в своей значительной части подтверждаются проведенным анализом.

В рамках такого подхода всю проблему неклассических магических ядер можно коротко сформулировать следующим простым образом: почему пары такие, а не иные. В настоящей работе было показано, что не любые две заполненные протонные и нейтронные подоболочки приводят к образованию новых магических пар. Аналогичное понимание лежит в основе списка Брауна – Рихтера. Появление определенных чисел в парах носит, по-видимому, неслучайный характер. Возможно, существует какая-то закономерность в таких, а не иных сочетаниях чисел, за которыми стоят некоторые физические причины. Мы не можем, например, трактовать появление нестандартных магических пар как пересечение «слабых» магических чисел, скажем, 40 и 56 или 14 и 16, которые соответствуют заполнению подоболочек и которые по отдельности проявляют себя слабо, а при соединении дают магическое ядро. Почему существует пара  $(Z, N) = (40, 56)$ , но не существует пары  $(Z, N) = (50, 56)$ ? Почему существует пара  $(Z, N) = (14, 16)$ , но не существует пары  $(Z, N) = (16, 28)$ ? Если к сказанному добавить, что могут существовать пары, в состав которых входят числа, вообще не соответствующие заполнению стандартных подоболочек, например,  $(16, 26)$ , то проблема встанет во всей своей полноте и загадочности.

#### 4. Итоги и перспективы.

В настоящей работе рассмотрены проявления нового физического явления – возникновения пар магических чисел и, соответственно, нового класса магических ядер. В ней проведен систематический, построенный на единой логике анализ данных о проявлении магических свойств ядер вдали и вблизи линии стабильности. Итогом анализа явился список пар магических чисел  $(Z, N)$  и формулировка проблемы неклассических магических ядер в этих терминах.

В основе современного взгляда на подобные явления лежит представление о том, что система одночастичных орбит эволюционирует с изменением чисел нуклонов в ядре. Поэтому исследование эволюции подоболочек становится важным источником информации о таких взаимодействиях. В [4] на основе данных срыва и подхвата с применением оригинального метода согласования этих данных получена картина динамики ядерных подоболочек при изменении чисел нуклонов в изотопах Zr. Размер энергетического промежутка между нейтронными подоболочками  $2d_{5/2}$  и  $3s_{1/2}$  и протонными подоболочками  $2p_{1/2}$  и  $1g_{9/2}$  в изотопах

Zr при движении от  $^{90}\text{Zr}$  к  $^{96}\text{Zr}$  увеличивается при изменении числа нейтронов  $N$ , в грубом приближении, согласно закону

$$\Delta E (\text{Zr}) = \Delta E (^{90}\text{Zr}) + (N - 50)/2 * \delta, \quad (1)$$

где  $\delta \approx 0.5$  МэВ. Нейтронная и протонная подоболочечная щель одновременно достигают своего максимума в неклассическом магическом ядре  $^{96}\text{Zr}$ . Важно отметить, что картина эволюции подоболочечной структуры в изотопах Zr получена [4] только на основе экспериментальных данных, без привлечения теоретических предположений о ее причинах.

Числа нуклонов ядра  $^{96}\text{Zr}$   $Z = 40$ ,  $N = 56$  входят в эмпирический список пар, полученный в настоящей работе. Поэтому данные о миграции его подоболочек могут иметь значение и для других неклассических магических ядер. Дальнейшей задачей исследований является изучение на основе экспериментальных данных оболочечной структуры ядер, соответствующих парам из этого списка, уточнение общих закономерностей эволюции структуры их подоболочек.

Одной из причин такой эволюции, по предположению, являются остаточные взаимодействия. Остаточные взаимодействия – это, по существу, индивидуальные взаимодействия, которые не учитываются полностью одночастичным усреднением оболочечной модели. Существует несколько предположений о происхождении этих взаимодействий. Так, например, их источником, согласно [18], могут быть силы, стоящие за «осцилляторным правилом», и в качестве таковых называются многочастичные силы. Другим типом подходов является рассмотрение взаимодействия нуклонов с определенными квантовыми числами. Так, в [12] в качестве причины изменения энергий подоболочек рассматривается монопольное взаимодействие протонов и нейтронов, имеющих полные моменты  $j_{<} = l - 1/2$  и  $j_{>} = l + 1/2$ . Например, исчезновение классического магического числа  $N = 20$  и возникновение нестандартного классического ядра  $N = 16$  при малых  $Z$  объясняется взаимодействием протонов подоболочки  $1d_{5/2}$  и нейтронов подоболочки  $1d_{3/2}$ . В терминах настоящей работы эта особенность соответствует парам (14, 20), (16, 20). В работах [28, 29] показано, что названные взаимодействия могут рассматриваться как проявления тензорных сил.

Многие пары не могут быть объяснены существованием только этих взаимодействий. Поэтому существует необходимость в развитии подходов, основанных на учете иных взаимодействий.

В [25] предложено рассматривать спаривание нейтронов и протонов, имеющих одинаковые значения  $j$ , в качестве взаимодействия, приводящего к изменению положения подоболочек и появлению некоторых неклассических магических ядер. Суть гипотезы состоит в том, что нейтрону и протону с одинаковыми значениями полного момента  $j$  энергетически

выгодно образовывать пару с параллельным или антипараллельным взаимным ориентированием. Введение такого взаимодействия может объяснить существование следующих магических пар из эмпирического списка: (6,8), (8,6), (8,16), (14,16), (16,14), (16,16), (14,26), (16,26), (20,34), (40,56). Эта гипотеза может лежать также в основе объяснения многих фактов, как касающихся непосредственно неклассических магических ядер, так и лежащих рядом с обсуждаемой областью явлений [25].

Результаты настоящей работы позволяют сформулировать направление дальнейших теоретических исследований явлений исчезновения классических и возникновения неклассических магических чисел следующим образом: найти подходы, гипотезы, модели, наиболее полно описывающие всю общую картину явлений и, в частности, найденные магические пары. Число основополагающих предположений или гипотез должно быть минимальным.

В частности, в первом приближении, можно показать, что вся картина нарушений классической магичности, представленная на рис. 3 и 4, может быть описана с учетом всего двух типов взаимодействий: сил притягивающего взаимодействия между протонами и нейтронами, имеющими одинаковые значения орбитального момента  $l$  и значения полного момента  $j = l - 1/2$  и  $j = l + 1/2$  [12], и упомянутых выше сил спаривания между протонами и нейтронами, имеющими одинаковые значения полного момента  $j$  [25]. На основе указанных видов взаимодействия удастся объяснить на качественном уровне основные особенности исчезновения классических и появления неклассических магических чисел в рассматриваемой области ядер. Детальная проверка этого предположения является предметом будущих исследований.

Автор выражает благодарность проф. Б.С. Ишханову за ценные замечания и обсуждение затронутых в данной работе проблем. Автор признателен проф. В.В. Варламову, проф. И.М.Капитонову, проф. Е.М. Романовскому, С.Ю. Комарову за плодотворное сотрудничество.

## Литература

1. M. G. Mayer, Phys. Rev. **75**, 1969 (1949).
2. O. Haxel, J. H. D. Jensen, and H. E. Suess, Phys. Rev. **75**, 1766 (1949).
3. БД ENSDF, см. WWW сайт NNDC.
4. I.N.Boboshin, B.S.Ishkhanov, and V.V.Varlamov. Phys. At. Nucl. **67**, 1872 (2004).
5. О.В.Беспалова, И.Н.Бобошин, В.В.Варламов и др. Изв РАН. сер.физ., **70**, 661 (2006).
6. S.Raman, C.W.Nestor, and P.Tikkanen. Atomic Data and Nuclear Data Tables **67**, 1 (2001).
7. G.Audi, A.H.Wapstra, and C.Thibault, Nucl. Phys. **A729**, 337 (2003).
8. M. Honma, T. Otsuka, B.A. Brown, and T. Mizusaki Eur. Phys. J. A **25**, s01, 499 (2005).
9. M. Honma, T. Otsuka, B.A. Brown, T. Mizusaki, Phys.Rev. **C 65**, 061301(R) (2002).
10. A. Poves, A.P. Zuker, Phys. Rep. **70**, 235 (1981).
11. W.A. Richter, M.G. van der Merwe, R.E. Julies, and B.A.Brown, Nucl. Phys. **A 523**, 325 (1991).
12. T.Otsuka, R.Fujimoto, Y.Utsuno et.al., Phys. Rev. Lett. **87**, 082502 (2001).
13. M. Rejmund, S. Bhattacharyya, A. Navin, Phys. Rev. **C 76**, 021304(R) (2007).
14. S. N. Liddick, P. F. Mantica, R. Broda, Phys. Rev. **C 70**, 064303 (2004).
15. И.Н. Бобошин, В.В.Варламов, Б.С.Ишханов, Е.А.Романовский, Изв. РАН. Сер.Физ. **71**, 339 (2007).
16. И.Н.Бобошин. Препринт НИИЯФ МГУ – 2007 – 4/825.
17. T. Baumann, A. M. Amthor, D. Bazin *et.al.* Nature **449**, 1022 (2007).
18. B. Alex Brown and W. A. Richter, Phys. Rev. **C 72**, 057301 (2005).
19. A. Obertelli, S. P' eru, J.-P. Delaroche *et.al.*, Phys. Rev. **C 71**, 024304 (2005).
20. M. Stanoiu *et al.*, Phys. Rev. **C 69**, 034312 (2004).
21. К.А.Гриднев, Д.К.Гриднев, В.Г.Картавенко *et.al.*, Int. Journ. Mod. Phys. **15**, 673 (2006).
22. E. Caurier, F. Nowacki, A. Poves, and J. Retamosa, Phys. Rev. **C 58**, 2033 (1998).
23. Ю.Э.Пенионжкевич, С.М.Лукьянов, ЭЧАЯ **37**, 439 (2006).
24. Yu. Utsuno, T. Otsuka, T. Mizusaki, and M. Honma, Phys. Rev. **C 64**, 011301(R) (2001).
25. И.Н.Бобошин, ЯФ **71**, 1278 (2008).
26. F. Sarazin, H. Savajols, W. Mittig, and F. Nowacki, Phys. Rev. Lett. **84**, 5062 (2000).
27. Р.Калпакчиева, Ю.Э. Пенионжкевич, Х.Г. Болен, ЭЧАЯ **30**, 1429 (1999).
28. T. Otsuka, T. Suzuki, R. Fujimoto, H. Grawe and Y. Akaishi, Phys. Rev. Lett. **95**, 232502 (2005).
29. T. Otsuka, T. Suzuki, and Yu. Utsuno, Nucl. Phys. **A 805**, 127 (2008).

Игорь Николаевич Бобошин

КЛАССИЧЕСКИЕ И НОВЫЕ МАГИЧЕСКИЕ ЯДРА

Препринт НИИЯФ МГУ № 2008–7/843

Работа поступила в ОНТИ НИИЯФ МГУ 02.09.2008