

Е.В.Балацдина, Е.М.Лейкин, Н.П.Юдин

**БРЕЙТ-ВИГНЕРОВСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
НУКЛОННОГО РЕЗОНАНСА $S_{11}(1535)$**

Препринт НИИЯФ МГУ - 2003-4/717

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. ЛОМОНОСОВА

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Д.В. СКОБЕЛЬЦЫНА

Е.В.Баландина, Е.М.Лейкин, Н.П.Юдин

**БРЕЙТ-ВИГНЕРОВСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
НУКЛОННОГО РЕЗОНАНСА $S_{11}(1535)$**

Препринт НИИЯФ МГУ - 2003-4/717

УДК 539.122 | 539.126.34

E-mail address: yudin@helene.sinp.msu.su

E.V.Balandina, E.M.Leikin, N.P.Yudin

Breit-Wigner characteristics of nucleon resonance $S_{11}(1535)$

Preprint NPI MSU - 2003 - 4/717

Abstract.

The results of the partial-wave analysis of the angular distributions for the process $\gamma p \rightarrow \eta p$ at the energies upto 2 GeV are given. From the energy dependence of the regressoin coefficient $a_0(W)$ the reliable estimates of the Breit-Wigner parameters of $S_{11}(1535)$ -resonance and the energy dependence of real and imagenary parts of electric dipol amplitude E_{0+} and its phase were obtained.

Е.В.Баландина, Е.М.Лейкин, Н.П.Юдин

Брейт-вигнеровские характеристики нуклонного резонанса $S_{11}(1535)$

Препринт НИИЯФ МГУ - 2003-4/717

Аннотация.

Приведены результаты парциально-волнового анализа угловых распределений процесса $\gamma p \rightarrow \eta p$ в области энергий до 2 ГэВ. На основе энергетической зависимости коэффициента регрессии $a_0(W)$ получены достоверные оценки брейт-вигнеровских параметров резонанса $S_{11}(1535)$, а также энергетической зависимости действительной и мнимой частей и фазы электрической дипольной амплитуды E_{0+} .

©Баландина Е.В., 2003

©Лейкин Е.М., 2003

©Юдин Н.П., 2003

©НИИЯФ МГУ, 2003

1 Введение

Статья завершает феноменологический анализ экспериментальных данных по фоторождению η -мезонов на протонах. Первая часть работы [1] была посвящена парциально-волновому анализу угловых распределений и поляризационных наблюдаемых: Σ - асимметрии на пучке линейно поляризованного гамма-излучения и T - асимметрии на поляризованной протонной мишени, измеренным в области энергий гамма квантов от порога до примерно 1 ГэВ. Определение вклада различных парциальных волн проводилось на основе линейной непараметрической модели, а именно, разложения всех наблюдаемых в ряд по полиномам Лежандра и удержания членов разложения, значимо отличных от нуля, что обеспечило несмещенность оценок коэффициентов регрессии.

Второй этап анализа связан с решением системы нелинейных уравнений, содержащих билинейные комбинации действительных и мнимых частей электрических и магнитных мультипольных амплитуд $E_{l\pm}$ и $M_{l\pm}$ образования η -мезона с моментом $l \pm 1/2$. Нелинейный характер этого этапа, вообще говоря, приводит к ряду дополнительных трудностей [2]. Однако, в случае фоторождения η -мезонов на протонах ситуация, как будет видно из дальнейшего, значительно упрощается.

2 Результаты парциально-волнового анализа

Главные выводы парциально-волнового анализа, выполненного в [1] состоят в следующем:

1. Подтверждается известный в литературе факт, что в области энер-

гий от порога до примерно 1 ГэВ η -мезоны рождаются в основном в s -состоянии, причем процесс фоторождения, которому отвечает амплитуда E_{0+} , носит резонансный характер.

2. Вклад более высоких парциальных волн проявляется только в виде sp - и sd -интерференции, причем во всех случаях интерференции вклады малы по сравнению с вкладом доминирующей s -волны, а результаты различных экспериментов противоречат друг другу [3, 4] и [5].

Таким образом, в этой области энергий гамма-квантов проявляется лишь резонанс $S_{11}(1535)$, тогда как влияние расположенных в той же области энергий резонансов $P_{11}(1440)$ и $D_{13}(1520)$ не выходит за пределы влияния нерезонансных процессов, которое, согласно [3] не превышает нескольких процентов от вклада $S_{11}(1535)$.

В этой связи особый интерес представляют результаты анализа дифференциальных сечений процесса $\gamma p \rightarrow \eta p$, измеренных в работе [6] в диапазоне энергий от 0.795 до 1.925 ГэВ с шагом 50 МэВ (всего 24 угловых распределения, измеренных каждое при 8 углах вылета η -мезона). Как и в области более низких энергий в этом случае статистически обоснованной оказалась линейная модель, отвечающая удержанию в разложении дифференциального сечения процесса по полиномам Лежандра первых трех членов [7]. На рис. 1 приведена энергетическая зависимость коэффициентов a_0, a_1 и a_2 , полученных в результате анализа угловых распределений, измеренных в работе [6] (выражение для коэффициентов регрессии a_0, a_1, a_2 через мультипольные амплитуды процесса фоторождения вплоть до членов E_{3-} и M_{3-} приведены в [1]).

Рисунок иллюстрирует и в этом случае доминирующую роль s -волновой

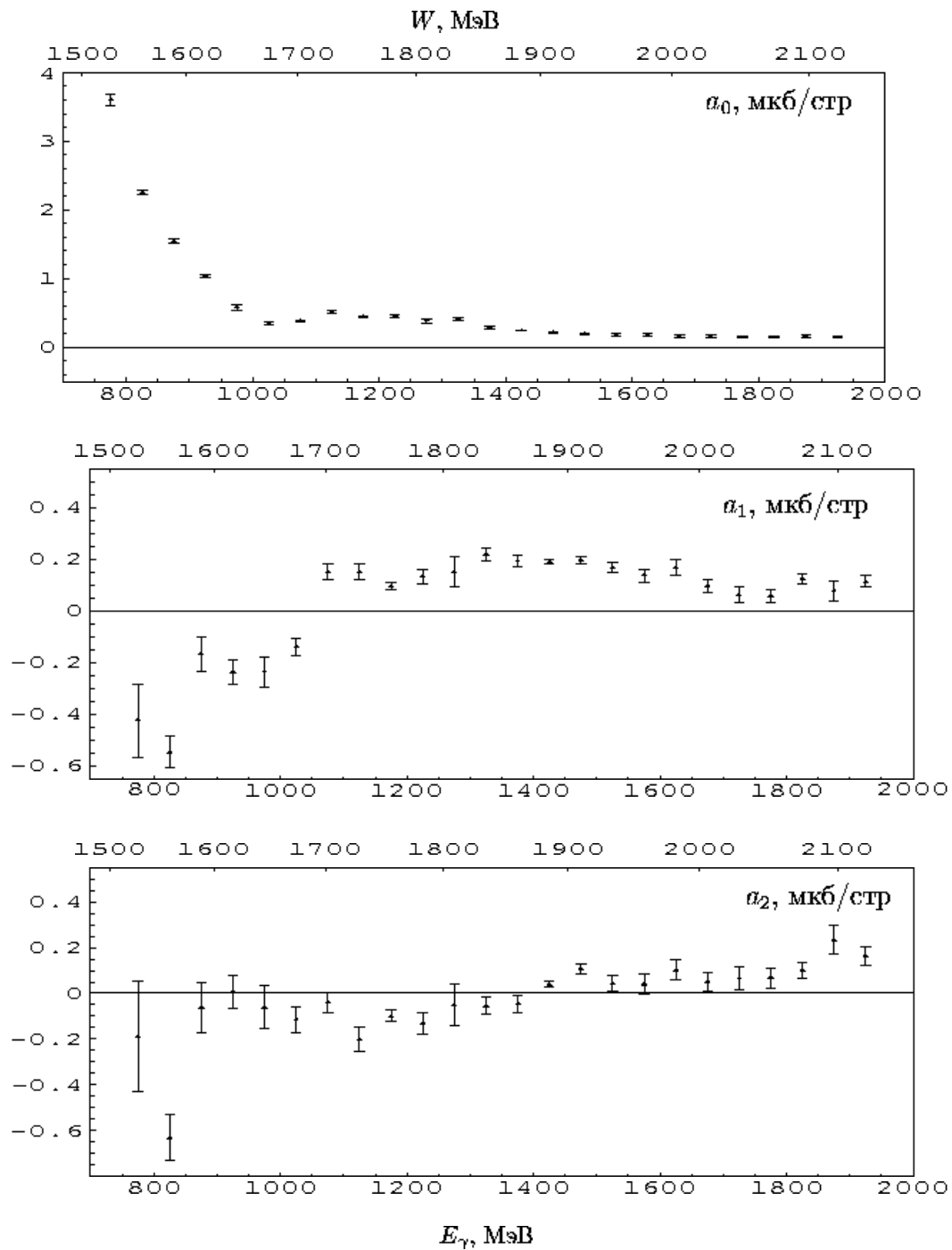


Рис. 1: Зависимость от энергии гамма квантов, E_γ , и полной энергии в системе ЦМ, W , коэффициентов регрессии a_0 , a_1 , a_2 по данным работы [6].

амплитуды, E_{0+} , и примерно на порядок более слабый вклад p - и d -парциальных волн. Обращает на себя внимание также очевидное отсутствие заметных резонансных вкладов в области энергий от 1 до 2 ГэВ, где имеется значительное число твердо установленных нуклонных резонансов, в том числе $S_{11}(1650)$, $D_{15}(1675)$, $F_{15}(1680)$, $P_{13}(1720)$ [8]. Достаточно плавное поведение с энергией a_0 , a_1 и a_2 , по-видимому, свидетельствует о том, что в этой области энергий основную роль играют нерезонансные парциальные волны. Таким образом, $S_{11}(1535)$ представляет собой изолированный широкий резонанс, определение оценок параметров которого приведено ниже.

3 Определение брейт-вигнеровских характеристик резонанса $S_{11}(1535)$ и амплитуды E_{0+} фоторождения η -мезонов на протонах

Результаты определения вклада различных парциальных волн в процесс фоторождения η -мезонов на протонах в диапазоне энергий гамма квантов от порога процесса до примерно 2 ГэВ позволили существенно упростить задачу нахождения характеристик резонанса $S_{11}(1535)$. Это упрощение обусловлено возможностью описать наблюдаемые процесса $\gamma p \rightarrow \eta p$ во всем диапазоне энергий тремя первыми членами разложения в ряд по полиномам Лежандра. Использование трехчленного разложения практически означает, что в формулах (2), (4) и (5) работы [1] следует удерживать только члены, содержащие амплитуду E_{0+} . При этом основной

вклад s -волны присутствует только в первом из уравнений, а именно

$$a_0 = |E_{0+}|^2 \quad (1)$$

Предполагая брейт-вигнеровский характер электрической дипольной амплитуды, можно определить ее характеристики, используя соответствующую параметрическую модель для описания энергетического поведения коэффициента регрессии $a_0(W)$, либо полного сечения процесса $(k/q)\sigma(W)$, которые совпадают с точностью до множителя 4π , но различаются ошибками. Соответствующая формула, учитывающая зависимость ширины резонанса от энергии имеет вид [3]:

$$\frac{k}{q}\sigma(W) = 4\pi a_0(W) = \frac{\sigma(W_R)W_R^2\Gamma_R^2}{(W_R^2 - W^2)^2 + W_R^2\Gamma^2(W)}, \quad (2)$$

где W - полная энергия (масса), Γ_R - полная ширина резонанса,

$$\Gamma(W) = \Gamma_R(b_\eta \frac{q_\eta}{q_{\eta R}} + b_\pi \frac{q_\pi}{q_{\pi R}} + b_{\pi\pi}). \quad (3)$$

b_η , b_π , $b_{\pi\pi}$ - вероятности распада S_{11} по соответствующим каналам, q_η , q_π , $q_{\eta R}$, $q_{\pi R}$ импульсы η и π (индекс R отвечает значению в резонансе). Оценки характеристик, полученные в результате фитирования $a_0(W)$ приведены в таблицах 1, 2, 3 и 4 соответственно для данных работ [3, 4, 5] и [6] (в случае работы [3] фитировались также данные для $(k/q)\sigma(W)$). Таблицы содержат оценки, отвечающие трем парам значений параметров b_η , b_π и $b_{\pi\pi} = 0.1$. В них приведены также спиральные амплитуды, вычисленные по формуле

$$A_{1/2}^2 = \frac{W_R}{2m_p} \frac{\Gamma_R}{b_\eta} \sigma(W_R), \quad (4)$$

m_p - масса протона, а также значения параметра ξ , не зависящего от величины b_η

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{q} \sigma(W_R)}. \quad (5)$$

Таблица 1: Параметры резонанса $S_{11}(1535)$, определенные на основе анализа данных работы [3]

$(k/q)(d\sigma/d\Omega)$	$b_\eta = 0.55, b_\pi = 0.35$	$b_\eta = 0.45, b_\pi = 0.45$	$b_\eta = 0.35, b_\pi = 0.55$
$\sigma(W_R)$, мкб	33.51 ± 1.5	35.88 ± 1.48	38.18 ± 1.57
W_R , МэВ	1563.68 ± 9.53	1555.32 ± 8.32	1547.68 ± 7.86
Γ_R , МэВ	270.42 ± 41.18	264.02 ± 40.5	271.34 ± 46.61
$\xi, 10^{-4} \text{ МэВ}^{-1}$	2.08 ± 0.05	2.15 ± 0.04	2.22 ± 0.05
$A_{1/2}, 10^{-3} \text{ ГэВ}^{-1/2}$	129.25 ± 6.78	142.32 ± 7.46	164.28 ± 9.53
χ^2/ν	1.2	1.21	1.24
$4\pi a_0(W)$	$b_\eta = 0.55, b_\pi = 0.35$	$b_\eta = 0.45, b_\pi = 0.45$	$b_\eta = 0.35, b_\pi = 0.55$
$\sigma(W_R)$, мкб	34.63 ± 0.82	36.92 ± 0.8	39.25 ± 0.76
W_R , МэВ	1558.73 ± 4.79	1551.32 ± 4.16	1543.9 ± 3.57
Γ_R , МэВ	244.09 ± 20.32	238.41 ± 19.83	240.16 ± 20.44
$\xi, 10^{-4} \text{ МэВ}^{-1}$	2.11 ± 0.02	2.18 ± 0.02	2.25 ± 0.02
$A_{1/2}, 10^{-3} \text{ ГэВ}^{-1/2}$	122.96 ± 3.51	135.31 ± 3.83	154.43 ± 4.42
χ^2/ν	0.52	0.52	0.49

Из таблицы 1 видно, что значения характеристик, полученные при использовании полных сечений и коэффициентов регрессии совпадают в пределах ошибок, которые заметно меньше при использовании $a_0(W)$. Обращает на себя особое внимание значительное различие значений полной ширины резонанса $S_{11}(1535)$, полученных на основе данных работы [3] и [5] с одной стороны и работ [4] и [6] с другой. Причину различия иллюстрируют кривые Брейта-Вигнера для случая $b_\eta = 0.55, b_\pi = 0.35$ на рис. 2, 3 и 4. Следует отметить, что результаты анализа работ [4] и [6] устраняют расхождение значений Γ , полученных из данных адронных процессов и фоторождения η -мезонов [8].

Таблица 2: Параметры резонанса $S_{11}(1535)$, определенные на основе анализа данных работы [4]

$4\pi a_0(W)$	$b_\eta = 0.55, b_\pi = 0.35$	$b_\eta = 0.45, b_\pi = 0.45$	$b_\eta = 0.35, b_\pi = 0.55$
$\sigma(W_R)$, мкб	41.06 ± 1.24	42.89 ± 1.28	44.79 ± 1.35
W_R , МэВ	1537.33 ± 1.47	1533.53 ± 1.54	1529.4 ± 1.69
Γ_R , МэВ	139.7 ± 5.76	137.08 ± 5.49	134.99 ± 5.3
$\xi, 10^{-4} \text{ МэВ}^{-1}$	2.3 ± 0.03	2.35 ± 0.04	2.4 ± 0.04
$A_{1/2}, 10^{-3} \text{ ГэВ}^{-1/2}$	93.43 ± 1.54	102.71 ± 1.67	115.62 ± 1.9
χ^2/ν	15.27	15.29	15.54

Таблица 3: Параметры резонанса $S_{11}(1535)$, определенные на основе анализа данных работы [5]

$4\pi a_0(W)$	$b_\eta = 0.55, b_\pi = 0.35$	$b_\eta = 0.45, b_\pi = 0.45$	$b_\eta = 0.35, b_\pi = 0.55$
$\sigma(W_R)$, мкб	30.83 ± 0.93	32.74 ± 0.85	34.81 ± 0.77
W_R , МэВ	1557.24 ± 3.36	1550.32 ± 2.76	1542.8 ± 2.27
Γ_R , МэВ	230.12 ± 19.86	224.61 ± 19.0	221.21 ± 18.56
$\xi, 10^{-4} \text{ МэВ}^{-1}$	1.99 ± 0.03	2.05 ± 0.03	2.12 ± 0.02
$A_{1/2}, 10^{-3} \text{ ГэВ}^{-1/2}$	112.11 ± 3.28	123.25 ± 3.48	138.94 ± 3.84
χ^2/ν	2.29	2.29	2.3

Таблица 4: Параметры резонанса $S_{11}(1535)$, определенные на основе анализа данных работы [6]

$4\pi a_0(W)$	$b_\eta = 0.55, b_\pi = 0.35$	$b_\eta = 0.45, b_\pi = 0.45$	$b_\eta = 0.35, b_\pi = 0.55$
$\sigma(W_R)$, мкб	43.18 ± 9.13	46.15 ± 11.43	49.25 ± 14.19
W_R , МэВ	1530.63 ± 12.13	1525.6 ± 13.74	1520.34 ± 15.46
Γ_R , МэВ	152.4 ± 18.7	147.94 ± 16.4	143.97 ± 14.53
$\xi, 10^{-4} \text{ МэВ}^{-1}$	2.36 ± 0.25	2.44 ± 0.3	2.52 ± 0.36
$A_{1/2}, 10^{-3} \text{ ГэВ}^{-1/2}$	96.86 ± 8.32	106.03 ± 10.47	118.47 ± 13.74
χ^2/ν	11.22	11.22	11.25

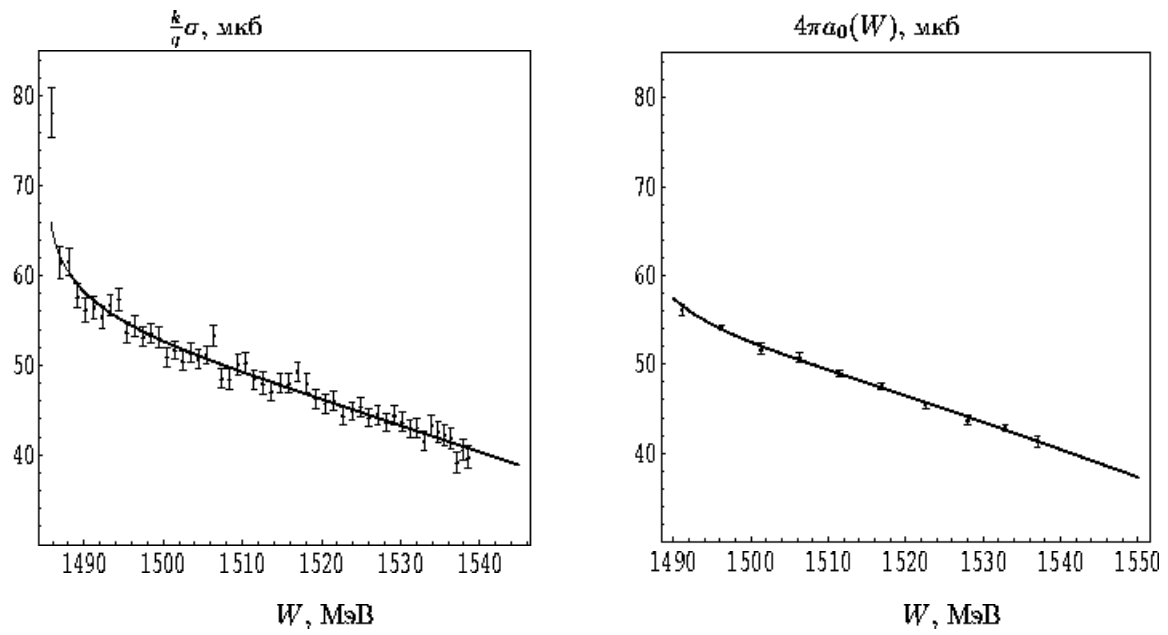


Рис. 2: Описание экспериментальных данных (точки) работы [3] параметрической моделью (2), (3) (сплошные линии) с $b_\eta = 0.55$, $b_\pi = 0.35$.

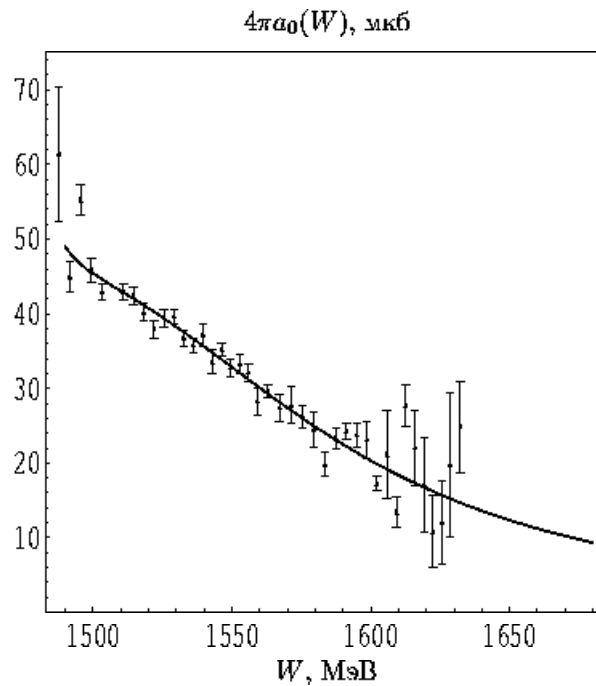


Рис. 3: Описание экспериментальных данных (точки) работы [5] параметрической моделью (2), (3) (сплошные линии) с $b_\eta = 0.55$, $b_\pi = 0.35$.

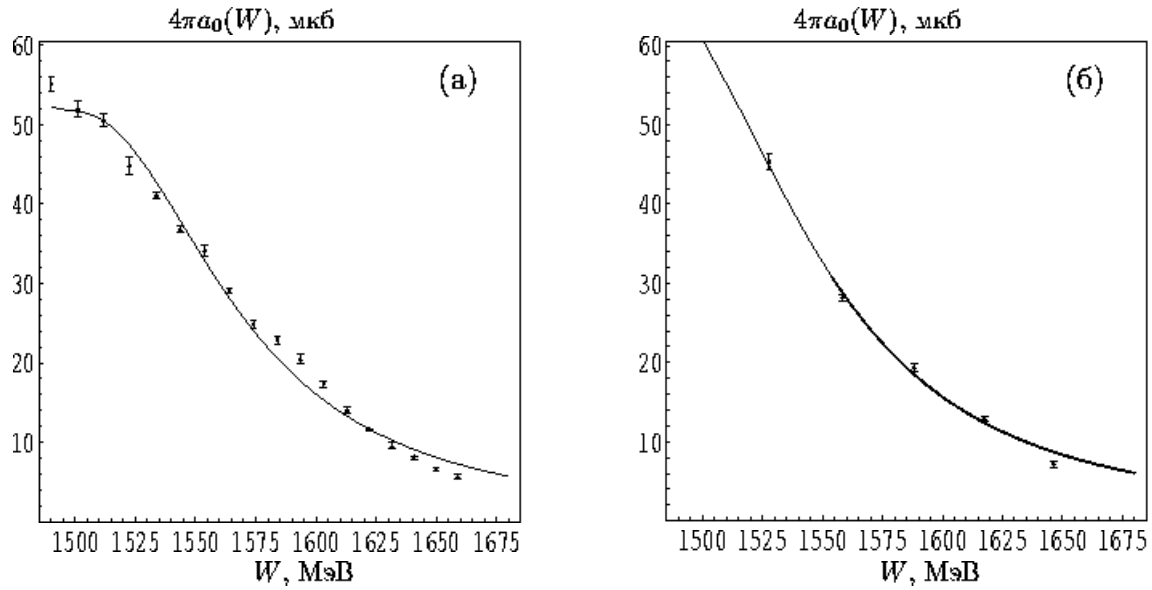


Рис. 4: Описание экспериментальных данных (точки) работы [4] (а) и [6] (б) параметрической моделью (2), (3) (сплошные линии) с $b_\eta = 0.55$, $b_\pi = 0.35$.

Обращает на себя внимание аномально большие значения стандартного критерия χ^2/ν , приходящегося на одну степень свободы в результатах анализа работ [4] и [6], хотя величины оценок параметров совпадают в пределах ошибок. Это "ухудшение" описания обусловлено тем, что реальные отклонения экспериментальных точек как видно, например, из рис. 3 значительно превышают соответствующие ошибки. В свою очередь это означает, что разброс экспериментальных точек $4\pi a_0(W)$ относительно кривой Брейта-Вигнера в данном случае не описывается нормальным распределением с нулевым средним, т.е. не соответствует случайным величинам, из которых формируется критерий χ^2 . Как известно [9], случаю, когда математические ожидания отдельных слагаемых в критерии χ^2 отличны от нуля, соответствует нецентральное распределение $\chi^2_{\text{н.ц.}}$, характеризуемое параметром нецентральности δ^2 , который равен сумме квадратов математических ожиданий отдельных слагаемых [9]. В качестве примера в табл.5 приведены Δ разности значе-

Таблица 5: Разности Δ экспериментальных и фитированных значений $4\pi a_0(W)$.

$W, \text{МэВ}$	Δ	$W, \text{МэВ}$	Δ	$W, \text{МэВ}$	Δ
1490.16	2.9	1553.9	1.41	1612.92	0.83
1501.14	0.36	1564.08	0.98	1622.26	-0.06
1511.98	0.09	1574.06	0.82	1631.55	-0.67
1522.61	-2.6	1583.98	2.3	1640.78	-1.09
1533.85	-1.59	1593.49	2.78	1649.79	-1.53
1543.61	-1.06	1603.12	2.03	1658.81	-1.55

ний $4\pi a_0(W)$, полученных в результате парциально-волнового анализа экспериментальных данных работы [4] и кривой Брейта-Вигнера для случая $b_\eta = 0.55$, $b_\pi = 0.35$. Эти разности были использованы в качестве оценок математических ожиданий отдельных слагаемых нецентрального критерия $\chi_{\text{н.ц.}}^2$. Соответствующая величина параметра нецентральности $\delta^2 = 46.8$. Математическое ожидание нецентрального критерия $\chi_{\text{н.ц.}}^2$, $M_{\text{н.ц.}} = \nu + \delta^2$, где ν в данном случае число независимых слагаемых. Величина нецентрального критерия $\chi_{\text{н.ц.}}^2$, приходящегося на эквивалентную степень свободы $\nu_{\text{н.ц.}}$, согласно [9], $M_{\text{н.ц.}}/\nu_{\text{н.ц.}} = 1.05$, т.е. характеризует статистическую достоверность результатов, приведенных в табл. 2. Аналогичные аргументы справедливы и в отношении результатов парциально-волнового анализа работы [6]. Таким образом, оценки параметров резонанса $S_{11}(1535)$, приведенные в табл. 2 и 4 могут считаться вполне надежными.

Описание энергетической зависимости $4\pi a_0(W)$ параметрической моделью, основанной на формуле Брейта-Вигнера, позволяет решить проблему нахождения действительной и мнимой частей, а также фазы элек-

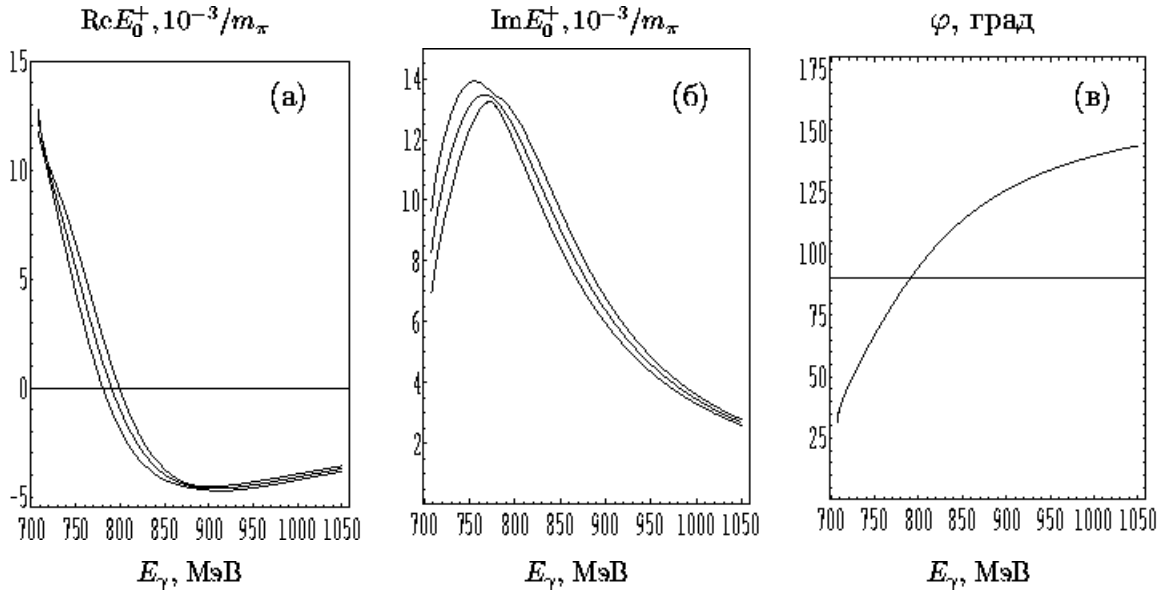


Рис. 5: Зависимость от энергии E_γ действительной части (а), мнимой части (б) и фазы φ (в) мультипольной амплитуды E_{0+}

трической дипольной амплитуды E_{0+} , отвечающей образованию резонанса $S_{11}(1535)$. На рис. 5 в качестве примера приведены данные, полученные на основе энергетической зависимости $4\pi a_0(W)$ из работы [4]. Верхние и нижние кривые вычислены с учетом матрицы ошибок параметров W_R , $\sigma(W_R)$ и Γ_R , отвечающих $b_\eta = 0.55$, $b_\pi = 0.35$, из табл. 2, имеющей следующий вид:

$$\begin{pmatrix} 1.54 & -1.23 & -4.71 \\ -1.23 & 2.16 & 1.84 \\ -4.71 & 1.84 & 33.20 \end{pmatrix}$$

Определение действительной и мнимой частей E_{0+} позволяет превратить уравнения, содержащие интерференцию с E_{0+} , в систему линейных уравнений. К сожалению, коэффициенты регрессии b_0 , b_1 , c_0 и c_1 определены со значительными погрешностями только при шести (b_0 , b_1) и восьми (c_0 и c_1) несовпадающих значениях энергии. Поэтому для про-

ведения дальнейшего анализа и определения надежных оценок $p-$, $d-$, и т.д. мультиполюльных амплитуд необходимо расширение базы и значительное уточнение данных по поляризационным наблюдаемым, включая данные об угловых распределениях поляризации протонов отдачи.

4 Заключение

Парциально-волновой анализ наблюдаемых процесса фоторождения η -мезонов на протоне, проведенный в [1] и настоящей работе подтвердил доминирующую роль s -волны в области энергий гамма-квантов от порога процесса вплоть до примерно 2 ГэВ, которая демонстрирует резонансное поведение и отвечает рождению нуклонного резонанса $S_{11}(1535)$. Более того, в этой области энергий экспериментальные данные по дифференциальным сечениям не обнаруживают присутствия парциальных волн с ($l > 2$). Вклад p - и d - парциальных волн проявляется лишь в их интерференции с резонансной s -волной, причем величины вклада этих волн малы и в результатах различных работ противоречат друг другу. Во всех случаях статистически обоснованное описание экспериментальных данных достигается при удержании в разложении выражения дифференциального сечения по полиномам Лежандра трех низших членов. Таким образом, во всей области энергий гамма-квантов до 2 ГэВ в экспериментальных данных не обнаруживается присутствие большего числа твердо установленных нуклонных резонансов [8].

Выделение вклада s -волны обеспечило определение энергетического поведения мультиполюльной амплитуды E_{0+} и позволило определить фундаментальные характеристики резонанса $S_{11}(1535)$. К сожалению, дан-

ные работ [3] и [5] с одной стороны и данные работ [4] и [6] с другой противоречат друг другу, причем последние близки характеристикам резонанса, определенным на основе анализа данных других процессов [8]. Ограниченность объема и низкая точность, наряду с отмеченными выше противоречиями в величине вклада p - и d -волн делают неоправданными определение других мультипольных амплитуд процесса $\gamma p \rightarrow \eta p$ на основе имеющихся в настоящее время экспериментальных данных.

Список литературы

- [1] Е.В.Баландина и др., ЯФ **65**, 1755 (2002)
- [2] В.Ф.Грушин и др., ЯФ **38**, 1448 (1983)
- [3] В.Krusche et al., Phys.Rev.Lett. **74**, 3736 (1995); Phys.Rev.Lett. **75**, 3023 (1995)
- [4] F.Renard et al., Phys.Lett. **B528**, 215 (2002)
- [5] L.Soezueer et al., <http://gwdac.phys.gwu.edu>
- [6] M.Dugger et al., PRL **89**, 222002 (2002)
- [7] Е.В.Баландина и др., Препринт НИИЯФ МГУ - 2002-12/696
- [8] RPP, <http://pdg.lbl.org>
- [9] Г.Шеффе, Дисперсионный анализ, Фитматгиз, М., 1963

Елена Викторовна Баландина

Евгений Моисеевич Лейкин

Николай Прокофьевич Юдин

**БРЕЙТ-ВИГНЕРОВСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
НУКЛОННОГО РЕЗОНАНСА $S_{11}(1535)$**

Препринт НИИЯФ МГУ - 2003 - 4/717

Работа поступила в ОНТИ 21.01.2003 г.

ИД № 00545 от 06.12.1999

Издательский отдел

Учебно-научного центра довузовского образования

117246, Москва ул. Обручева, 55А

119992, Москва, Ленинские горы, ГЗ МГУ, Ж-105а

Тел. /факс (095) 718-6966, 939-3934

e-mail: izdat@abiturcenter.ru

<http://www.abiturcenter.ru>

Гигиенический сертификат № 77.99.2.925.П.9139.2.00 от 24.02.2000

Налоговые льготы-Общероссийский классификатор продукции

ОК-005-93, том 1 -953000

Заказное. Подписано в печать 2003г. Формат 60x90/16

Бумага офсетная № 2. Усл. печ. л.

Тираж 30 экз. Заказ №

Отпечатано в Мини-типографии УНЦ ДО