

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

---

НАУЧНО–ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В.СКОБЕЛЬЦЫНА

Н.В.Никитин, Д.В.Саврина, К.С.Томс

**Монте-Карло генератор редких полулептонных  
распадов  $B$ -мезонов на основе пакета EvtGen**

Препринт НИИЯФ МГУ N 2009–5/849

Москва, 2009 г.

УДК 539.12

Н.В.Никитин, Д.В.Саврина, К.С.Томс

e-mail: nnikit@mail.cern.ch, Daria.Savrina@cern.ch, ktoms@mail.cern.ch

**МОНТЕ-КАРЛО ГЕНЕРАТОР РЕДКИХ ПОЛУЛЕПТОННЫХ РАСПАДОВ**

***B*-МЕЗОНОВ НА ОСНОВЕ ПАКЕТА EvtGen**

Препринт НИИЯФ МГУ N 2009–5/849

**Аннотация**

Настоящая работа посвящена описанию Монте-Карло генератора для моделирования четырнадцати различных каналов редких полулептонных распадов  $B^\pm$ -,  $B_d^0$ - и  $B_s^0$ -мезонов в рамках программного пакета EvtGen для установки LHCb и недокументированных или недостаточно ясно документированных особенностей и ограничений пакета EvtGen, использованных при написании генератора.

N.V.Nikitin, D.V.Savrina, K.S.Toms

e-mail: nnikit@mail.cern.ch, Daria.Savrina@cern.ch, ktoms@mail.cern.ch

**THE EvtGen BASED MONTE-KARLO GENERATOR FOR RARE**

**SEMILEPTONIC *B*-MESONS DECAYS**

Preprint MSU SINP N 2009–5/849

**Abstract**

Here we present the complete manual for the simulation of 14 different rare semileptonic channels of the  $B^\pm$ -,  $B_d^0$ - and  $B_s^0$ -meson decays using the Monte Carlo EvtGen generator package (LHCb version). We present also the description of a few non-documented or not-well-documented features and restrictions of EvtGen package which were used for the simulation.

©Н.В.Никитин, Д.В.Саврина, К.С.Томс

©НИИЯФ МГУ, 2009, <http://www.sinp.msu.ru>

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>5</b>
<b>1 Описание пакета программ EvtGen</b>	<b>8</b>
1.1 Назначение пакета EvtGen . . . . .	8
1.2 Алгоритм генерации цепочек распадов в EvtGen . . . . .	9
1.3 Сравнение алгоритмов генерации цепочек распадов пакетами EvtGen и PYTHIA	10
1.4 Свойства частиц и таблица распадов в пакете EvtGen . . . . .	12
1.5 Числа, скаляры, векторы и тензоры в EvtGen . . . . .	14
1.5.1 Единицы измерения и встроенные константы в EvtGen . . . . .	14
1.5.2 Комплексные числа в EvtGen . . . . .	14
1.5.3 Операции с векторами и тензорами в EvtGen . . . . .	15
1.5.4 Другие операции и методы, доступные для объектов классов EvtVector4R, EvtVector4C и EvtTensor4C . . . . .	17
1.5.5 Запись матричного элемента перехода псевдоскалярного мезона в векторный в EvtGen . . . . .	18
1.6 Определения матриц Дирака в EvtGen . . . . .	19
1.7 Описание свойств частиц в EvtGen . . . . .	22
1.7.1 Методы класса EvtParticle . . . . .	24
1.7.2 Методы класса EvtDiracParticle . . . . .	27
1.7.3 Методы класса EvtVectorParticle . . . . .	28
1.8 Фермионные токи в EvtGen . . . . .	30
1.9 Задание новой модели распада в EvtGen . . . . .	31
1.9.1 Классы для описания распадов в EvtGen . . . . .	31
1.9.2 Методы класса EvtAmp . . . . .	33
1.9.3 Методы класса EvtDecayBase . . . . .	34
1.9.4 Методы класса EvtDecayAmp . . . . .	38
1.10 Вычисление модельного матричного элемента трехчастичного распада псевдоскалярной частицы . . . . .	38
<b>2 Особенности EvtGen для LHCb</b>	<b>41</b>
2.1 Использование пакета EvtGen в оболочке Gauss . . . . .	41

2.2	Организация пакета EvtGen в проекте Gauss . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Редкие полуплептонные распады В-мезонов. Теоретический обзор</b>	<b>45</b>
3.1	Эффективный гамильтониан перехода $b \rightarrow s, d$ . Вильсоновские коэффициенты и формфакторы. . . . .	45
3.2	Эффективный гамильтониан переходов $b \rightarrow q\ell^+\ell^-$ в СМ . . . . .	47
3.3	Формфакторы адронных переходов . . . . .	47
3.3.1	Формфакторы переходов $\bar{B} \rightarrow \bar{P}$ и $\bar{B} \rightarrow \bar{V}$ . . . . .	47
3.3.2	Формфакторы переходов $B \rightarrow P$ и $B \rightarrow V$ . . . . .	48
3.4	Матричные элементы редких полуплептонных распадов В-мезонов . . . . .	48
3.4.1	Выражения для матричных элементов распадов $\bar{B} \rightarrow \bar{V}\ell^+\ell^-$ и $\bar{B} \rightarrow \bar{P}\ell^+\ell^-$	48
3.4.2	Выражения для матричных элементов распадов $B \rightarrow V\ell^+\ell^-$ и $B \rightarrow P\ell^+\ell^-$	50
3.4.3	Элементы матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Распады <math>B \rightarrow V\ell^+\ell^-</math> и <math>B \rightarrow P\ell^+\ell^-</math> в EvtGen</b>	<b>51</b>
4.1	Реализация распадов $B \rightarrow (P, V)\ell^+\ell^-$ в рамках модели BTOSLLMS . . . . .	53
4.1.1	Файлы, содержащие реализацию модели BTOSLLMS . . . . .	53
4.1.2	Входные параметры модели BTOSLLMS . . . . .	54
4.1.3	Структура классов в модели BTOSLLMS . . . . .	55
4.2	Дифференциальные распределения: сравнение модели BTOSLLMS с моделями BTOSLLALI и BTOSLLBALL . . . . .	58
4.2.1	Распределения по инвариантной массе мюонной пары . . . . .	59
4.2.2	Угловые распределения . . . . .	61
	<b>Заключение</b>	<b>68</b>
	<b>Благодарности</b>	<b>69</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>70</b>

# Введение

Редкие распады  $B$ -мезонов обусловлены переходами  $b$ -кварка в  $s$ - или  $d$ -кварк (так называемые *нейтральные токи, нарушающие аромат*). В рамках Стандартной модели (СМ) подобные переходы запрещены на древесном уровне и возникают начиная только со второго порядка теории возмущений по электрослабым константам связи за счет однопетлевых диаграмм типа "пингвин" и "квадратик". При этом вклад "квадратика" относительно "пингвина" подавлен фактором  $(m_t/M_W)^2 \approx 5$ . Примеры диаграмм типа "пингвин" и "квадратик" даны на рисунке 1.

За счет того, что редкие распады  $B$ -мезонов идут в высоких порядках теории возмущений по электрослабому взаимодействию, а некоторые из них кабиббовски подавлены, парциальные ширины таких распадов чрезвычайно малы. Для рассматриваемых в данной работе редких полулептонных распадов  $B$ -мезонов значения парциальных ширин начинаются с  $10^{-6}$ . Следовательно, такие распады могут служить для прецизионной проверки предсказаний СМ в высших порядках теории возмущений и для поиска физики вне рамок СМ (так называемой "нестандартной физики").

Предполагается, что на пущенном осенью 2008 года в Европейском центре ядерных исследований (CERN) Большом адронном коллайдере (LHC, Large Hadron Collider) одной из задач станет поиск физики вне рамок СМ в редких распадах прелестных адронов. Фаворитом в этом поиске является детектор LHCb, который оптимизирован для исследования физики прелестных частиц, изучения CP-нарушения в различных распадах  $B_d^0$ - и  $B_s^0$ -мезонов, редких распадов  $B$ -мезонов, распадов очарованных частиц и экзотических распадов  $\tau$ -лептона [1]. Аналогичные, но более скромные программы, имеются на установках ATLAS и CMS.

При поисках "новой физики" критическим моментом является корректное моделирование редких распадов  $B$ -мезонов в рамках Стандартной Модели. Для этого необходимо иметь теоретически обоснованный Монте-Карло генератор. Коллаборация LHCb в качестве основного генератора для моделирования различных распадов  $B$ -мезонов использует пакет EvtGen. Первоначально этот пакет был создан для моделирования распадов  $B$ -мезонов на  $B$ -фабриках BaBar и Belle. Затем пакет был адаптирован для адронных  $p\bar{p}$ - и  $pp$ -коллайдеров. За последние несколько лет пакет EvtGen получил широкое распространение в CERN-e. Помимо LHCb, его используют коллаборации ATLAS и CMS. Официальная документация пакета EvtGen доступна на странице разработчиков [2]. Последняя версия документации,

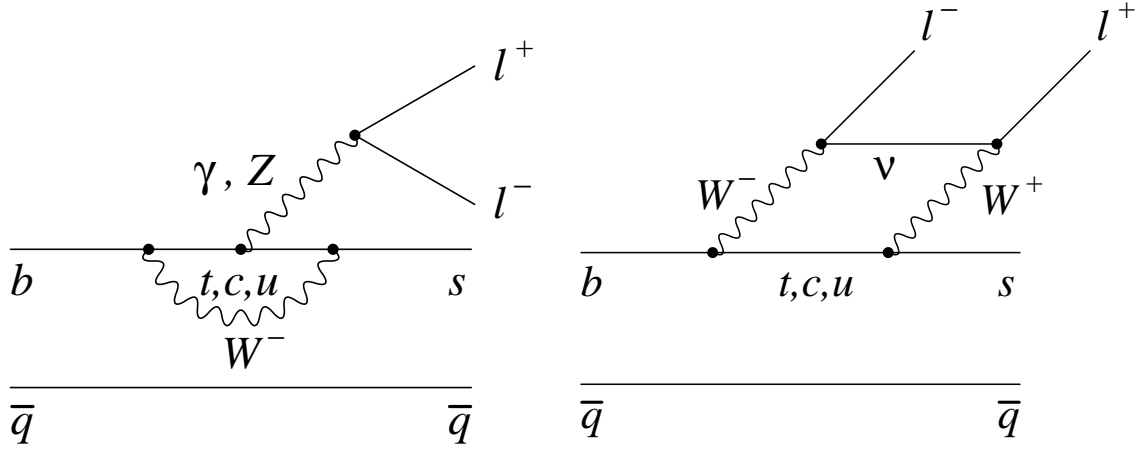


Рис. 1: Примеры диаграммы типа "пингвин" (слева) и "квадратик" (справа) для распадов  $\bar{B}_q \rightarrow (\bar{K}, \bar{K}^*) \ell^+ \ell^-$ .

имеющая номер V00-11-07, датирована маем 2005-ого года. В официальной документации содержится только описание базового пакета без учета его модификаций и дополнений в конкретных экспериментах. Например, в официальной документации отсутствуют описания моделей редких полулептонных распадов  $B$ -мезонов. Однако в версии пакета EvtGen для ЛНСб имеются две такие модели, которые носят названия BTOSLLALI и BTOSLLBALL. Обе модели использовались коллаборацией ЛНСб для официальных Монте-Карло генераций данных DC04 и DC06. В официальной документации не отражены и многие другие важные особенности пакета EvtGen.

**Целью настоящей работы** является описание новой модели BTOSLLMS, предназначенной для моделирования четырнадцати различных каналов редких полулептонных распадов  $B^\pm$ ,  $B_d^0$  и  $B_s^0$ -мезонов в рамках Стандартной Модели при помощи классов и методов пакета EvtGen в версии коллаборации ЛНСб. Помимо этого в работе дано описание недокументированных или недостаточно ясно документированных особенностей и ограничений пакета EvtGen, существенных для создания любой новой модели в рассматриваемом пакете.

Работа устроена следующим образом. Во **Введении** даются определение редких распадов  $B$ -мезонов и вводные замечания относительно программного пакета EvtGen. В **первом разделе** дается описание недокументированных или недостаточно документированных возможностей пакета EvtGen, существенных для написания модели редких полулептонных распадов. Для иллюстрации работы различных методов даются примеры программного кода. **Второй раздел** посвящен особенностям пакета EvtGen для ЛНСб. В **третьем разделе** рассмотрено

теоретического описания редких полуплептонных распадов. Наконец, в **четвертом разделе** подробно описана новая модель редких полуплептонных распадов  $B$ -мезонов  $BTOSLLMS$  под EvtGen для установки ЛНСб, содержащая четырнадцать распадных каналов в Стандартной Модели и проведено сравнение ее работы с моделями  $BTOSLLALI$  и  $BTOSLLBALL$ . Показано, что в результате программной опечатки угловые распределения в моделях  $BTOSLLALI$  и  $BTOSLLBALL$  зеркально симметричны по отношению к тому, как они должны выглядеть на самом деле. В **Заключении** сформулированы основные результаты работы.

# 1 Описание пакета программ EvtGen

В данном разделе будет представлено описание программного пакета EvtGen [2]. Пакет EvtGen был создан для компьютерного моделирования распадов  $B$ -мезонов на  $B$ -фабриках BaBar (Стенфорд, США) и CLEO (Корнель, США). В настоящее время пакет адаптирован для адронных  $p\bar{p}$ - и  $pp$ -коллайдеров. Пакет EvtGen получил широкое распространение во многих экспериментах. Его используют коллаборации LHCb [3], ATLAS [4] и CMS [5], работающие на LHC. Несмотря на такое широкое распространение, пакет не достаточно документирован. Официальное описание [2] до сих пор не закончено<sup>1</sup>. В программном коде комментарии практически отсутствуют. Пакет имеет множество недокументированных возможностей и нюансов использования, узнать о которых можно только детально разобравшись в программном коде и стоящей за ним теории.

В настоящем разделе будет дано описание работы EvtGen только в том объеме, в котором оно необходимо для создания новых моделей редких полулептонных и лептонных радиационных распадов  $B$ -мезонов с учетом эффектов  $CP$ -нарушения для LHCb<sup>2</sup>. В описание включены некоторые недокументированные возможности пакета EvtGen. Многие тонкие моменты проиллюстрированы конкретными примерами.

Данное описание не заменяет чтение руководства [2], но структурирует, дополняет и поясняет многие важные моменты<sup>3</sup>.

## 1.1 Назначение пакета EvtGen

В настоящее время имеется множество монте-карловских генераторов, применяемых для моделирования распадов  $B$ -мезонов. Еще несколько лет назад доминировали генераторы, созданные на основе программного пакета PYTHIA [6], написанного на языке FORTRAN. Теперь его постепенно вытесняет новый программный пакет – EvtGen – на основе объектно-ориентированного языка C++. В CERN-е этому немало способствует общий переход программного обеспечения всех экспериментов, особенно экспериментов на коллайдере LHC, с

---

<sup>1</sup>Последняя его  $\beta$ -версия датирована 2005-м годом.

<sup>2</sup>Хотя описанию особенностей EvtGen под LHCb будет посвящен отдельный раздел 2, но и в данном разделе при различиях между базовой версией и версией под LHCb, будут приводиться названия файлов, классов и методов в версии для LHCb.

<sup>3</sup>Это нетрудно, поскольку четко прописанных свойств классов и неустаревших методов в оригинальном руководстве немного.



FORTRAN-а на C++.

Пакет EvtGen обеспечивает возможности для добавления новых распадов и новых физических моделей как наборов классов C++. Эти наборы классов называются моделями в EvtGen. Например, для распада  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  могут быть использованы модели форм-факторов перехода  $B \rightarrow K^*$ , вычисленные в рамках кварковых моделей (BTOSLLMS) [9] или различных версий правил сумм КХД (BTOSLLAL1 и BTOSLLBALL) [7], [8].

Ключевой идеей пакета EvtGen является то, что каждый распад описывается в терминах спиральных амплитуд, из которых конструируется матрица плотности данного распада. Это позволяет корректно моделировать угловые (а, следовательно, и спиновые) зависимости по всей цепочке дочерних распадов. Сохранение угловых корреляций в цепочке является необходимым для корректного моделирования возможности регистрации эффектов CP-нарушения.

## 1.2 Алгоритм генерации цепочек распадов в EvtGen

Для иллюстрации работы алгоритма генерации цепочек распадов в EvtGen рассмотрим редкий полуплептонный распад  $B_d^0 \rightarrow (K^* \rightarrow K\pi)\ell^+\ell^-$ . Амплитуда распада записывается следующим образом:

$$A = \sum_{\lambda_{K^*}, \lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}} A_{\lambda_{K^*}, \lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}}^{B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-} \times A_{\lambda_{K^*}}^{K^* \rightarrow K\pi}, \quad (1)$$

где  $\lambda_{K^*}$ ,  $\lambda_{\ell^+}$  и  $\lambda_{\ell^-}$  обозначают проекции спинов  $K^*$ -мезона,  $\ell^+$  и  $\ell^-$  лептонов соответственно. Таким образом, амплитуда  $A_{\lambda_{K^*}, \lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}}^{B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-}$  представляет собой амплитуду распада  $B_d^0 \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  для двенадцати ( $3 \times 2 \times 2$ ) различных спиновых состояний  $K^*$ ,  $\ell^+$  и  $\ell^-$ .

Выражение (1) должно быть квадрировано и домножено на фазовый объем. В таком виде его можно использовать для моделирования кинематики по всей цепочке распадов стандартным монте-карловским методом. Этот подход имеет два очевидных недостатка. Во-первых, должен быть известен максимум вероятности, описывающий всю цепочку распадов. Однако алгоритм отыскания максимума в многопараметрическом пространстве написать сложнее, чем Монте-Карло генератор! Во-вторых, если цепочка распадов достаточно длинная и в ней имеются резонансы, то простые алгоритмы принятия-отклонения событий работают крайне неэффективно. Поэтому в пакете EvtGen используется алгоритм, который генерирует полную цепочку распадов как последовательность отдельных распадов. В этом случае оба приведенных выше недостатка полной генерации не играют особой роли.

Согласно алгоритму пакета EvtGen в нашем примере сначала следует рассмотреть распад  $B_d^0$ -мезона. Кинематика этого распада разыгрывается по трехчастичному фазовому объему, домноженному на вероятность  $P_B$ , которая задается формулой:

$$P_B = \sum_{\lambda_{K^*}, \lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}} \left| A_{\lambda_{K^*}, \lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}}^{B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-} \right|^2. \quad (2)$$

После стандартного монте-карловского розыгрыша кинематики данного трехчастичного распада, алгоритм EvtGen формирует матрицу плотности  $K^*$ -мезона. Для этого необходимо просуммировать квадрированную амплитуду распада  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  по спинам лептонов:

$$\rho_{\lambda_{K^*} \lambda'_{K^*}}^{K^*} = \sum_{\lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}} A_{\lambda_{K^*}, \lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}}^{B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-} \left( A_{\lambda'_{K^*}, \lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}}^{B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-} \right)^*. \quad (3)$$

С помощью матрицы плотности (3) можно записать вероятность распада  $K^* \rightarrow K\pi$ . Согласно общим формулам имеем:

$$P_{K^*} = \frac{1}{Tr \rho^{K^*}} \sum_{\lambda_{K^*} \lambda'_{K^*}} \rho_{\lambda_{K^*} \lambda'_{K^*}}^{K^*} A_{\lambda_{K^*}}^{K^* \rightarrow K\pi} \left( A_{\lambda'_{K^*}}^{K^* \rightarrow K\pi} \right)^*. \quad (4)$$

Теперь можно выполнить монте-карловский розыгрыш кинематики продуктов распада  $K^* \rightarrow K\pi$  по двухчастичному фазовому объему с учетом вероятности (4). Спиновые зависимости  $K^*$ -мезона передаются от распада  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  к распаду  $K^* \rightarrow K\pi$  при помощи матрицы плотности  $\rho_{\lambda_{K^*} \lambda'_{K^*}}^{K^*}$ .

Приведенный выше пример иллюстрирует основную идею генерации цепочек распадов в EvtGen, которая реализована в классе EvtDecayAmp. Для более полной информации об алгоритме генерации рекомендуется обратиться к разделу 5 "Algorithm" руководства [2]. Свойства класса EvtDecayAmp будут подробно описаны в параграфе 1.9.1.

### 1.3 Сравнение алгоритмов генерации цепочек распадов пакетами EvtGen и RUTHIA

Монте-Карло генератор RUTHIA [6] является наиболее универсальным и широко используемым генератором в физике элементарных частиц. Он моделирует механизмы столкновения партонов, их распределения, рождение, адронизацию и эволюцию струй. Кроме того, генератор моделирует цепочки распадов элементарных частиц, в том числе – прелестных адронов. Рассмотрим это моделирование подробнее. Для этого опять возьмем в качестве примера распад  $B_d^0 \rightarrow (K^* \rightarrow K\pi) \ell^+ \ell^-$ .

Для описания полуплептонного распада  $B_d^0 \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  в программе RUTHIA по умолчанию используется матричный элемент следующего вида [6]:

$$P_B = \sum_{\lambda_{K^*}, \lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}} \left| A_{\lambda_{K^*}, \lambda_{\ell^+}, \lambda_{\ell^-}}^{B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-} \right|^2 = \text{const} (p_{B_d} p_{\ell^+}) (p_{K^*} p_{\ell^-}), \quad (5)$$

где  $p_{B_d, K^*, \ell^+, \ell^-}$  – 4-импульсы частиц, а сумма берется по спинам лептонов  $\lambda_{\ell^+}$ ,  $\lambda_{\ell^-}$  и по поляризациям векторного  $K^*$ -мезона  $\lambda_{K^*}$ . Формуле (5) алгоритма RUTHIA в программе EvtGen соответствует выражение (2). Формально оба выражения похожи. Однако очевидно, что квадрат матричного элемента распада  $B_d^0 \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$ , записанный в форме (5), на самом деле соответствует распаду не  $B$ -мезона, а  $b$ -кварка на партонном уровне:  $b(p_{B_d}) \rightarrow s(p_{K^*}) \ell^+(p_{\ell^+}) \ell^-(p_{\ell^-})$ . Численное значение  $\text{const}$  определяется из условия нормировки на заданную полную ширину распадов  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$ . В стандартном матричном элементе программы RUTHIA не делается принципиального различия между описаниями распадов  $B \rightarrow K \ell^+ \ell^-$  и  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$ . То есть вероятности распадов на векторный и псевдоскалярный мезоны описываются одной формулой (5). Очевидно, что в таком "партонном приближении" все спиновые (а, значит, и угловые) зависимости распада  $B_d^0 \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  разыгрываются абсолютно некорректно.

Группа НИИЯФ МГУ в период с 1998-ого по 2007-ой годы подготовила ряд теоретически обоснованных матричных элементов для описания различных редких распадов  $B$ -мезонов. Эти матричные элементы используются при генерации событий коллаборацией ATLAS [10]. В этих матричных элементах воспроизводятся корректные угловые распределения, в том числе для распада  $B_d^0 \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$ .

Кинематика распада  $K^* \rightarrow K \pi$  разыгрывается при помощи двухчастичного фазового объема, домноженного на вероятность распада  $P_{K^*}$  в форме

$$P_{K^*} = \sum_{\lambda_{K^*}} \left| A_{\lambda_{K^*}}^{K^* \rightarrow K \pi} \right|^2. \quad (6)$$

Из сравнения формул (4) и (6) ясно, что алгоритм генерации цепочек распада в программе RUTHIA не поддерживает передачу спиновой зависимости  $K^*$  от распада  $B_d^0 \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  к распаду  $K^* \rightarrow K \pi$ . Это является следствием универсальности пакета RUTHIA и его недостатком по сравнению с пакетом EvtGen.

Заметим, что пакет EvtGen позволяет генерировать цепочки распадов по алгоритму, сходному с алгоритмом программы RUTHIA. Для этого в EvtGen предусмотрен класс `EvtDecayProb`, некоторые свойства которого разобраны в параграфе 1.9.1.

## 1.4 Свойства частиц и таблица распадов в пакете EvtGen

В этом месте различие между базовым пакетом EvtGen и версией пакета EvtGen для LHCb достаточно большие. По умолчанию будем придерживаться версии LHCb.

Свойства объектов, моделирующих элементарные частицы (тип, имя, ID, масса, ширина, максимальное отклонение от табличного значения массы, утроенный заряд, удвоенный спин,  $c\tau$ , КС-код), хранятся в файле `.../Gauss_vXXrY/Gen/DecFiles/vAArB/scripts/evt.pdl`. Например, для  $B^+$ -мезона некоторые из этих параметров имеют следующие значения:

тип = Meson; имя = B+; ID = 521; масса = 5.2791 ГэВ; ширина = 0 ГэВ; утроенный заряд = 3; удвоенный спин = 0;  $c\tau$  = 0.502 мм; КС = 108.

Заметим, что свойства частиц в EvtGen отличаются от свойств частиц в PDG [11] и свойств частиц в PUTHIA. Действительно, согласно PDG для  $B^+$ -мезона  $c\tau = 0,2998 \cdot 10^{12}$  мм/сек  $\times 1,638 \cdot 10^{-12}$  сек = 0,491 мм. Это же значение в PUTHIA 6.2 принимается равным 0,462 мм.

Таблица распадов пакета EvtGen содержится в файле `.../Gauss_vXXrY/Gen/DecFiles/vAArB/dkfiles/DECAY.DEC`. Она включает в себя описания распадов частиц, массы которых меньше массы резонанса  $\Upsilon(4S)$ . Эта таблица должна обновляться при появлении новых экспериментальных данных и теоретических моделей.

Рассмотрим структуру данной таблицы на примере распадов  $K^{*0}$ -мезона.

```
Decay K*0
0.6657      K+  pi-          VSS;
0.3323      K0  pi0          VSS;
0.0020      K0  gamma       VSP_PWAVE;
Enddecay
```

Описание распадов любой частицы начинается с ключевого слова `Decay` и заканчивается ключевым словом `Enddecay`. Для описания каждого канала распада нужно задать его парциальную ширину, список конечных частиц и модель (из списка моделей EvtGen), согласно которой распад должен быть произведен. Каждый канал распада отделяется от другого точкой с запятой.

Существует возможность управлять параметрами моделей, передавая соответствующие аргументы при вызове функций модели. Например, в модели `BTOSLLMS` для описания мат-

ричного элемента распада  $B_d^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  нужно задать восемь аргументов. Соответствующий файл (Bd\_KstmuumuMS.dec) выглядит следующим образом (описание переменных  $\mu$ , ... ,  $\text{bareta}$  будет дано в параграфе 4.1.2):

```

Define mu 5.0
Define Nf 5
Define res_swch 0
Define ias 1
Define A 0.88
Define lambda 0.227
Define barrho 0.22
Define bareta 0.34
#
Alias      MyK*0      K*0
Alias      Myanti-K*0 anti-K*0
ChargeConj Myanti-K*0 MyK*0
#
Decay B0sig
1.000      MyK*0  mu+  mu-      BTOSLLMS mu Nf res_swch ias A lambda barrho bareta;
Enddecay
CDecay anti-B0sig
#
Decay MyK*0
1.000      K+   pi-      VSS;
Enddecay
CDecay Myanti-K*0

```

Ключевое слово `Define` должно стоять вне области `Decay – Enddecay`. Оно присваивает именованной константе числовое значение. Если требуется создать новую элементарную частицу (например,  $\text{MyK}^*0$ ), обладающую всеми свойствами  $K^{*0}$ -мезона, но имеющую отличные от него каналы распада, то используют ключевое слово `Alias`. В приведенном выше примере это сделано, чтобы новая частица  $\text{MyK}^*0$  распадалась только по одному каналу на  $K^+ \pi^-$ , а не по трем как стандартный  $K^{*0}$ . Античастица для частицы (например, для  $\text{MyK}^*0$ ) задается с

помощью ключевого слова `ChargeConj` следующим образом: `ChargeConj Myanti-K*0 MyK*0`. Если определены каналы распада для частицы (например, `MyK*0`), то каналы распада для античастицы (`Myanti-K*0`) определяются как `CDecay Myanti-K*0`.

## 1.5 Числа, скаляры, векторы и тензоры в EvtGen

### 1.5.1 Единицы измерения и встроенные константы в EvtGen

В EvtGen используется стандартная для физики элементарных частиц система единиц  $\hbar = c = 1$ . Массы покоя, энергия и компоненты импульса частиц измеряются в ГэВ-ах. То есть, например, масса  $K^{*\pm}(892)$ -мезона должна быть записана как 0,89166 ГэВ. Длины пробега и времена жизни частиц измеряются в миллиметрах (мм). В системе  $\hbar = c = 1$  "ГэВ" и "мм" не являются независимыми единицами. Они связаны между собой соотношением:

$$1 \text{ ГэВ}^{-1} \approx 1,97 \times 10^{-13} \text{ мм.}$$

Класс `EvtConst` содержит числовые и физические постоянные, используемые в EvtGen. Ниже этот класс приведен полностью:

```
#include "EvtGenBase/EvtConst.hh"

const double EvtConst::pi          = 3.141592653589793238;
const double EvtConst::twoPi       = 2*pi;
const double EvtConst::radToDegrees = 180./pi;

const double EvtConst::c           = 2.99792458E11;           // мм/сек
```

### 1.5.2 Комплексные числа в EvtGen

Комплексные числа определены в классе `EvtComplex`. Поскольку любая амплитуда распада представляет собой комплексное число, необходимо разобраться с записью комплексных чисел в EvtGen. Комплексное число вида  $z = a + ib$  может быть инициализировано следующим образом:

```
double a, b;
... а и b как-то вычисляются ...
EvtComplex z(a,b); // комплексное число в EvtGen
```

Например, действительную единицу 1 и комплексную единицу  $i$  в такой нотации можно задать как:

```
EvtComplex unit1(1.0,0.0); // действительная единица
EvtComplex uniti(0.0,1.0); // мнимая единица
```

Очевидно, что тогда возможен следующий способ явной записи комплексного числа  $z$ :

```
double a, b;
... а и b как-то вычисляются ...
EvtComplex z; // комплексное число в EvtGen
z=unit1*a+uniti*b; // и его запись явным образом
```

Для объектов `EvtComplex` переопределены стандартные операторы языка C++. То есть операторы `+`, `-`, `*` и `/` переопределены согласно обычным правилам работы с комплексными числами. Имеются функции комплексного сопряжения `EvtComplex conj(const EvtComplex& z)`, взятия модуля `double abs(const EvtComplex& z)`, получения действительной части `double real(const EvtComplex& z)` и мнимой части `double imag(const EvtComplex& z)` комплексного числа  $z$ .

### 1.5.3 Операции с векторами и тензорами в EvtGen

Пакет `EvtGen` работает как с 3-векторами и тензорами в евклидовом пространстве (классы `EvtVector3R`, `EvtVector3C`, `EvtTensor3C`), так и с 4-векторами и тензорами в пространстве Минковского (классы `EvtVector4R`, `EvtVector4C`, `EvtTensor4C`). Индекс "R" означает, что объект действительный, а "C", что комплексный.

Для евклидового пространства метрическим тензором является символ Кронекера  $\delta^{ij}$ . Он не требует специального определения. Метрический тензор в пространстве Минковского определен как

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = g_{\nu}^{\mu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

В `EvtGen` этот тензор реализован как статическая функция класса `EvtTensor4C`.

Скалярное произведение двух (вообще говоря, комплексных!) 4-векторов  $a^\mu$  и  $b^\mu$  в EvtGen записывается в форме  $(a*b)$ , что соответствует общепринятому соглашению  $g_{\mu\nu}a^\mu b^\nu$ . Если же надо определить тензор второго ранга  $T^{\mu\nu} = a^\mu b^\nu$ , то в EvtGen это делается при помощи метода `T = directProd(a,b)`.

Полностью антисимметричный тензор 4-ого ранга  $\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$  (тензор Леви-Чивиты) в EvtGen определен так, что  $\varepsilon^{0123} = -\varepsilon_{0123} = -1$ . Его свертка с любым тензором второго ранга  $T^{\mu\nu}$  (так называемый дуальный тензор  $\tilde{T}^{\mu\nu}$ ), то есть выражение вида  $\tilde{T}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} T_{\alpha\beta}$ , записывается при помощи метода `EvtTensor4C dual(const EvtTensor4C& T)` следующим образом:

```
EvtTensor4C T; // тензор второго ранга в пространстве Минковского
EvtTensor4C F; // тензор, дуальный тензору T
F = dual(T);
```

Можно выполнять свертки тензоров друг с другом и тензоров с векторами (естественно, раздельно для 3- и 4-х мерных пространств!). Пусть надо свернуть тензор  $T^{\mu\nu}$  по **первому** индексу  $\mu$  с 4-вектором  $b_\mu$ , а результат записать в 4-вектор  $a^\nu$ , или по **второму** индексу  $\nu$  с 4-вектором  $d_\nu$ , а результат записать в 4-вектор  $c^\mu$  то есть:

$$a^\nu = T^{\mu\nu} b_\mu, \quad c^\mu = T^{\mu\nu} d_\nu.$$

Очевидно, что под приведенные выше две операции попадает и операция опускания и поднятия индексов при помощи метрического тензора  $g^{\mu\nu}$ . В EvtGen свертки тензоров с 4-векторами можно выполнить при помощи следующего кода:

```
EvtTensor4C T;
EvtVector4C a, b, c, d;
... компоненты a, b, c, d и T как-то вычисляются ...
a = T.cont1(b);
c = T.cont2(d);
```

Пусть теперь надо осуществить свертки двух тензоров

$$F^{\alpha\beta} = T^{\mu\alpha} X_\mu^\beta, \quad G^{\alpha\beta} = T^{\alpha\nu} Y_\nu^\beta.$$

Тогда в рамках EvtGen можно записать:



```
EvtTensor4C T, F, G, X, Y;
```

... компоненты T, F, G, X и Y как-то вычисляются ...

```
F = cont11(T,X);
```

```
G = cont22(T,Y);
```

Заметим, что операции `cont12` или `cont21` не предусмотрены.

#### 1.5.4 Другие операции и методы, доступные для объектов классов `EvtVector4R`, `EvtVector4C` и `EvtTensor4C`

Помимо операций и методов, описанных в подразделе 1.5.3, класс `EvtVector4R` предоставляет следующие важные операции и методы для работы с действительными 4-векторами. При помощи операций "+" и "-" 4-вектора можно покомпонентно складывать и вычитать между собой. Для практических применений интересны следующие функции:

- `double mass()` – вычисляет по действительному 4-вектору  $p^\mu$  его "массу", то есть релятивистски-инвариантную величину  $\sqrt{p^\mu p_\mu}$  ;
- `double mass2()` – вычисляет по действительному 4-вектору  $p^\mu$  **квадрат** его "массы", то есть релятивистски-инвариантную величину  $p^\mu p_\mu$ .

*Важное замечание:* для 4-векторов класса `EvtVector4C` функции `mass()` и `mass2()` не определены, зато определена функция покомпонентного комплексного сопряжения `EvtVector4C conj()`.

Помимо операций и методов, описанных в подразделе 1.5.3, класс `EvtTensor4C` предоставляет следующие важные операции и методы работы с тензорами. При помощи операций "+" и "-" можно выполнять покомпонентное сложение и вычитание двух тензоров. При помощи операции "\*" можно умножать каждую компоненту тензора на (комплексное) число. Для практического применения наиболее интересны следующие методы<sup>4</sup>:

- `EvtComplex trace()` – вычисление следа тензора, то есть  $T^\mu_\mu$ ;
- `EvtTensor4C conj(const EvtTensor4C& T)` – покомпонентное комплексное сопряжение тензора  $T^{\mu\nu}$ ;

---

<sup>4</sup>В данном описании представлены далеко не все методы для работы с тензорами из класса `EvtTensor4C`. Полный перечень (без комментариев) дан в файле `.../EvtGenBase/EvtTensor4C.hh`. Путь к файлу соответствует версии пакета `EvtGen` для LHCb.

- `EvtComplex cont(const EvtTensor4C& T, const EvtTensor4C& G)` – свертка двух тензоров 2-ого ранга по всем индексам, то есть  $T^{\mu\nu} G_{\mu\nu}$ .

### 1.5.5 Запись матричного элемента перехода псевдоскалярного мезона в векторный в EvtGen

Продemonстрируем, как работают операции данного раздела на простом примере. Пусть в EvtGen необходимо записать тензор 2-ого ранга

$$T^{\mu\nu} = a \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \hat{p}_{1\alpha} \hat{p}_{2\beta} - i b g^{\mu\nu} + i c (\hat{p}_1 + \hat{p}_2)^\mu \hat{p}_1^\nu + i d (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^\mu \hat{p}_1^\nu \quad (7)$$

в пространстве Минковского, где  $p_1^\mu$  и  $p_2^\mu$  – некоторые действительные 4-вектора,  $p_1^2 = M_1^2$ ,  $\hat{p}_1^\mu = p_1^\mu/M_1$ ,  $\hat{p}_2^\mu = p_2^\mu/M_1$ , и  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  – произвольные комплексные числа, а затем вычислить свертку

$$E^\mu = \epsilon_\nu^* T^{\mu\nu}, \quad (8)$$

где  $\epsilon_\nu^*$  некоторый сопряженный комплексный 4-вектор. Это можно сделать следующим образом:

```

EvtTensor4C T;           // тензор 2-ого ранга
EvtVector4R p1, p2;      // действительные 4-вектора
double M1;               // "масса" 4-вектора p1
EvtVector4R hatp1, hatp2; // нормированные на M1 4-вектора
EvtComplex a, b, c, d;   // комплексные коэффициенты
EvtComplex unit1(1.0,0.0); // действительная единица
EvtComplex uniti(0.0,1.0); // мнимая единица
... p1, p2, a, b, c и d как-то вычисляются ...
M1    = p1.mass();
hatp1 = p1/M1;
hatp2 = p2/M1;
T = a*unit1*dual(directProd(hatp1,hatp2))-b*uniti*EvtTensor4C::g()
   +c*uniti*directProd((hatp1+hatp2),hatp1)
   +d*uniti*directProd((hatp1-hatp2),hatp1);

```

```

EvtVector4C eps, E; // комплексные 4-вектора
... компоненты вектора eps как-то вычисляются ...
eps=eps.conj(); // комплексное сопряжение 4-вектора eps
E=T.cont2(eps); // свертка тензора с вектором по второму (\nu) индексу.

```

Несмотря на свою тривиальность, данный пример является базовым для написания амплитуд полулептонных (типа  $\bar{B} \rightarrow D^* \ell^- \bar{\nu}_\ell$ ), редких полулептонных (типа  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$ ) и редких лептонных радиационных (типа  $B_s^0 \rightarrow \gamma \ell^+ \ell^-$ ) распадов  $B$ -мезонов, поскольку (7) задает самый общий вид матричного элемента перехода псевдоскалярного мезона в векторный для таких распадов. Важность этого примера станет ясна из параграфа 4.2.2.

## 1.6 Определения матриц Дирака в EvtGen

EvtGen используют матрицы Дирака в **стандартном представлении** или в **представлении Паули-Дирака**<sup>5</sup>:

$$I = \begin{pmatrix} \hat{1} & 0 \\ 0 & \hat{1} \end{pmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} \hat{1} & 0 \\ 0 & -\hat{1} \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \hat{1} \\ \hat{1} & 0 \end{pmatrix},$$

где матрицы Паули  $\sigma^i$  и единичная матрица  $\hat{1}$  размерности  $2 \times 2$  определены следующим образом:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \hat{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дополнительно определяется антисимметричный тензор

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) \equiv \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu].$$

Матрицы Дирака являются функциями класса `EvtGammaMatrix`. В таблице 1 даны соответствия между матрицами Дирака и названиями функций класса `EvtGammaMatrix`. Заметим, что в EvtGen **разные функции** отвечают  $\sigma^{\mu\nu}$  и  $\sigma_{\mu\nu}$ .

В классе `EvtGammaMatrix` определены операции покомпонентного сложения и вычитания матриц Дирака "+" и "-" соответственно. При определении операции умножения применена перегрузка операторов, то есть операция "\*" определена как для умножения матрицы Дирака на комплексное число справа и слева (возвращаемый результат: объект типа

<sup>5</sup>Выбор представления для матриц Дирака более чем странен. Для задач, решаемых EvtGen, гораздо лучше подходит **спиральное** или **вейлевское** представление.

`EvtGammaMatrix`), умножения двух матриц Дирака (возвращаемый результат: объект типа `EvtGammaMatrix`), так и для умножения матрицы Дирака на четырехкомпонентный дираковский спинор слева, то есть для операции  $\gamma^\mu u$  (возвращаемый результат: объект типа `EvtDiracSpinor`). Операции умножения матриц Дирака на биспинор справа, то есть умножения вида  $u \gamma^\mu$  не предусмотрено.

Относительно реализации умножения матрицы Дирака на четырехкомпонентный спинор необходимо сделать важное пояснение<sup>6</sup>. Пусть необходимо умножить матрицу  $\gamma^1$  на дираковский биспинор  $u$  справа, то есть записать  $w = \gamma^1 u$ . В `EvtGen` такая операция записывается следующим образом:

```
EvtDiracSpinor u, w;
... как-то вычисляются компоненты биспинора u ...
w = EvtGammaMatrix::g1()*u;
```

Запись `v*EvtGammaMatrix::g1()` запрещена. Разрешена запись `v*(EvtGammaMatrix::g1()*u)`, которая реализует умножение двух дираковских спиноров  $v$  и  $w = \text{EvtGammaMatrix}::\text{g1}()*u$ . При этом, по определению операции `*` для двух дираковских спиноров, на самом деле вычисляется величина  $v^\dagger \gamma^1 u = v^\dagger w$ . То есть при умножении двух биспиноров **автоматически происходит эрмитовское сопряжение** левого дираковского спинора! Явно это сопряжение делать не требуется. Данная тонкость чрезвычайно важна при составлении билинейных фермионных форм, которые будут подробно разобраны в подразделе 1.8.

К сожалению, в `EvtGen` не реализовано соотношение  $\sigma^{\mu\nu} \gamma^5$ . Оно редко возникает в практических вычислениях и может быть записано через свертку  $\sigma^{\mu\nu}$  и  $\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ . Однако для вычислений с эффективными гамильтонианами общего вида такое соотношение было бы желательно иметь. Для иллюстрации работы с объектами класса `EvtGammaMatrix` ниже представлен пример реализации  $\sigma^{\mu\nu} \gamma^5$ .

```
// Возможная реализация умножения матричного тензора \sigma^{\mu\nu}
// с ВЕРХНИМИ индексами на матрицу \gamma^5
const EvtGammaMatrix& EvtGammaMatrix::sigma5Upper(unsigned int mu,
                                                    unsigned int nu)
```

---

<sup>6</sup>Судя по скудным комментариям в файле `EvtDiracSpinor.cpp`, при использовании данной операции путаница возникла даже в команде разработчиков `EvtGen`!

```

{
    EvtGammaMatrix a, b;
    static EvtGammaMatrix sigma5[4][4];
    static bool hasBeenCalled = false;
    if (!hasBeenCalled)
    {
        EvtComplex I(0, 1); // мнимая единица

        for (int i=0; i<4; ++i)
            sigma5[i][i].init(); // обнуляем все элементы

        // определяем ненулевые элементы
        EvtGammaMatrix s01 = I/2 * (g0()*g1() - g1()*g0()) * g5();
        EvtGammaMatrix s02 = I/2 * (g0()*g2() - g2()*g0()) * g5();
        EvtGammaMatrix s03 = I/2 * (g0()*g3() - g3()*g0()) * g5();
        EvtGammaMatrix s12 = I/2 * (g1()*g2() - g2()*g1()) * g5();
        EvtGammaMatrix s13 = I/2 * (g1()*g3() - g3()*g1()) * g5();
        EvtGammaMatrix s23 = I/2 * (g2()*g3() - g3()*g2()) * g5();

        // используем антисимметрию тензора  $\sigma^{\{\mu\nu\}}$ 
        sigma5[0][1] = s01;
        sigma5[1][0] = -1*s01;
        sigma5[0][2] = s02;
        sigma5[2][0] = -1*s02;
        sigma5[0][3] = s03;
        sigma5[3][0] = -1*s03;
        sigma5[1][2] = s12;
        sigma5[2][1] = -1*s12;
        sigma5[1][3] = s13;
        sigma5[3][1] = -1*s13;
        sigma5[2][3] = s23;
    }
}

```

```

        sigma5[3][2] = -1*s23;
    }
    hasBeenCalled = true;

    if (mu > 3 || nu > 3)
    {
        report(ERROR, "EvtSigma5Tensor")
            << "Expected index between 0 and 3, but found " << nu << "!"
            << std::endl;
        assert(0);
    }
    return sigma5[mu][nu];
}

```

Этот код можно включить в файл `EvtGammaMatrix.cpp`, в котором содержится программный код реализации класса `EvtGammaMatrix`.

## 1.7 Описание свойств частиц в EvtGen

В настоящее время `EvtGen` поддерживает описания для частиц со спином 0 (скалярные и псевдоскалярные бозоны), спином 1/2 (массивные и безмассовые фермионы), спином 1 (векторные и аксиальные бозоны, фотон) и спином 2 (тензорные бозоны). Частицы других спинов, в том числе и спина 3/2, в `EvtGen` не реализованы. Нейтрино в `EvtGen` считаются дираковскими частицами. Майорановское представление отсутствует<sup>7</sup>. В Таблице 2 показаны классы `EvtGen`, описывающие частицы каждого типа. Все эти классы являются производными базового класса описания частиц `EvtParticle`.

Обрабатываемые `EvtGen` типы частиц со спином содержатся в перечислении, которое определяется в классе `EvtSpinType`. Помимо элементов перечисления, приведенных в Таблице 2, класс `EvtSpinType` содержит дополнительные элементы, рассчитанные на будущее расширение пакета. Это `RARITASCHWINGER` для реализации представления Рариты-Швингера частиц со спином 3/2, `SPIN5HALF` – для спина 5/2, `SPIN3` – для спина 3, `SPIN7HALF` – для спина 7/2 и `SPIN4` – для частиц со спином 4. Имеется элемент перечисления `STRING` для струй.

<sup>7</sup>Это большой недостаток генератора при моделировании физики вне рамок СМ.

Таблица 1: Таблица соответствий между матрицами Дирака и функциями класса EvtGammaMatrix.

Матрицы Дирака	Функции класса EvtGammaMatrix
$\gamma^0$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::g0()</code>
$\gamma^1$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::g1()</code>
$\gamma^2$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::g2()</code>
$\gamma^3$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::g3()</code>
$\gamma^5$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::g5()</code>
$I$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::id()</code>
$\gamma^0 \gamma^0 \equiv I$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::v0()</code>
$\gamma^0 \gamma^1$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::v1()</code>
$\gamma^0 \gamma^2$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::v2()</code>
$\gamma^0 \gamma^3$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::v3()</code>
$\gamma^0 \gamma^0 (I - \gamma^5) \equiv I - \gamma^5$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::va0()</code>
$\gamma^0 \gamma^1 (I - \gamma^5)$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::va1()</code>
$\gamma^0 \gamma^2 (I - \gamma^5)$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::va2()</code>
$\gamma^0 \gamma^3 (I - \gamma^5)$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::va3()</code>
$\sigma^{\mu\nu}$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::sigmaUpper( unsigned int mu, unsigned int nu)</code>
$\sigma_{\mu\nu} \equiv g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} \sigma^{\alpha\beta}$	<code>const EvtGammaMatrix&amp; EvtGammaMatrix::sigmaLower( unsigned int mu, unsigned int nu)</code>

Таблица 2: Свойства частиц и их реализация в EvtGen. В таблице введены следующие обозначения:  $u_\alpha$  – четырехкомпонентный дираковский спинор,  $\epsilon^\mu$  - вектор поляризации фотона или векторного мезона,  $T^{\mu\nu}$  - тензор второго ранга с пятью независимыми компонентами, описывающий поляризационные свойства тензорных мезонов.

Класс для описания в EvtGen	Реализация	Спин	Число состояний	Перечисление в EvtSpinType	Примеры частиц
EvtScalarParticle	1	0	1	SCALAR	$f_0, B_d^0$
EvtDiracParticle	$u_\alpha$	1/2	2	DIRAC	$\mu^-, \tau^+$
EvtNeutrinoParticle	$u_\alpha$	1/2	1	NEUTRINO	$\nu_e, \nu_\mu$
EvtVectorParticle	$\epsilon^\mu$	1	3	VECTOR	$K^*, J/\psi$
EvtPhotonParticle	$\epsilon^\mu$	1	2	PHOTON	$\gamma$
EvtTensorParticle	$T^{\mu\nu}$	2	5	TENSOR	$D_2^*, f_2$

### 1.7.1 Методы класса EvtParticle

Любая частица обладает массой  $m$ , 4-импульсом  $p^\mu$ , временем жизни  $\tau$  и спином  $s$ . EvtGen дополнительно предоставляет явное имя для каждой частицы и соответствующий ей числовой ID-код<sup>8</sup>. Все эти величины пользовательской программе нужно либо загрузить, либо установить. Для этого применяются следующие методы класса EvtParticle:

- `void setId(EvtId id)` – устанавливает имя частицы. После этого частица автоматически получает свойства, согласно своему Id, из файла `evt.pdl`;
- `EvtId getId()` – возвращает имя частицы. Зная имя частицы, можно считывать ее **табличные** характеристики (массу, заряд, время жизни или ширину распада, спин и т.д.) из файла `evt.pdl` при помощи методов класса EvtPDL;
- `void setMass(double m)` – при помощи этого метода **действительный** 4-вектор приводится к виду  $(m, 0, 0, 0)$ ;
- `double mass()` – возвращает значение массы покоя частицы;

<sup>8</sup>Например,  $\pi^+$ -мезон в EvtGen имеет имя `pi+` и числовой код 211, а  $\bar{B}^0$  записывается как `anti-B0` и -511. Числовые коды частиц в EvtGen полностью соответствуют KF-кодам частиц в RUTHIA. Полный список перечисленных выше свойств всех частиц для EvtGen под LHCb можно найти в файле `.../scripts/evt.pdl`.



- `void setLifetime(double tau)` – задает время жизни частицы  $\tau$  в системе покоя родительской частицы (в мм/с, где  $c$  – скорость света);
- `void setLifetime()` – генерирует время жизни частицы по экспоненциальному закону; среднее значение генерируемой величины соответствует табличному времени жизни данного сорта частиц (в мм/с);
- `void noLifeTime()` – недокументированный метод используется для того, чтобы запретить генерацию времени жизни для частицы (принудительно выставляет его в нуль);
- `double getLifetime()` – возвращает время жизни частицы (в мм/с);
- `void setP4(const EvtVector4R& p4)` – задает компоненты 4-импульса частицы **в системе покоя родительской частицы**;
- `EvtVector4R& getP4()` – возвращает значение 4-импульса частицы **в системе покоя родительской частицы**;
- `EvtVector4R getP4Lab()` – возвращает значение 4-импульса частицы **в лабораторной системе отсчета**<sup>9</sup>;
- `EvtVector4R getP4Restframe()` – возвращает значение 4-импульса частицы **в собственной системе покоя**, то есть возвращает 4-вектор  $(m, 0, 0, 0)$ ;

С точки зрения участия в распадной цепочке частица имеет частицу-родителя, от распада которой она возникла, и, если частица нестабильна, дочерние частицы, на которые она распалась. Для получения **указателей** на родительскую и дочерние частицы используются следующие методы класса `EvtParticle`:

- `EvtParticle *getParent()` – возвращает указатель типа `EvtParticle` на родительскую частицу;
- `int getNDaug()` – возвращает число дочерних частиц для данной частицы;
- `void resetNDaug()` – обнуляет число дочерних частиц;

---

<sup>9</sup>Под лабораторной системой отсчета подразумевается следующее. Есть исходная частица с некоторым 4-импульсом. Она претерпевает каскадный распад. Для любой частицы в каскаде лабораторной считается система, в которой задан 4-импульс исходной частицы.

- `EvtParticle *getDaug(int i)` – возвращает указатель типа `EvtParticle` на  $i$ -ую дочернюю частицу;
- `void makeDaughters(int ndaug, EvtId *id)` – создает `ndaug` дочерних частиц в листе частиц (указатель `*id` типа `EvtId` указывает на первый элемент массива из `ndaug` элементов с именами дочерних частиц) и связывает с ними частицу-родителя. Импульсы дочерних частиц необходимо задавать отдельно.
- `void addDaug(EvtParticle *node)` – добавляет указатель типа `EvtParticle` на новую дочернюю частицу;

Приведем явный пример использования данных методов, если задан указатель на частицу `mypart`:

```

EvtParticle *mypart; // указатель типа EvtParticle на рассматриваемую частицу
double m;           // масса частицы
double tau;         // время жизни частицы
EvtId mypartid;     // имя частицы
int chrg;           // утроенный (!) заряд частицы в ед. |e|
int numdot;         // число дочерних частиц
EvtVector4R p;      // 4-импульс частицы

double mdot;        // масса дочерней частицы
EvtId idot;         // имя дочерней частицы
EvtVector4R pdot;   // 4-импульс дочерней частицы

// считываем различные характеристики частицы
mypartid = mypart->getId(); // считываем имя частицы;
m = mypart->mass();         // считываем массу покоя;
tau = mypart->getLifetime(); // считываем время жизни;
chrg = EvtPDL::chg3(mypartid); // считываем утроенный заряд
                                // частицы по ее Id;

// получаем 4-импульс частицы в ее системе покоя:
p.set(m,0.0,0.0,0.0); // это можно сделать явно

```

```

p = mypart->getP4Restframe(); // или при помощи метода;
numdot = mypart->getNDAug(); // число дочерних частиц;

// если у частицы mypart ...
if(numdot){
// ... есть дочерние частицы то читаем характеристики первой
// дочерней частицы:
idot = mypart->getDaug(0)->getId(); // имя дочерней частицы;
pdot = mypart->getDaug(0)->getP4(); // 4-импульс доч. частицы;
// в сист. покоя родителя;
mdot = pdot.mass(); // масса дочерней частицы
mdot = mypart->getDaug(0)->mass(); // или она же другим способом,
mdot = idot->mass(); // или третьим способом,
mdot = EvtPDL::getNominalMass(idot); // или четвертым способом по Id;
}
else{
// ... нет дочерних частиц, то создаем две дочерние частицы
код для создания двух дочерних частиц ...
}

```

### 1.7.2 Методы класса EvtDiracParticle

Класс `EvtDiracParticle` является производным класса `EvtParticle`, основные методы которого были описаны в параграфе 1.7.1. Данный класс служит для описания свойств массивных фермионов, например мюона. Четырехкомпонентные спиноры для частиц  $u(\vec{p}, s_z)$  и античастиц  $v(\vec{p}, s_z)$  первоначально определяются в системе покоя. Там они имеют простой вид:

$$u^{(1)} = u(\vec{p} = \vec{0}, s_z = +\frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} \sqrt{2m} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u^{(2)} = u(\vec{p} = \vec{0}, s_z = -\frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2m} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

и

$$v^{(1)} = -v(\vec{p} = \vec{0}, s_z = -\frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{2m} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v^{(2)} = v(\vec{p} = \vec{0}, s_z = +\frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sqrt{2m} \end{pmatrix}.$$

Затем, при помощи преобразования Лоренца, их переводят в любую другую систему координат. Выбор дираковского спинора с той или иной проекцией спина происходит при помощи метода `EvtDiracParticle::spParent(int i)`, где  $i$  – параметр. При  $i = 0$  вызываются четырехкомпонентные спиноры  $u^{(1)}$  или  $v^{(1)}$ , а при  $i = 1$  вызываются биспиноры  $u^{(2)}$  или  $v^{(2)}$ . Вызов четырехкомпонентного спинора для частицы или античастицы определяется результатом вызова метода `EvtPDL::getStdHerp`. Если результат больше нуля, то вызываются спиноры для частиц, если меньше – для античастиц.

Отметим, что выбор выражений для четырехкомпонентных спиноров в виде  $u^{(1)}$ ,  $u^{(2)}$ ,  $v^{(1)}$  и  $v^{(2)}$  обусловлен тем, что в пакете `EvtGen` используются определения и формулы из "Квантовой теории поля" К.Ициксона и Ж.-Б.Зюбера [12].

### 1.7.3 Методы класса `EvtVectorParticle`

Класс `EvtVectorParticle` является производным класса `EvtParticle`, основные методы которого были описаны в параграфе 1.7.1. Данный класс служит для описания свойств векторных частиц, например  $K^*$ - или  $\phi$ -мезона.

Спиновые состояния векторных частиц описываются при помощи трех 4-векторов поляризации  $\epsilon_i^\mu(\vec{p})$  ( $\mu$  – лоренцовский индекс, пробегаяющий значения от 0 до 3;  $i$  – индекс, отвечающий спиновым состояниям). В системе покоя векторного мезона 4-вектора поляризации выглядят следующим образом:

$$\epsilon_1^\mu(\vec{p} = \vec{0}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \epsilon_2^\mu(\vec{p} = \vec{0}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \epsilon_3^\mu(\vec{p} = \vec{0}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Вектора  $\epsilon_1^\mu$ ,  $\epsilon_2^\mu$  и  $\epsilon_3^\mu$  соответствуют проекциям спина векторного мезона на три взаимно перпендикулярные оси. При переходе в движущуюся систему отсчета 4-вектора поляризации подвергаются преобразованию Лоренца.

Необходимо подчеркнуть, что идеология пакета EvtGen не предполагает знание конкретного выражения для 4-векторов  $\epsilon_i^\mu$  при включении в пакет очередной теоретической модели. Главное, чтобы в этой модели вектора поляризации составляли ортонормированный базис. Приведенные выше вектора поляризации – действительные. Однако, класс EvtVectorParticle использует комплексные 4-вектора поляризации, отвечающие различным спиральным состояниям векторного мезона, при составлении матрицы плотности векторного мезона. Эти 4-вектора в системе покоя векторного мезона имеют вид:

$$\epsilon_+^\mu(\vec{p} = \vec{0}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \epsilon_0^\mu(\vec{p} = \vec{0}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \epsilon_-^\mu(\vec{p} = \vec{0}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Просуммированная по всем спиновым состояниям матрица плотности векторного мезона дается выражением:

$$\sum_i \epsilon_i^{*\mu} \epsilon_i^\nu = -g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{M^2},$$

где  $p^\mu$  и  $M$  – 4-импульс и масса векторного мезона соответственно.

Поскольку данная работа посвящена созданию Монте-Карло генератора для редких полуплептонных распадов  $B$ -мезонов, то необходимо сделать несколько замечаний относительно использования векторов поляризации в этих распадах.

Рассмотрим два распада:  $\bar{B}_s^0 \rightarrow \phi \ell^+ \ell^-$  и  $B_s^0 \rightarrow \phi \ell^+ \ell^-$ . Поскольку  $\phi$  – Истинно нейтральный мезон, то отвечающее ему векторное поле имеет вид:

$$V_0^\mu(x) = \sum_{\vec{p}, i} \frac{1}{\sqrt{2} E_{\vec{p}}} \left( \epsilon_i^{*\mu}(\vec{p}) e^{i(px)} c_{\vec{p}, i}^\dagger + \epsilon_i^\mu(\vec{p}) e^{-i(px)} c_{\vec{p}, i} \right),$$

где  $c_{\vec{p}, i}$  и  $c_{\vec{p}, i}^\dagger$  – операторы уничтожения и рождения  $\phi$ -мезонов. Отсюда следует, что в матричных элементах обоих распадов надо использовать 4-вектора поляризации  $\epsilon_i^{*\mu}(\vec{p})$ . Этот результат очевиден из аналогии с электромагнитным полем. Перейдем к менее очевидному случаю. Пусть имеются распады  $\bar{B} \rightarrow \bar{K}^* \ell^+ \ell^-$  и  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$ . В этом случае  $K^*$ -мезоны не являются истинно нейтральными и описываются при помощи двух полей (по аналогии с

заряженными фермионами):

$$V_+^\mu(x) = \sum_{\vec{p},i} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}} \left( \epsilon_i^{*\mu}(\vec{p}) e^{i(px)} b_{\vec{p},i}^\dagger + \epsilon_i^\mu(\vec{p}) e^{-i(px)} a_{\vec{p},i} \right),$$

$$V_-^\mu(x) = \sum_{\vec{p},i} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}} \left( \epsilon_i^{*\mu}(\vec{p}) e^{i(px)} a_{\vec{p},i}^\dagger + \epsilon_i^\mu(\vec{p}) e^{-i(px)} b_{\vec{p},i} \right),$$

где  $a_{\vec{p},i}$  и  $a_{\vec{p},i}^\dagger$  – операторы уничтожения и рождения  $\bar{K}^*$ , а  $b_{\vec{p},i}$  и  $b_{\vec{p},i}^\dagger$  – операторы уничтожения и рождения  $K^*$  соответственно. Из этих формул очевидно, что *излучению* как  $K^*$ , так и  $\bar{K}^*$  мезонов в матричном элементе соответствует вектор поляризации  $\epsilon_i^{*\mu}(\vec{p})$ .

Таким образом, в случае излучения *любого векторного (анти)мезона* в матричном элементе распада ему должен соответствовать вектор поляризации  $\epsilon_i^{*\mu}(\vec{p})$ .

## 1.8 Фермионные токи в EvtGen

Фермионные токи (или билинейные фермионные формы) определены в классе `EvtDiracSpinor`. Их перечень дан в Таблице 3. Для определения всех билинейных форм, кроме тензорного тока, используются произведения матриц Дирака из класса `EvtGammaMatrix`. В тензорном токе заново вычисляется произведение  $\gamma^0 \sigma^{\mu\nu}$ , а не используется выражение типа `EvtGammaMatrix::g0()*EvtGammaMatrix::sigmaUpper(mu, nu)`.

Таблица 3: Фермионные токи как методы класса `EvtDiracSpinor`.

Матричный элемент	Методы класса <code>EvtDiracSpinor</code>	Тип возвращаемого значения
$\bar{u} v \equiv u^\dagger \gamma^0 v$	<code>EvtLeptonSCurrent(u, v)</code>	<code>EvtComplex</code>
$\bar{u} \gamma^5 v \equiv u^\dagger \gamma^0 \gamma^5 v$	<code>EvtLeptonPCurrent(u, v)</code>	<code>EvtComplex</code>
$\bar{u} \gamma^\mu v \equiv u^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu v$	<code>EvtLeptonVCurrent(u, v)</code>	<code>EvtVector4C</code>
$\bar{u} \gamma^\mu \gamma^5 v \equiv u^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^5 v$	<code>EvtLeptonACurrent(u, v)</code>	<code>EvtVector4C</code>
$\bar{u} \gamma^\mu (I - \gamma^5) v \equiv u^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu (I - \gamma^5) v$	<code>EvtLeptonVACurrent(u, v)</code>	<code>EvtVector4C</code>
$\bar{u} \sigma^{\mu\nu} v \equiv u^\dagger \gamma^0 \sigma^{\mu\nu} v$	<code>EvtLeptonTCurrent(u, v)</code>	<code>EvtTensor4C</code>

Разберем как пишутся билинейные фермионные формы на примере векторного тока. Мы должны задать объект типа `EvtVector4C`, элементы которого состоят из произведений

$$\bar{u} \gamma^\mu v = u^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu v = u^\dagger (\gamma^0 \gamma^\mu v) = u^\dagger w,$$

где  $w$  - новый дираковский спинор. Вспоминая, что операция умножения двух биспиноров, определенная в классе `EvtGammaMatrix`, по умолчанию эрмитовски сопрягает левый биспинор, а произведение  $\gamma^0\gamma^\mu$  описывается матричными функциями `EvtGammaMatrix::v0()` – `EvtGammaMatrix::v3()` (см. Таблицу 1), без труда понимаем программный код:

```
// объект типа "4-вектор", которому по ссылке передаются два объекта
// типа "дираковский спинор"
EvtVector4C EvtLeptonVCurrent(const EvtDiracSpinor& u, const EvtDiracSpinor& v){
    EvtVector4C temp;
// каждая компонента 4-вектора инициализируется согласно определению
    temp.set(0,u*(EvtGammaMatrix::v0()*v));
    temp.set(1,u*(EvtGammaMatrix::v1()*v));
    temp.set(2,u*(EvtGammaMatrix::v2()*v));
    temp.set(3,u*(EvtGammaMatrix::v3()*v));
    return temp;
}
```

Методы для остальных токов строятся аналогично.

## 1.9 Задание новой модели распада в EvtGen

### 1.9.1 Классы для описания распадов в EvtGen

Класс, описывающий любую модель распада в EvtGen, является производным от базового класса `EvtDecayBase`. Для упрощения написания моделей предлагается использовать три производных класса `EvtDecayAmp`, `EvtDecayProb` и `EvtDecayIncoherent`. Класс, описывающий конкретную модель, должен являться производным от одного из этих трех классов. Иерархия классов схематически показана на рис. 2. Выбор одного из трех производных классов зависит от степени детализации, с которой планируется моделирование конкретного распада. Ниже дается краткое описание возможностей производных классов `EvtDecayAmp`, `EvtDevatProb` и `EvtDecayIncoherent`.

- Класс `EvtDecayAmp` дает возможность описывать распады на языке спиновых амплитуд, то есть учитывать вклад каждого спинового состояния системы. Этот класс необходимо использовать, когда требуется моделирование различных угловых распределений,

асимметрий и эффектов  $CP$ -нарушения. Алгоритм вычисления приведен в подразделе 1.2.

- Класс `EvtDecayProb` дает возможность разыгрывать распад при помощи вероятности, усредненной по спинам начальных и конечных частиц. Аналогичный подход применяется генератором событий PYTHIA.
- Наконец, класс `EvtDecayIncoherent` принимает в качестве параметров вычисленные каким либо образом 4-вектора продуктов распада. Очевидно, что любая информация о спинах частиц и всевозможных корреляциях при таком подходе полностью теряется.

При моделировании редких распадов  $B$ -мезонов лучше использовать класс `EvtDecayAmp`. Поэтому ниже будет дано краткое описание методов, используемых классами `EvtDecayBase` и `EvtDecayAmp`, с примерами конкретной реализации из производного класса `EvtbTos11MS`. Класс `EvtbTos11MS` описывает распады  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  с адронными формфакторами, вычисленными согласно модели [9].

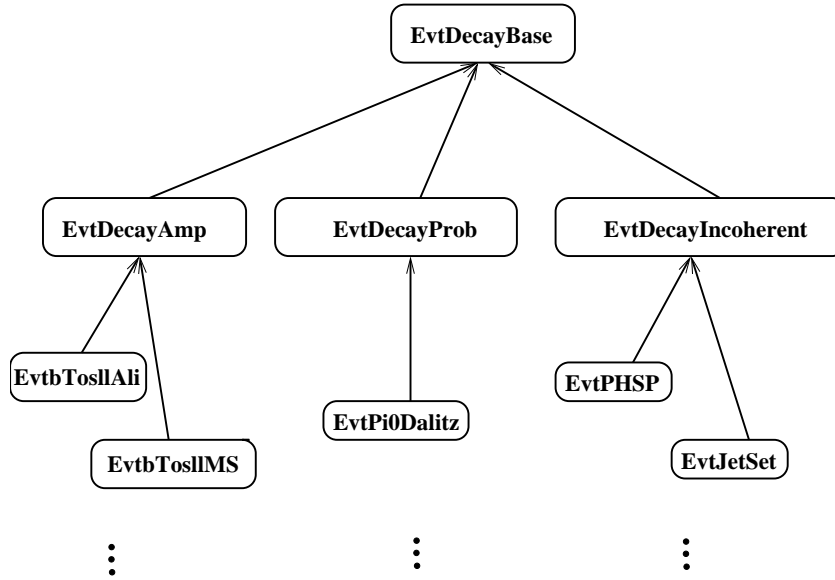


Рис. 2: Диаграмма для базового класса `EvtDecayBase` и производных от него классов `EvtDecayAmp`, `EvtDecayProb` и `EvtDecayIncoherent`. На диаграмме также указано место производных классов `EvtbTos11Ali` и `EvtbTos11MS`, предназначенных для моделирования редких полулептонных распадов  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$ .



## 1.9.2 Методы класса EvtAmp

В данном классе содержатся методы, при помощи которых можно записать амплитуду и матрицу плотности рассматриваемой модели распада с учетом всевозможных спиновых состояний конечных частиц. Судя по коду, имеющемуся в файле `EvtAmp.cpp`, EvtGen допускает наличие максимум трех частиц со спином в конечном состоянии. Таким образом, при помощи пакета можно записать амплитуды распадов  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$  (три частицы в конечном состоянии обладают ненулевым спином) или  $B^+ \rightarrow D^- \pi^+ \ell^+ \nu_\ell$  (две частицы в конечном состоянии обладают ненулевым спином), но не амплитуду распада  $B^+ \rightarrow \ell^+ \ell^- \ell'^+ \nu_{\ell'}$  (четыре частицы в конечном состоянии обладают ненулевым спином). Основные методы класса:

- `void vertex(int i1, int i2, int i3, const EvtComplex& amp)`

Метод используется для записи амплитуды распада в случае, когда три конечных частицы имеют ненулевой спин. При этом переменные `i1`, `i2` и `i3` задают амплитуду для конкретной спиновой комбинации. Для получения полной амплитуды нужно просуммировать по всем комбинациям ненулевых спинов конечных частиц.

Например, рассмотрим распад  $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$ . Векторный мезон имеет три проекции спина  $\pm 1$  и  $0$ . Поставим им в соответствие переменную `i1`. Тогда для суммирования по спину  $K^*$  функцию `vertex` надо суммировать по `i1` от  $0$  до  $2$ . Если переменным `i2` и `i3` сопоставить спины фермионов  $\ell^+$  и  $\ell^-$ , то для суммирования по спинам последних переменные `i2` и `i3` надо суммировать от  $0$  до  $1$ .

Метод возвращает значение амплитуды `amp` при данной спиновой конфигурации конечных частиц.

- `void vertex(int i1, int i2, const EvtComplex& amp)`  
`void vertex(int i1, const EvtComplex& amp)`  
`void vertex(const EvtComplex& amp)`

Методы используются для записи амплитуд распада в случае, когда соответственно две, одна и ноль частиц в конечном состоянии имеют отличные от нуля спины.

- `void setNDaug(int n)`

Метод устанавливает число частиц в конечном состоянии, которые обладают ненулевым спином.

*Note:* это нигде явно не сказано, но в текущей реализации EvtGen параметр  $n \leq 3$ . Проверка на величину  $n$  не выполняется!

- `void setNState(int parent_states, int *daug_states)`

Метод устанавливает число спиновых состояний для каждой частицы.

*Note:* этот метод внутри себя выполняет проверку, что число спиновых состояний каждой из частиц не превосходит пяти. То есть, что спин любой частицы не больше двух.

- `void setAmp(int *ind, const EvtComplex& amp)`

Метод устанавливает и возвращает значение амплитуды `amp` для данной спиновой конфигурации. Переменная `*ind` является указателем на массив, в котором записана спиновая конфигурация. В зависимости от числа частиц с ненулевым спином в конечном состоянии, массив имеет от нуля до трех элементов.

### 1.9.3 Методы класса EvtDecayBase

Этот базовый класс содержит следующие методы, необходимые для написания амплитуды распада:

- `virtual void getName(EvtString& name)=0`

Этот метод определяет, какая модель распада будет использована. Метод возвращает уникальное название модели, которое используется в таблице распадов. Например, модель, используемая в классе EvtbTosllMS, носит название BTOSLLMS ( $b \rightarrow sl^+l^-$  в модели Melikhov и Stech). Тогда метод `getName` будет выглядеть следующим образом:

```
void EvtbTosllMS::getName(std::string& model_name){
    model_name = "BTOSLLMS";
}
```

Необходимо отметить, что для регистрации любой новой модели в EvtGen служит метод `EvtModelReg()` класса `EvtModelReg`, который описан в файле `EvtModelReg.cpp`.

- `virtual EvtDecayBase* clone()=0`

Этот метод возвращает указатель на новую копию класса. Для класса EvtbTosllMS такой метод имеет вид:

```
EvtDecayBase* EvtbTosllMS::clone(){
```

```

    return new EvtbTos11MS;
}

```

- `void init()`

Метод проверяет корректность переданных для данной модели входных параметров и характеристики частиц, участвующих в распаде. Его реализация для класса `EvtbTos11MS` достаточно громоздка, но поучительна:

```

void EvtbTos11MS::init(){

    // проверка, что модели передается четыре аргумента
    checkNArg(4);

    // проверка, что в распаде имеется три дочерних частицы
    checkNDaug(3);

    // Проверка, что В-мезон в данной модели действительно
    // является (псевдо)скалярной частицей
    checkSpinParent(EvtSpinType::SCALAR);

    // Проверка, что первая дочерняя частица (K*) - векторный мезон
    EvtSpinType::spintype mesontype=EvtPDL::getSpinType(getDaug(0));
    if ( !(mesontype == EvtSpinType::VECTOR)) {
        report(ERROR,"EvtGen") << "EvtbTos11MS generator expected "
            << " a VECTOR 1st daughter, found:"<<
            EvtPDL::name(getDaug(0)).c_str()<<std::endl;
        report(ERROR,"EvtGen") << "Will terminate execution!"<<std::endl;
        ::abort();
    }

    // Проверка, что две оставшиеся дочерние частицы - дираковские
    checkSpinDaughter(1,EvtSpinType::DIRAC);
}

```

```

checkSpinDaughter(2, EvtSpinType::DIRAC);

_msffmodel = new EvtbTosllMSFF();
if (mesontype == EvtSpinType::VECTOR){
    _calcamp = new EvtbTosllVectorAmpNew();
}
}

```

- `void initProbMax()`

Метод вычисляет максимальную вероятность, которой описывается распад в выбранной модели. Значение максимума используется при розыгрыше кинематики распада по вероятности. Подчеркнем, что вызов метода `initPrprobMax()` должен происходить **после** вызова метода `init()`, чтобы метод `initProbMax()` имел возможность использовать параметры, переданные или вычисленные во время инициализации модели. Значение максимальной вероятности устанавливается при помощи метода `setProbMax(double probmax)`. Реализация этого метода для класса `EvtbTosllMS` чрезвычайно сложна. Поэтому в данном описании для примера приведем простейшую из возможных реализаций метода `initProbMax()`, которую можно придумать:

```

void EvtbTosllMS::initProbMax(){
    // Получается, если честно вычислять максимум распределения
    // dGamma/(ds dcos(theta))
    double mymaxprob = 70.0;
    setProbMax(mymaxprob);
}

```

Для трехчастичных распадов по умолчанию поиск максимума происходит в переменных  $s$  и  $\cos\theta$ . Например, в распаде  $B_d^0 \rightarrow K^*\ell^+\ell^-$  переменная  $s$  равна инвариантной массе  $\ell^+\ell^-$  – пары, а угол  $\theta$  – это угол между направлениями движения векторного мезона ( $K^*$ ) и лептона ( $\ell^-$ ) в системе покоя лептонной пары.

- `virtual void decay(EvtParticle *p)`

Самый важный метод класса. От него EvtGen узнает информацию о свойствах распада в каждой конкретной модели. Поэтому он должен содержаться в всех производных классах, которые описывают любые распады любых частиц в любых моделях. Методу передается указатель типа EvtParticle на частицу, которая должна распадаться.

Прежде всего, метод `decay(...)` должен создать необходимое число дочерних частиц и связать эти частицы с деревом распада. Это делается при помощи другого метода `initializePhaseSpace(getNDAug(), getDaugs())`, где функция `int getNDAug()` возвращает число дочерних частиц для данной частицы, а функция `EvtId *getDaugs()` возвращает список имен дочерних частиц.

Метод `initializePhaseSpace(getNDAug(), getDaugs())` разыгрывает кинематику согласно фазовому объему.

Вторым, но не обязательным, шагом метод должен вычислить нетривиальную амплитуду распада, вообще говоря, зависящую от спиновых состояний частиц. В согласии с этой амплитудой класс EvtDecayAmp будет вычислять вероятности различных распределений по алгоритму, описанному в подразделе 1.2. Для производного класса EvtbTos11MS амплитуда вычисляется при помощи функции многих переменных `void CalcAmp(...)`. Данная функция будет детально описана в разделе 4.1. Таким образом, производный класс EvtbTos11MS реализует метод `decay(...)` следующим образом:

```
void EvtbTos11MS::decay( EvtParticle *p ){

    double    mu = getArg(0); // the scale parameter
    int       Nf = getArg(1); // number of "effective" flavors
    int       res_swch = getArg(2); // resonant switching parametr
    int       ias = getArg(3); // switching parametr for \alpha_s(M_Z)

    p->initializePhaseSpace(getNDAug(), getDaugs());
    _calcamp->CalcAmp(p, _amp2, _msffmodel, mu, Nf, res_swch, ias);
}
```

- `virtual void makeDecay(EvtParticle *p)=0`

Этот метод включен во все три производных класса `EvtDecayAmp`, `EvtDecayPrpb` и `EvtDecayIncoherent`. Метод принимает или отбрасывает событие в согласии с вероятностью распада и величиной фазового объема. Для класса `EvtDecayAmp` вероятность распада вычисляется по заданным спиновым амплитудам.

- `void disableCheckQ()`

Метод служит для проверки закона сохранения заряда в каждом распаде.

#### 1.9.4 Методы класса `EvtDecayAmp`

Класс `EvtDecayAmp` является производным от класса `EvtDecayBase`. В этом классе метод `makeDecay(EvtParticle* p)` реализован согласно алгоритму генерации цепочек распадов, описанному в подразделе 1.2. Кроме того, написана явная реализация метода `vertex(...)`.

### 1.10 Вычисление модельного матричного элемента трехчастичного распада псевдоскалярной частицы

Пусть некоторый распад псевдоскалярной частицы в векторную и два лептона приводит к следующему теоретическому матричному элементу:

$$M_{fi} = \epsilon_\nu^*(\lambda) T^{\mu\nu} (\bar{\ell}(p_2, s_2) \gamma_\mu \ell(-p_1, -s_1)), \quad (9)$$

где  $\epsilon$  – вектор поляризации векторного мезона,  $\lambda$ ,  $s_1$  и  $s_2$  – спины векторного мезона и двух конечных лептонов соответственно. Матричный элемент  $T^{\mu\nu}$  определен выражением (7). Для вычисления амплитуды нужно свернуть тензор  $T^{\mu\nu}$  сначала с вектором поляризации  $\epsilon_\mu^*$ , а затем получившийся вектор просуммировать по всем возможным спиновым состояниям с фермионным векторным током.

```

EvtTensor4C T;           // тензор 2-ого ранга
... вычисляем T^{\mu\nu} по формуле ...

// Определяем заряды первой и второй дочерних частиц, которые явл. лептонами.
// Нулевая дочерняя частица - векторный мезон.
// Такие определения даны заранее.
```

```

int charge1 = EvtPDL::chg3(parent->getDaug(1)->getId());
int charge2 = EvtPDL::chg3(parent->getDaug(2)->getId());

// Создаем два объекта класса "частица" для описания  $\ell^+$  и  $\ell^-$ 
EvtParticle* lepPlus=0;
EvtParticle* lepMinus=0;

// Делаем "lepPlus" указателем на дочерний позитрон, а "lepMinus" - на
// дочерний электрон (выбор по знаку заряда).
lepPlus = (charge1 > charge2) ? parent->getDaug(1) : parent->getDaug(2);
lepMinus = (charge1 < charge2) ? parent->getDaug(1) : parent->getDaug(2);

// Определяем и составляем всевозможные спиновые комбинации для векторного
// лептонного тока. Тут даны комбинации для распада анти-B - мезона. Нужно
// дополнительно написать аналогичные для B - мезона.
EvtVector4C l11=EvtLeptonVCurrent(lepPlus->spParent(0),
                                  lepMinus->spParent(0));
EvtVector4C l21=EvtLeptonVCurrent(lepPlus->spParent(1),
                                  lepMinus->spParent(0));
EvtVector4C l12=EvtLeptonVCurrent(lepPlus->spParent(0),
                                  lepMinus->spParent(1));
EvtVector4C l22=EvtLeptonVCurrent(lepPlus->spParent(1),
                                  lepMinus->spParent(1));

// Составляем суммарную по спиновым состояниям амплитуду.
// Перебор в цикле по спиновому состоянию векторного мезона.
int i; // индекс поляризации векторного мезона
for(i=0;i<3;i++){
    // нужен  $\epsilon^*$ , поэтому применяем операцию "conj()"
    EvtVector4C eps=parent->getDaug(0)->epsParent(i).conj();
    EvtVector4C E=T.cont2(eps); // Свертка тензора с вектором
}

```

```
                                // по второму (\nu) индексу.  
amp.vertex(i,0,0,l11*E);      // Перебор всевозможных  
amp.vertex(i,0,1,l12*E);      // спиновых состояний  
amp.vertex(i,1,0,l21*E);      // конечной системы двух фермионов  
amp.vertex(i,1,1,l22*E);      // и векторного мезона.  
}
```



## 2 Особенности EvtGen для LHCb

Реализация пакета EvtGen и работа с ним в коллаборации LHCb имеет целый ряд отличий от реализации и работы базового пакета. Это связано с тем, что все программное обеспечение (ПО) LHCb написано на основе Gaudi [13]. Проект Gaudi – это открытый проект, предназначенный для того, чтобы обеспечить необходимым набором классов и методов всех, кто пишет ПО для экспериментов в области физики высоких энергий, связанное с обработкой данных. Помимо LHCb, на основе Gaudi свое ПО строит эксперимент ATLAS.

### 2.1 Использование пакета EvtGen в оболочке Gauss

Для моделирования в коллаборации LHCb используется программное обеспечение под общим названием Gauss [14] основанное на ПО проекта Gaudi. Программное обеспечение Gauss состоит из двух модулей: **модуля генерации** событий (Event Generation) и **модуля моделирования** прохождения событий через детектор LHCb (Detector Simulation).

На этапе генерации моделируется столкновение протонов при энергиях LHC, рождение различных частиц в результате такого столкновения и их последующие распады. Для этого используются различные монте-карловские пакеты, такие как PYTHIA или EvtGen. На этапе моделирования продукты распада проходят через детектор. Выполняется моделирование взаимодействия частиц с веществом детектора и отклика детектора на подобные взаимодействия. Моделирование детектора основывается на пакете GEANT4 [15]. В математическую модель детектора LHCb постоянно вносятся изменения, связанные с эволюцией геометрии реальной установки. Оба этапа схематически представлены на рис.3.

Каждый этап может быть выполнена отдельно. Выбор этапа и параметров задается пользователем в управляющем файле (Job Options File), который обычно носит название Gauss.opts. Для запуска только этапа генерации событий в этом файле необходимо закомментировать строки, связанные с этапом моделирования:

```
//-----  
// Phases to be executed:  
//-----  
ApplicationMgr.TopAlg += { "GaudiSequencer/Generator" };  
//ApplicationMgr.TopAlg += { "GaudiSequencer/Simulation" };
```

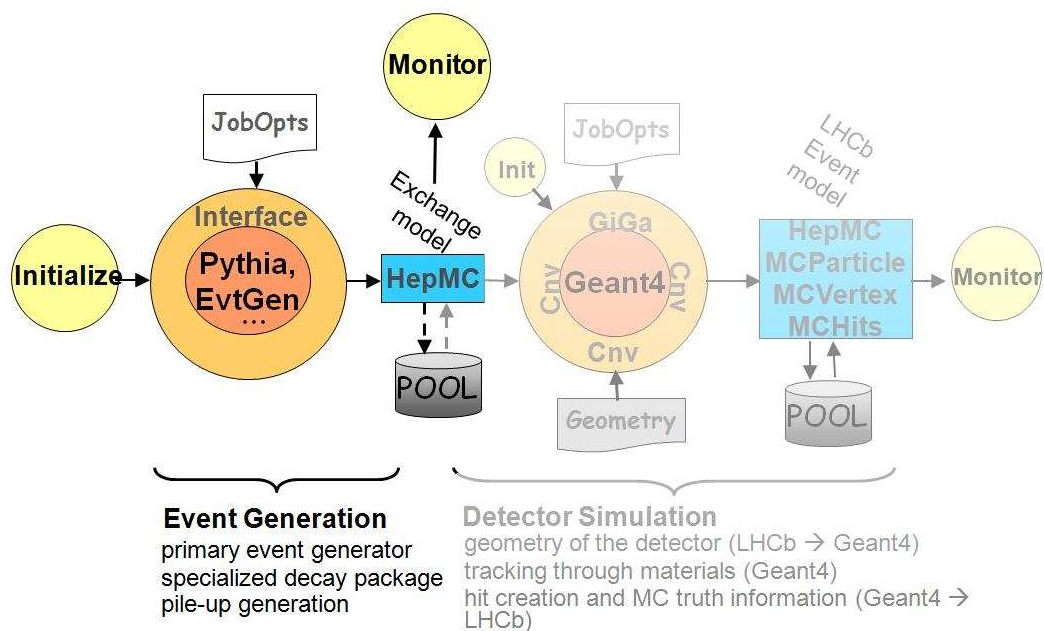


Рис. 3: Блок-схема работы EvtGen на этапе генерации событий и на этапе моделирования прохождения частиц через вещество детектора.

```
//-----
// Initialize the Phases:
//-----
Generator.Members      = { "GenInit/GaussGen" };
//Simulation.Members  = { "SimInit/GaussSim" };

//-----
// Generator phase:
//-----
#include "$GAUSSOPTS/Generator.opts"
// When running Generator stand-alone uncomment the following
// to write on tape only Generator objects
#include "$GAUSSOPTS/GenStandAlone.opts"

//-----
// Simulation phase:
```

```
//-----
//#include "$GAUSSOPTS/Simulation.opts"
```

Для генерации конкретного канала распада, например, распада  $B_d^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  в модели BTOSLLMS при помощи EvtGen в файл Gauss.opts нужно вставить следующие строки:

```
//-----
// Event type to simulate: for <evtttype> put a line similar to the following
//                               or use ParticleGun.opts
//-----
// B0  -> (K*(892)0 -> K+ pi-) mu+ mu-
#include "$DECFILESROOT/options/11114002.opts"
```

Для каждого канала распада численный код для обозначения типа события, который совпадает с номером opts-файла, создается согласно инструкции [16]. Для официально принятых коллаборацией LHCb каналов номера opts-файлов могут быть найдены на web-странице [17]. Файл 11114002.opts имеет вид:

```
// file 11114002.opts generated: Wed, 23 Apr 2008 00:28:39
//
// Event Type:11114002
//
// ASCII decay Descriptor: {[[B0]nos -> mu+ mu- (K*(892)0 -> K+ pi-)]cc,
//                               [[B0]os -> mu- mu+ (K*(892)~0 -> K- pi+)]cc}
//
Generation.EventType = 11114002;
Generation.SampleGenerationTool = "SignalRepeatedHadronization";
Generation.SignalRepeatedHadronization.ProductionTool = "PythiaProduction";
ToolSvc.EvtGenDecay.UserDecayFile = "$GAUSSOPTS/Bd_KstmumuMS.dec";
Generation.SignalRepeatedHadronization.SignalPIDList = {511,-511};
```

Файл Bd\_KstmumuMS.dec был представлен ранее в подразделе 1.4.

Таким образом, моделирование распада  $B_d^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  в рамках оболочки Gauss с использованием монте-карловского генератора EvtGen выполняется при помощи трех файлов: двух Job Options – файлов Gauss.opts и 11114002.opts для пакета Gauss и одного dec-файла

Bd\_KstmumuMS.dec для Монте-Карло генератора EvtGen. Запуск всей цепочки производится при помощи команды:

```
`${GAUSSROOT}`/`${CMTCONFIG}`/Gauss.exe `${GAUSSOPTS}`/Gauss.opts
```

Ntuple, содержащий всю информацию о фазе генерации, по умолчанию создается в файле GaussHistos.root. Ntuple заполняется при помощи алгоритма GeneratorFullMonitor, который содержится в пакете Sim/GaussMonitor. Кроме того, создается файл GaussMonitor.root, который содержит информацию Монте-Карло генератора в формате HepMC [18].

## 2.2 Организация пакета EvtGen в проекте Gauss

ПО Gauss разрабатывается под управлением системы контроля версий CMT (Configuration Management) [19]. Предположим, что выбрано ПО Gauss версии v30r5. Ему соответствует версия EvtGen v8r17<sup>10</sup>. Тогда структура пакета EvtGen – это типичная структура любого CMT-пакета.

```
Gauss_v30r5/Gen/EvtGen/v8r17/cmt           // тут надо делать gmake
Gauss_v30r5/Gen/EvtGen/v8r17/CVS
Gauss_v30r5/Gen/EvtGen/v8r17/doc           // документация
Gauss_v30r5/Gen/EvtGen/v8r17/EvtGen
Gauss_v30r5/Gen/EvtGen/v8r17/EvtGenBase    // заголовочные файлы для базовых
                                           // классов EvtGen
Gauss_v30r5/Gen/EvtGen/v8r17/EvtGenModels // заголовочные файлы для моделей
                                           // распадов EvtGen
Gauss_v30r5/Gen/EvtGen/v8r17/src           // программный код EvtGen
```

Файл Gauss.opts лежит по адресу

```
Gauss_v30r5/Sim/Gauss/v30r5/options,
```

файлы с опциями для генерации конкретных мод распада лежат в

```
Gauss_v30r5/Gen/DecFiles/v14r2/options,
```

а соответствующие им dec – файлы EvtGen лежат в

```
Gauss_v30r5/Gen/DecFiles/v14r2/dkfiles.
```

---

<sup>10</sup>Соответствие версий различных пакетов, входящих в Gauss, для LHCb можно узнать на страничке: <http://lhcb-release-area.web.cern.ch/LHCb-release-area/DOC/gauss/packages/>

## 3 Редкие полуплептонные распады $B$ -мезонов. Теоретический обзор

В настоящем разделе будет дан краткий теоретический обзор редких полуплептонных распадов  $B$ -мезонов, когда в конечном состоянии имеются псевдоскалярный ( $P$ ) или векторный ( $V$ ) мезоны.

### 3.1 Эффективный гамильтониан перехода $b \rightarrow s, d$ . Вильсоновские коэффициенты и формфакторы.

Теоретическое описание переходов  $b \rightarrow q$ , где  $q = \{d, s\}$ , удобно проводить, используя эффективный гамильтониан  $H^{\text{eff}}(b \rightarrow q)$ , записанный в форме вильсоновского разложения [20]:

$$H^{\text{eff}}(b \rightarrow q) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{tq}^* \sum_i C_i(\mu) O_i(\mu) + h.c., \quad (10)$$

где  $G_F$  – постоянная Ферми,  $V_{tb}$  и  $V_{tq}$  – элементы матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава (СКМ-матрицы). В формуле (10) величины  $C_i(\mu)$  составляют набор вильсоновских коэффициентов. Их количество и явный вид зависят от выбранной модели и приближения, в котором для данных коэффициентов учитывается вклад жестких глюонов. Для СМ в вильсоновские коэффициенты в низшем порядке по константам электромагнитного и слабого взаимодействий вносят свой вклад петлевые диаграммы “пингвин” и “квадратик”, а обмен жесткими глюонами вычисляется в рамках КХД в главном логарифмическом и следующих за ним приближениях [20]. Масштабный параметр  $\mu$ , который в данной задаче примерно равен массе  $b$ -кварка, разделяет жесткий и мягкий вклады от сильных взаимодействий. Мягкий вклад содержится в матричных элементах от базисных операторов  $O_i(\mu)$  между начальным и конечным адронными состояниями. Для СМ набор базисных операторов, дающих основной вклад в матричные элементы редких полуплептонных распадов  $B$ -мезонов, следующий<sup>11</sup>:

<sup>11</sup>При записи различных формул используются следующие определения:  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ ,  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ ,  $\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$  – полностью антисимметричный тензор четвертого ранга,  $\varepsilon^{0123} = -1$ ,  $e = \sqrt{4\pi\alpha_{\text{em}}}$ , где  $\alpha_{\text{em}}$  – постоянная тонкой структуры,  $\ell$  – лептон,  $F^{\mu\nu}(x)$  – тензор напряженности электромагнитного поля,  $m_b$  – масса  $b$ -кварка,  $m_q$  – масса легкого кварка  $d$  или  $s$ .

$$\begin{aligned}
O_1 &= (\bar{q}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\alpha) (\bar{c}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c_\beta), \\
O_2 &= (\bar{q}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\beta) (\bar{c}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c_\alpha), \\
O_{7\gamma} &= \frac{e}{8\pi^2} \bar{q}_\alpha \sigma_{\mu\nu} [m_b(1 + \gamma_5) + m_q(1 - \gamma_5)] b_\alpha F^{\mu\nu}, \\
O_{9V} &= \frac{e^2}{8\pi^2} (\bar{q}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\alpha) \bar{\ell} \gamma_\mu \ell, \\
O_{10A} &= \frac{e^2}{8\pi^2} (\bar{q}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\alpha) \bar{\ell} \gamma_\mu \gamma_5 \ell,
\end{aligned} \tag{11}$$

Оператор  $O_{7\gamma}$  определяется вкладом “пингвинной” диаграммы с излучением фотона. В операторы  $O_{9V}$  и  $O_{10A}$  вносит вклад “пингвинная” диаграмма с излучением  $Z^0$ -бозона и диаграмма типа “квадратик”. Кроме того, эффективный вильсоновский коэффициент при матричном элементе оператора  $O_{9V}$  содержит непертурбативный вклад  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $J/\psi$ ,  $\psi'$  и т. д. резонансов, возникающий от матричных элементов операторов  $O_1$  и  $O_2$  [21].

Матричные элементы базисных операторов между начальным и конечным адронными состояниями вычисляются в рамках различных непертурбативных методов: правил сумм КХД, вычислений на решетках, кварковых моделей<sup>12</sup>. Хотя в настоящее время при описании редких распадов тяжелых адронов имеется хорошее численное согласие между предсказаниями различных непертурбативных методов, однако точность каждого отдельного метода не может быть лучше 15%. К этому следует добавить точность вычисления вильсоновских коэффициентов, численные значения которых, вообще говоря, чувствительны к выбору масштабного параметра  $\mu$ . Считается, что для рассматриваемого круга задач  $\mu \in [m_b/2, 2m_b]$ . В этом случае в приближении, следующим за главными логарифмами, (NLO) точность вычисления коэффициентов Вильсона порядка 15%, а в следующем за ним приближении (NNLO) – порядка 7% вне области  $J/\psi$ - и  $\psi'$ -резонансов [20].

---

<sup>12</sup>Сколько-нибудь полную библиографию развития данных непертурбативных подходов привести абсолютно невозможно. Перечисление только ключевых публикаций заняло бы несколько страниц. Поэтому по данным подходам было решено не приводить ссылок, кроме тех, что уже есть по кварковым моделям и правилам сумм КХД: [7] – [9]

## 3.2 Эффективный гамильтониан переходов $b \rightarrow q\ell^+\ell^-$ в СМ

Редкие полулептонные распады  $B$ -мезонов в Стандартной модели описываются при помощи эффективного гамильтониана (см. 11):

$$\begin{aligned}
H_{\text{eff}}^{\text{SM}b \rightarrow q\ell^+\ell^-} &= \tag{12} \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_{em}}{2\pi} V_{tb}V_{tq}^* \left[ -2 \frac{C_{7\gamma}(\mu)}{s} (\bar{q} i\sigma_{\mu\nu} \{m_b (1 + \gamma^5) + m_q (1 - \gamma^5)\} q^\nu b) \cdot (\bar{\ell}\gamma^\mu\ell) \right. \\
&\quad \left. + C_{9V}^{eff}(\mu, s) (\bar{q}\gamma_\mu (1 - \gamma^5) b) \cdot (\bar{\ell}\gamma^\mu\ell) + C_{10A}(\mu) (\bar{q}\gamma_\mu (1 - \gamma^5) b) \cdot (\bar{\ell}\gamma^\mu\gamma^5\ell) \right] \\
&\quad + \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_{em}}{2\pi} V_{tb}^*V_{tq} \left[ 2 \frac{C_{7\gamma}^*(\mu)}{s} (\bar{b} i\sigma_{\mu\nu} \{m_b (1 - \gamma^5) + m_q (1 + \gamma^5)\} q^\nu q) \cdot (\bar{\ell}\gamma^\mu\ell) \right. \\
&\quad \left. + C_{9V}^{eff*}(\mu, s) (\bar{b}\gamma_\mu (1 - \gamma^5) q) \cdot (\bar{\ell}\gamma^\mu\ell) + C_{10A}^*(\mu) (\bar{b}\gamma_\mu (1 - \gamma^5) q) \cdot (\bar{\ell}\gamma^\mu\gamma^5\ell) \right],
\end{aligned}$$

который является конкретизацией общего гамильтониана (10) для переходов  $b \rightarrow q\ell^+\ell^-$ .

## 3.3 Формфакторы адронных переходов

### 3.3.1 Формфакторы переходов $\bar{B} \rightarrow \bar{P}$ и $\bar{B} \rightarrow \bar{V}$

Согласно работе [9], определим формфакторы адронных переходов следующим образом:

а) для переходов  $\bar{B}(p_1, M_1) \rightarrow \bar{P}(p_2, M_2)$ :

$$\begin{aligned}
\langle \bar{P}(p_2, M_2) | \bar{q} \gamma_\mu b | \bar{B}(p_1, M_1) \rangle &= f_0(q^2) \frac{M_1^2 - M_2^2}{s} q_\mu + \\
&\quad + f_+(q^2) \left( P_\mu - \frac{M_1^2 - M_2^2}{s} q_\mu \right) = f_+(q^2) P_\mu + f_-(q^2) q_\mu; \tag{13} \\
\langle \bar{P}(p_2, M_2) | \bar{q} \sigma_{\mu\nu} q^\nu b | \bar{B}(p_1, M_1) \rangle &= -i \frac{f_T(q^2)}{M_1 + M_2} (s P_\mu - (M_1^2 - M_2^2) q_\mu)
\end{aligned}$$

и

б) для переходов  $\bar{B}(p_1, M_1) \rightarrow \bar{V}(p_2, M_2, \varepsilon)$ :

$$\begin{aligned}
\langle \bar{V}(p_2, M_2, \varepsilon) | \bar{q} \gamma_\mu b | \bar{B}(p_1, M_1) \rangle &= \frac{2V(q^2)}{M_1 + M_2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon^{*\nu} p_1^\alpha p_2^\beta; \\
\langle \bar{V}(p_2, M_2, \varepsilon) | \bar{q} \gamma_\mu \gamma^5 b | \bar{B}(p_1, M_1) \rangle &= i \varepsilon_\mu^*(M_1 + M_2) A_1(q^2) - \\
&\quad - i (\varepsilon^* p_1)_\mu (p_1 + p_2)_\mu \frac{A_2(q^2)}{M_1 + M_2} - i (\varepsilon^* p_1)_\mu q_\mu \frac{2M_2}{q^2} (A_3(q^2) - A_0(q^2)); \tag{14} \\
\langle \bar{V}(p_2, M_2, \varepsilon) | \bar{q} \sigma_{\mu\nu} q^\nu b | \bar{B}(p_1, M_1) \rangle &= 2i T_1(q^2) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon^{*\nu} p_1^\alpha p_2^\beta; \\
\langle \bar{V}(p_2, M_2, \varepsilon) | \bar{q} \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 q^\nu b | \bar{B}(p_1, M_1) \rangle &= T_2(q^2) (\varepsilon_\mu^* (M_1^2 - M_2^2) - (\varepsilon^* p_1)_\mu (p_1 + p_2)_\mu) + \\
&\quad + T_3(q^2) (\varepsilon^* p_1)_\mu \left( q_\mu - \frac{q^2}{M_1^2 - M_2^2} (p_1 + p_2)_\mu \right),
\end{aligned}$$

где  $q = p_1 - p_2$ ,  $s = q^2$ ,  $P = p_1 + p_2$ .

### 3.3.2 Формфакторы переходов $B \rightarrow P$ и $B \rightarrow V$

Формфакторы переходов  $B \rightarrow P$  и  $B \rightarrow V$  следующим образом связаны с формфакторами переходов  $\bar{B} \rightarrow \bar{P}$  и  $\bar{B} \rightarrow \bar{V}$ :

$$\begin{aligned} A_0(q^2) &\rightarrow A_0(q^2); & A_1(q^2) &\rightarrow A_1(q^2); & A_2(q^2) &\rightarrow A_2(q^2); & A_3(q^2) &\rightarrow A_3(q^2); \\ V(q^2) &\rightarrow -V(q^2); & T_1(q^2) &\rightarrow T_1(q^2); & T_2(q^2) &\rightarrow T_2(q^2); & T_3(q^2) &\rightarrow T_3(q^2); \\ f_+(q^2) &\rightarrow f_+(q^2); & f_-(q^2) &\rightarrow f_-(q^2); & f_0(q^2) &\rightarrow f_0(q^2); & f_T(q^2) &\rightarrow -f_T(q^2). \end{aligned} \quad (15)$$

Для большей общности необходимо учесть фазу зарядового сопряжения, которая возникает при действии оператора зарядового сопряжения на вектора состояний начального и конечного адронов<sup>13</sup>.

## 3.4 Матричные элементы редких полулептонных распадов $B$ -мезонов

### 3.4.1 Выражения для матричных элементов распадов $\bar{B} \rightarrow \bar{V}\ell^+\ell^-$ и $\bar{B} \rightarrow \bar{P}\ell^+\ell^-$

Матричные элементы распадов  $\bar{B} \rightarrow \bar{V}\ell^+\ell^-$  и  $\bar{B} \rightarrow \bar{P}\ell^+\ell^-$  задаются следующими соотношениями<sup>14</sup>:

а) Матричный элемент распада  $\bar{B}(p_1, M_1) \rightarrow \bar{P}(p_2, M_2)\ell^+(k_1, m)\ell^-(k_2, m)$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \langle \bar{P}(p_2, M_2), \ell^+(k_1), \ell^-(k_2) | H_{\text{eff}}^{\text{SM}b \rightarrow q\ell^+\ell^-} | \bar{B}(p_1, M_1) \rangle &\sim V_{tb}V_{tq}^* \\ &\left[ \frac{a(\mu, s)}{M_1} P_\mu (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu\ell(-k_1)) + \frac{b(\mu, s)}{M_1} q_\mu (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu\ell(-k_1)) + \right. \\ &\left. \frac{c(\mu, s)}{M_1} P_\mu (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu\gamma_5\ell(-k_1)) + \frac{d(\mu, s)}{M_1} q_\mu (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu\gamma^5\ell(-k_1)) \right], \end{aligned}$$

<sup>13</sup>При написании Монте-Карло генератора для редких полулептонных распадов  $B$ -мезонов эта фаза полагалась равной нулю.

<sup>14</sup>При записи матричных элементов используются следующие соглашения:  $p_1^\mu$  и  $M_1$  – 4-импульс и масса начального  $\bar{B}$ -мезона,  $p_2^\mu$  и  $M_2$  – 4-импульс и масса конечного (псевдоскалярного или векторного) мезона,  $k_1^\mu$  – 4-импульс положительно заряженного лептона  $\ell^+$  и  $k_2^\mu$  – 4-импульс отрицательно заряженного лептона  $\ell^-$ . Массы обоих лептонов равны  $m$ . Векторный мезон дополнительно характеризуется вектором поляризации  $\varepsilon^\mu$ . Кроме того определим:  $P^\mu = p_1^\mu + p_2^\mu$ ,  $q^\mu = p_1^\mu - p_2^\mu = k_1^\mu + k_2^\mu$ ,  $s = q^\mu q_\mu$ ,  $\hat{s} = s/M_1^2$ ,  $\hat{M}_2 = M_2/M_1$ ,  $\hat{m}_b = m_b/M_1$ ,  $\hat{m}_q = m_q/M_1$ ,  $q = \{d, s\}$  и  $\ell = \{e, \mu, \tau\}$ .



где

$$\begin{aligned}\frac{a(\mu, s)}{M_1} &= -2 C_{7\gamma}(\mu) \frac{\hat{m}_b + \hat{m}_q}{1 + \hat{M}_2} f_T(s) + C_{9V}^{eff}(\mu, s) f_+(s), \\ \frac{b(\mu, s)}{M_1} &= \frac{1 - \hat{M}_2}{\hat{s}} \left( 2 C_{7\gamma}(\mu) \frac{\hat{m}_b + \hat{m}_q}{1 + \hat{M}_2} f_T(s) + C_{9V}^{eff}(\mu, s) [f_0(s) - f_+(s)] \right), \\ \frac{c(\mu, s)}{M_1} &= C_{10A}(\mu) f_+(s), \quad \frac{d(\mu, s)}{M_1} = C_{10A}(\mu) \frac{1 - \hat{M}_2}{\hat{s}} [f_0(s) - f_+(s)].\end{aligned}$$

б) Матричный элемент распада  $\bar{B}(p_1, M_1) \rightarrow \bar{V}(p_2, M_2, \varepsilon) \ell^+(k_1, m) \ell^-(k_2, m)$  имеет вид

$$\begin{aligned}\langle \bar{V}(p_2, M_2, \varepsilon), \ell^+(k_1), \ell^-(k_2) | H_{\text{eff}}^{\text{SM}b \rightarrow q \ell^+ \ell^-} | \bar{B}(p_1, M_1) \rangle &\sim V_{tb} V_{tq}^* \\ &\left[ \frac{a(\mu, s)}{M_1} \epsilon_{\mu \varepsilon^* p_1 p_2} (\bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \ell(-k_1)) - i b(\mu, s) M_1 \varepsilon_\mu^* (\bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \ell(-k_1)) + \right. \\ &i \frac{c(\mu, s)}{M_1} P_\mu(\varepsilon^* p_1) (\bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \ell(-k_1)) + i \frac{d(\mu, s)}{M_1} q_\mu(\varepsilon^* p_1) (\bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \ell(-k_1)) + \quad (16) \\ &\frac{e(\mu, s)}{M_1} \epsilon_{\mu \varepsilon^* p_1 p_2} (\bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \gamma^5 \ell(-k_1)) - i f(\mu, s) M_1 \varepsilon_\mu^* (\bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \gamma^5 \ell(-k_1)) + \\ &\left. i \frac{g(\mu, s)}{M_1} P_\mu(\varepsilon^* p_1) (\bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \gamma^5 \ell(-k_1)) + i \frac{h(\mu, s)}{M_1} q_\mu(\varepsilon^* p_1) (\bar{\ell}(k_2) \gamma^\mu \gamma^5 \ell(-k_1)) \right],\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}a(\mu, s) &= 4 C_{7\gamma}(\mu) \frac{(\hat{m}_b + \hat{m}_q)}{\hat{s}} T_1(s) + 2 C_{9V}^{eff}(\mu, s) \frac{V(s)}{1 + \hat{M}_2}, \\ b(\mu, s) &= (1 + \hat{M}_2) \left( 2 C_{7\gamma}(\mu) \frac{(\hat{m}_b - \hat{m}_q)}{\hat{s}} (1 - \hat{M}_2) T_2(s) + C_{9V}^{eff}(\mu, s) A_1(s), \right) \\ c(\mu, s) &= \frac{1}{1 - \hat{M}_2^2} \left( 2 C_{7\gamma}(\mu) \frac{(\hat{m}_b - \hat{m}_q)}{\hat{s}} (1 - \hat{M}_2^2) T_2(s) + 2 C_{7\gamma}(\mu) (\hat{m}_b - \hat{m}_q) T_3(s) + \right. \\ &\quad \left. C_{9V}^{eff}(\mu, s) (1 - \hat{M}_2) A_2(s) \right), \\ d(\mu, s) &= \frac{1}{\hat{s}} \left( -2 C_{7\gamma}(\mu) (\hat{m}_b - \hat{m}_q) T_3(s) + C_{9V}^{eff}(\mu, s) (1 + \hat{M}_2) A_1(s) - \right. \\ &\quad \left. C_{9V}^{eff}(\mu, s) (1 - \hat{M}_2) A_2(s) - 2 C_{9V}^{eff}(\mu, s) \hat{M}_2 A_0(s) \right), \\ e(\mu, s) &= 2 C_{10A}(\mu) \frac{V(s)}{1 + \hat{M}_2}, \\ f(\mu, s) &= C_{10A}(\mu) (1 + \hat{M}_2) A_1(s), \quad g(\mu, s) = C_{10A}(\mu) \frac{A_2(s)}{1 + \hat{M}_2}, \\ h(\mu, s) &= \frac{C_{10A}(\mu)}{\hat{s}} \left( (1 + \hat{M}_2) A_1(s) - (1 - \hat{M}_2) A_2(s) - 2 \hat{M}_2 A_0(s) \right).\end{aligned}$$

### 3.4.2 Выражения для матричных элементов распадов $B \rightarrow V\ell^+\ell^-$ и $B \rightarrow P\ell^+\ell^-$

Учитывая выражение для эффективного гамильтониана (12), правила замены формфакторов (15) и очевидный факт, что все формфакторы суть действительные функции  $q^2$ , для матричных элементов распадов  $B \rightarrow V\ell^+\ell^-$  и  $B \rightarrow P\ell^+\ell^-$  получаем следующие формулы:

a) Матричный элемент распада  $B(p_1, M_1) \rightarrow P(p_2, M_2)\ell^+(k_1, m)\ell^-(k_2, m)$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \langle P(p_2, M_2), \ell^+(k_1), \ell^-(k_2) \left| H_{\text{eff}}^{\text{SM}b \rightarrow q\ell^+\ell^-} \right| B(p_1, M_1) \rangle \sim V_{tb}^* V_{tq} \\ \left[ \frac{a^*(\mu, s)}{M_1} P_\mu (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \ell(-k_1)) + \frac{b^*(\mu, s)}{M_1} q_\mu (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \ell(-k_1)) + \right. \\ \left. \frac{c^*(\mu, s)}{M_1} P_\mu (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \gamma_5 \ell(-k_1)) + \frac{d^*(\mu, s)}{M_1} q_\mu (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \gamma_5 \ell(-k_1)) \right]. \end{aligned}$$

b) Матричный элемент распада  $B(p_1, M_1) \rightarrow V(p_2, M_2, \varepsilon)\ell^+(k_1, m)\ell^-(k_2, m)$  имеет вид

$$\begin{aligned} \langle V(p_2, M_2, \varepsilon), \ell^+(k_1), \ell^-(k_2) \left| H_{\text{eff}}^{\text{SM}b \rightarrow q\ell^+\ell^-} \right| B(p_1, M_1) \rangle \sim V_{tb}^* V_{tq} \\ \left[ -\frac{a^*(\mu, s)}{M_1} \epsilon_{\mu\varepsilon^*p_1p_2} (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \ell(-k_1)) - i b^*(\mu, s) M_1 \varepsilon_\mu^* (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \ell(-k_1)) + \right. \\ \left. i \frac{c^*(\mu, s)}{M_1} P_\mu (\varepsilon^* p_1) (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \ell(-k_1)) + i \frac{d^*(\mu, s)}{M_1} q_\mu (\varepsilon^* p_1) (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \ell(-k_1)) - \right. \\ \left. - \frac{e^*(\mu, s)}{M_1} \epsilon_{\mu\varepsilon^*p_1p_2} (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \gamma_5 \ell(-k_1)) - i f^*(\mu, s) M_1 \varepsilon_\mu^* (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \gamma_5 \ell(-k_1)) + \right. \\ \left. i \frac{g^*(\mu, s)}{M_1} P_\mu (\varepsilon^* p_1) (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \gamma_5 \ell(-k_1)) + i \frac{h^*(\mu, s)}{M_1} q_\mu (\varepsilon^* p_1) (\bar{\ell}(k_2)\gamma^\mu \gamma_5 \ell(-k_1)) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

### 3.4.3 Элементы матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава

Элементы СКМ-матрицы в параметризации Вольфенштейна с точностью  $O(\lambda^4)$  задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} V_{tb} = 1 - 0.5 (A \lambda^2)^2; \quad V_{td} = A \lambda^3 (1 - (1 - 0.5 \lambda^2) (\rho + i \eta)) \\ \text{и} \quad V_{ts} = -A \lambda^2 (1 - 0.5 \lambda^2 + \lambda^2 (\rho + i \eta)). \end{aligned} \quad (18)$$

## 4 Распады $B \rightarrow V\ell^+\ell^-$ и $B \rightarrow P\ell^+\ell^-$ в EvtGen

В пакете EvtGen для LHCb уже существуют классы `EvtbTosllAli` и `EvtbTosllBall`, предназначенные для моделирования редких полулептонных распадов  $B$ -мезонов<sup>15</sup>.

Класс `EvtbTosllAli` соответствует модели `BTOSLLALI`. Она основывается на работе A.Ali et al., [7], в которой вычислены формфакторы переходов  $B \rightarrow K$  и  $B \rightarrow K^*$  в рамках правил сумм КХД на световом конусе. Для параметризации формфакторов используется экспоненциальный анзац, который не имеет хорошего физического обоснования и не вполне подходит для компьютерной реализации.

Класс `EvtbTosllBall` соответствует модели `BTOSLLBALL`. Эта модель также основывается на формулах работы [7]. Однако, к формфакторам переходов  $B \rightarrow K$  и  $B \rightarrow K^*$  добавлены формфакторы переходов  $B \rightarrow \pi$  и  $B \rightarrow \rho$ , взятые из работы [8]. Все формфакторы вычислены в рамках правил сумм КХД на световом конусе<sup>16</sup>.

Обе модели используют вильсоновские коэффициенты Стандартной Модели в NNLO приближении, взятые при одном конкретном значении масштабного параметра  $\mu$ . Однако, значение масштабного параметра не указано.

Подчеркнем, что при помощи обеих описанных выше моделей невозможно корректно моделировать редкие полулептонные распады  $B_s^0$ -мезонов, например распад  $B_s^0 \rightarrow \phi\ell^+\ell^-$ . Однако, поскольку формфакторы перехода  $B_s^0 \rightarrow \phi$  с точностью порядка 20% равны формфакторам перехода  $B_d^0 \rightarrow K^*$ , то ими можно воспользоваться для грубого моделирования распадов  $B_s^0 \rightarrow \phi\ell^+\ell^-$ . Именно так поступает коллаборация LHCb, используя для этих целей модель `BTOSLLALI`. При этом заведомо невозможно корректно промоделировать положение так называемой "нулевой точки", а тем более эффекты CP-нарушения.

Вычисление амплитуд распадов для обеих моделей производится при помощи методов из классов `EvtbTosllScalarAmp` и `EvtbTosllVectorAmp`, которые являются производными от класса `EvtbTosllAmp`. Реализация класса `EvtbTosllAmp` имеет ряд недостатков с теоретической точки зрения:

---

<sup>15</sup>Эти классы, и отвечающие им модели, не описаны в официальной документации [2] пакета EvtGen. В документации LHCb [3] указано только, что эти модели используются в процессе Монте-Карло генерации данных для коллаборации LHCb.

<sup>16</sup>Формально методы `getScalarFF` и `getVectorFF` класса `EvtbTosllBallFF` предоставляют возможность выбора параметризаций формфакторов, отличных от параметризаций работ [7] и [8]. Однако в теле самих методов флаг `model` принудительно устанавливается равным 1, что соответствует [7, 8].

- Вильсоновские коэффициенты  $C_i$  не зависят от масштабного параметра  $\mu$ . Коэффициенты реализованы в виде чисел. Нет информации, при каком значении  $\mu$  эти числа получены<sup>17</sup>.
- Не учтен вклад векторных резонансов  $\rho, \omega, J/\psi, \psi'$  и т.д. в вильсоновские коэффициенты.
- Используются формфакторы, вычисленные только в рамках правил сумм КХД на световом конусе.
- Возможно моделировать только распады, связанные с переходами  $B \rightarrow K, K^*, \pi, \rho$ .
- Не учтен вклад "слабой аннигиляции", который может давать поправки до 10% при переходах  $b \rightarrow d$ .
- Параметры СКМ-матрицы – действительные числа. Не предусмотрен вариант их изменения пользователем. Поэтому моделирование эффектов CP-нарушения невозможно.

Всех перечисленных выше недостатков лишена новая модель BTOSLLMS, которая была написана авторами в 2008 году. Модель реализована при помощи нескольких классов, которые будут детально описаны в подразделе 4.1. В рамках данной модели:

- возможно провести моделирование *четырнадцати* различных каналов редких полуплептонных распадов  $B$ -мезонов:

$$B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow K^0 \ell^+ \ell^-; \quad B_d^0 \rightarrow K_S \ell^+ \ell^-; \quad B_d^0 \rightarrow K_L \ell^+ \ell^-;$$

$$B^+ \rightarrow \pi^+ \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow \pi^0 \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow \eta \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow \eta' \ell^+ \ell^-;$$

$$B_s^0 \rightarrow \eta \ell^+ \ell^-;$$

$$B_s^0 \rightarrow \eta' \ell^+ \ell^-;$$

$$B^+ \rightarrow K^{*+} \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow (K^{*0} \rightarrow K^+ \pi^-) \ell^+ \ell^-;$$

---

<sup>17</sup>Отметим, что значения этих чисел лежат в допустимом интервале значений вильсоновских коэффициентов Стандартной Модели, полученных при  $\mu \in [m_b/2, 2m_b]$ .

$$\begin{aligned}
B^+ &\rightarrow \rho^+ \ell^+ \ell^-; \\
B_d^0 &\rightarrow (\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) \ell^+ \ell^-; \\
B_s^0 &\rightarrow (\phi \rightarrow K^+ K^-) \ell^+ \ell^-; \\
B_s^0 &\rightarrow (\bar{K}^{*0} \rightarrow K^- \pi^+) \ell^+ \ell^-.
\end{aligned}$$

Формфакторы адронных переходов вычисляются в рамках дисперсионной формулировки кварковой модели по параметризациям, взятым из работы [9].

- Включена зависимость вильсоновских коэффициентов  $C_i$  от масштабного параметра  $\mu$  и учтен вклад векторных резонансов  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $J/\psi$ ,  $\psi'$  и т.д. в Стандартной Модели.
- Учен вклад "слабой аннигиляции".
- Предусмотрена простая возможность изменения величины матричных элементов СКМ-матрицы в параметризации Вольфенштайна на уровне входных параметров. Имеется возможность изучения эффектов CP-нарушения.

Подчеркнем, что модель BTOSLLMS, как и модели BTOSLLALI и BTOSLLBALL, позволяют изучать физику редких распадов только в рамках Стандартной Модели. В настоящее время коллаборацией LHCb для распада  $B_d^0 \rightarrow K^{*0} \ell^+ \ell^-$  разрабатывается модель BTOKSTARLLDURHAM07, которая включает в себя несколько расширений Стандартной Модели. Но работа над моделью еще далека от завершения [22]. Однако уже сейчас известно, что в модель не предусматривается включение резонансного вклада и эффектов CP-нарушения.

## 4.1 Реализация распадов $B \rightarrow (P, V) \ell^+ \ell^-$ в рамках модели BTOSLLMS

### 4.1.1 Файлы, содержащие реализацию модели BTOSLLMS

Программная реализация модели BTOSLLMS содержится в следующих 14-и файлах

```

.../EvtGenModels/EvtbTosllAmpNew.hh
.../EvtGenModels/EvtbTosllScalarAmpNew.hh
.../EvtGenModels/EvtbTosllVectorAmpNew.hh
.../EvtGenModels/EvtbTosllWilsCoeffNLO.hh
.../EvtGenModels/EvtbTosllFFNew.hh
.../EvtGenModels/EvtbTosllMS.hh
.../EvtGenModels/EvtbTosllMSFF.hh

```

```

.../src/EvtbTosllScalarAmpNew.cpp
.../src/EvtbTosllVectorAmpNew.cpp
.../src/EvtbTosllWilsCoeffNLO.cpp
.../src/EvtbTosllMS.cpp
.../src/EvtbTosllMSFF.cpp

```

Помимо этого необходимо модифицировать файл `.../src/EvtModelReg.cpp`, иметь четырнадцать `opts`- и четырнадцать `dec`-файлов – по одному для каждого канала распада. Пример `dec`-файла `Bd_KstmumuMS.dec` для распада  $B_d^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$  приведен в подразделе 1.4. Соответствующий ему `opts`-файл `11114002.opts` представлен в подразделе 2.1. Соответствующие `dec`- и `opts`-файлы для остальных распадов аналогичны.

#### 4.1.2 Входные параметры модели VTOSLLMS

В `dec`-файлах необходимо задать следующие восемь параметров модели VTOSLLMS:

- `mu` – масштабный параметр  $\mu$ , равный по порядку величины массе  $b$ -кварка (по умолчанию принимается равным 5 ГэВ). Физический смысл масштабного параметра описан в подразделе 3.1.
- `Nf` – число "эффективных" кварковых ароматов, используемых для вычисления значений бегущей константы связи сильного взаимодействия  $\alpha_s(\mu)$ . Для распадов  $B$ -мезонов это значение по умолчанию равно 5.
- `res_swch` – параметр, определяющий, включать или нет в моделирование кинематики распадов область  $J/\psi$ - и  $\psi'$ -резонансов.

Если `res_swch = 0`, то вклад резонансов не учитывается. Это значение параметра `res_swch` по умолчанию.

Если `res_swch = 1`, то вклад резонансов учитывается.

- `ias` – параметр, определяющий выбор значения  $\alpha_s(M_Z)$ .

Если `ias = 0`, то выбирается значение  $\alpha_s(M_Z)$ , соответствующее нижней границе экспериментального интервала.

Если `ias = 1`, то выбирается среднее значение  $\alpha_s(M_Z)$ . Это значение параметра `ias` по умолчанию.

Если  $ias = 2$ , то выбирается значение  $\alpha_s(M_Z)$ , соответствующее верхней границе экспериментального интервала.

- Четыре параметра `A`, `lambda`, `barrho` и `bareta`, соответствующие Вольфенштейновской параметризации СКМ-матрицы (см. формулы (18)). Параметры  $\bar{\rho}$  и  $\bar{\eta}$  связаны с параметрами  $\rho$  и  $\eta$  следующими формулами:  $\bar{\rho} = \rho \sqrt{1 - \lambda^2}$  и  $\bar{\eta} = \eta \sqrt{1 - \lambda^2}$ . По умолчанию `A = 0,88`, `lambda = 0,227`, `barrho = 0,22` и `bareta = 0,34`.

### 4.1.3 Структура классов в модели BTOSLLMS

Модель включает в себя следующие основные классы:

- класс `EvtbTosllWilsCoeffNLO` предназначен для вычисления вильсоновских коэффициентов Стандартной Модели в NLO-приближении с учетом или без учета вклада векторных  $J/\psi$ - и  $\psi'$ -резонансов согласно работам [20] и [21].

Класс содержит следующие основные методы:

– `EvtComplex GetC7Eff(double mu, double Mw, double mt, int Nf, int ias)`

Этот метод возвращает значение вильсоновского коэффициента  $C_{7\gamma}(\mu)$ .

– `EvtComplex GetC9Eff(int res_swch, double q2, double M1, double m2, double mu, double mc, double mt, double Mw, double m1, int Nf, int ias)`

Этот метод возвращает значение вильсоновского коэффициента  $C_{9V}^{eff}(\mu, s)$  без учета или с учетом резонансного вклада.

– `EvtComplex GetC10Eff(double mt, double Mw)`

Этот метод возвращает значение вильсоновского коэффициента  $C_{10A}(\mu)$ .

Остальные методы этого класса нужны для вспомогательных вычислений, а потому в настоящей работе описываться не будут.

- Класс `EvtbTosllFFNew` предназначен для вычисления формфакторов адронных переходов псевдоскалярного  $B$ -мезона в псевдоскалярный ( $P$ ) или векторный ( $V$ ) мезоны.

Класс содержит три метода:

– `virtual void getScalarFF(...)`

Возвращает набор формфакторов перехода  $B \rightarrow P$  согласно определению (13).

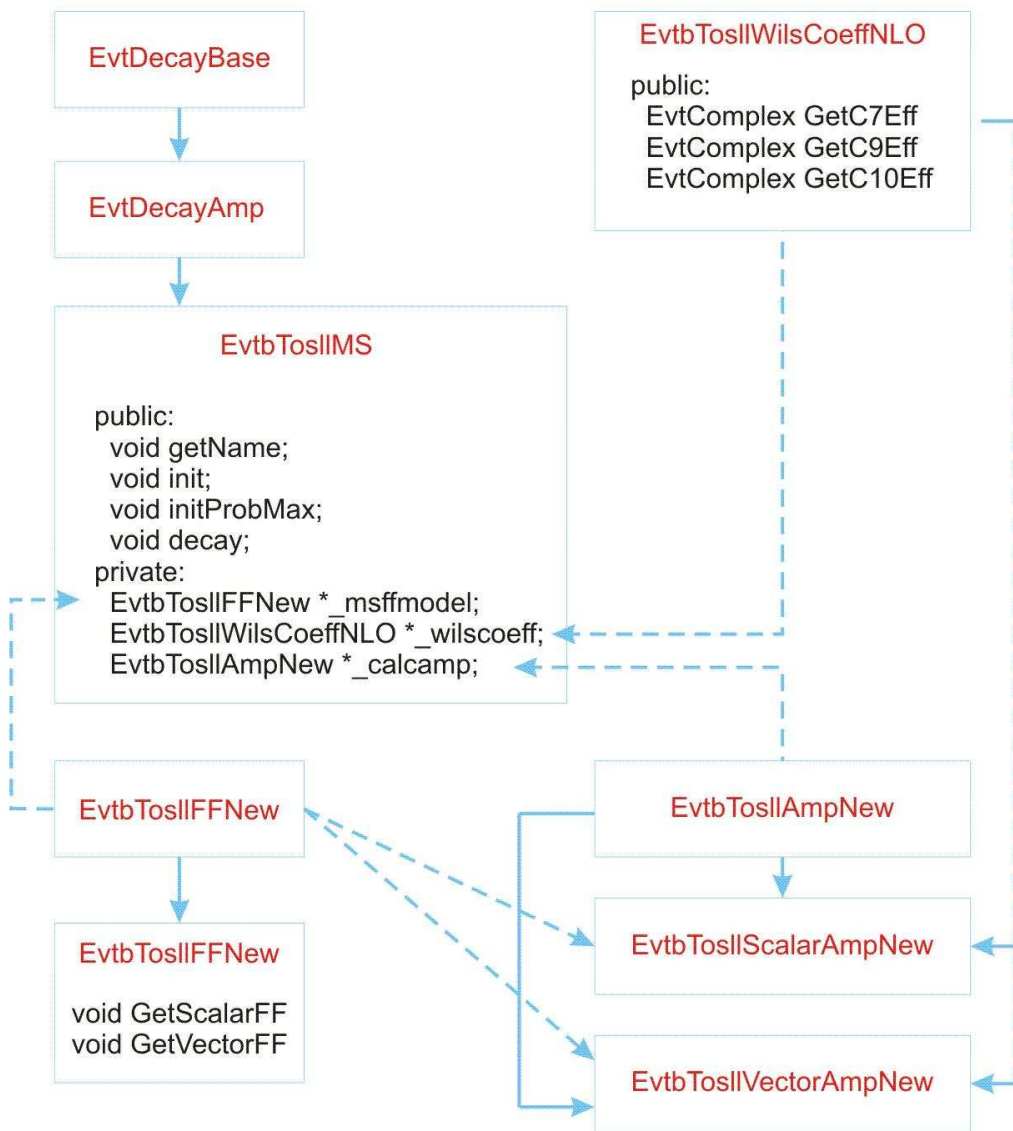


Рис. 4: Схема для иерархий и зависимостей классов в модели BTOSLLMS.



– `virtual void getVectorFF(...)`

Возвращает набор формфакторов перехода  $B \rightarrow V$  согласно определению (14).

– `virtual double getQuarkMass(int i)`

В данной модели возвращает значение массы кварка, имеющего номер  $i$ .  $u$ -кварку соответствует  $i = 1$ ;  $d$ :  $i = 2$ ;  $s$ :  $i = 3$ ;  $c$ :  $i = 4$  и  $b$  соответствует  $i = 5$ . Масса  $t$ -кварка в моделях распадов  $B$ -мезонов не определяется.

Для данного класса определен производный класс `EvtbTos11MSFF`, в котором перечисленные выше методы реализованы на основе дисперсионной формулировки кварковой модели [9]. В дальнейшем планируется написать еще несколько производных классов для формфакторов адронных переходов, полученных в других непертурбативных моделях.

- Класс `EvtbTos11AmpNew` необходим для вычисления амплитуд редких полулептонных распадов  $B$ -мезонов. Он содержит производные классы: класс `EvtbTos11ScalarAmpNew` для вычисления амплитуды распадов  $B \rightarrow P\ell^+\ell^-$  и класс `EvtbTos11VectorAmpNew` для вычисления амплитуд распадов  $B \rightarrow V\ell^+\ell^-$ . В классе `EvtbTos11AmpNew` реализованы два основных метода:

– `void CalcAmp(EvtParticle *parent, EvtAmp& amp, EvtbTos11FFNew *formFactors, EvtbTos11WilsCoeffNLO *WilsCoeff, double mu, int Nf, int res_swch, int ias, double CKM_A, double CKM_lambda, double CKM_barrho, double CKM_bareta);`

Этот метод задает амплитуду редкого полулептонного распада с использованием методов вычисления вильсоновских коэффициентов и формфакторов из дружественных (`friends`) классов `EvtbTos11WilsCoeffNLO` и `EvtbTos11FFNew`.

– `double CalcMaxProb(EvtId parnum, EvtId mesnum, EvtId l1num, EvtId l2num, EvtbTos11FFNew *formFactors, EvtbTos11WilsCoeffNLO *WilsCoeff, double mu, int Nf, int res_swch, int ias, double CKM_A, double CKM_lambda, double CKM_barrho, double CKM_bareta);`

Этот метод вычисляет максимум квадрата модуля амплитуды трехчастичных редких полулептонных распадов в переменных  $s$  и  $\cos\theta$ .

- Наконец, класс `EvtbTosllms` явно реализует модель `BTOSLLMS`. Этот класс является производным от класса `EvtDecayAmp`, методы которого были описаны в параграфах 1.9.1 и 1.9.4.

Иерархия и зависимости классов модели `BTOSLLMS` показаны на схеме 4.

## 4.2 Дифференциальные распределения: сравнение модели `BTOSLLMS` с моделями `BTOSLLALI` и `BTOSLLBALL`

Хорошо известно, что амплитуду и кинематику трехчастичных распадов с цилиндрической симметрией (в том числе и редких распадов  $B$ -мезонов) можно задать при помощи двух мандельстамовских переменных. Следовательно, для сравнения модели `BTOSLLMS` с моделями `BTOSLLALI` и `BTOSLLBALL` необходимо построить дифференциальные распределения по двум независимым мандельстамовским переменным.

В качестве первой независимой мандельстамовской переменной выберем квадрат инвариантной массы лептонной пары  $s \equiv q^2 = (k_1 + k_2)^2$  (в формулах для матричных элементов используется связанная с  $q^2$  безразмерная мандельстамовская переменная  $\hat{s} = q^2/M_1^2$ ), где  $k_1^\mu$  и  $k_2^\mu$  — 4-импульсы  $\ell^+$  и  $\ell^-$  соответственно. Очевидно, что распределение по  $s$  не зависит от системы отсчета. Переменная  $s = q^2$  изменяется от  $4m^2$  до  $(M_1 - M_2)^2$ , где  $m$  — масса лептона,  $M_1$  — масса  $B$ -мезона,  $M_2$  — масса конечного скалярного или векторного мезона.

В качестве второй независимой мандельстамовской переменной можно выбрать переменную  $t = (p_1 - k_1)^2$ , где  $p_1^\mu$  — 4-импульс распадающегося  $B$ -мезона. Однако, вместо этой переменной обычно используют косинус угла между направлением движения  $\ell^-$  и конечного мезона ( $K^*$ ,  $\bar{K}^*$ ,  $\phi$ ,  $K$  и так далее) в системе покоя лептонной пары. Несмотря на релятивистскую неинвариантность, эта переменная (которая обозначается  $\cos\theta$  или  $\cos\theta_-$ ) имеет прозрачный физический смысл и очевидную область значений от  $-1$  до  $+1$ <sup>18</sup>.

Распределение по  $\cos\theta_+$ , где  $\theta_+$  — угол между направлениями движения  $\ell^+$  и конечного мезона в системе покоя лептонной пары, связано с распределением по мандельстамовской

<sup>18</sup>Уместно напомнить, что в переменных  $s$  и  $\cos\theta$  метод `intProbMax` ищет максимум вероятности трехчастичных распадов (см. параграф 1.9.3).

переменной  $u = (p_1 - k_2)^2 = M_1^2 + M_2^2 + 2m^2 - s - t$ . Поэтому оно не несет никакой дополнительной информации о качестве работы Монте-Карло генератора, которая уже не была бы известна из распределений по  $s$  и  $\cos\theta$ .

Сравнение модели BTOSLLMS с моделями BTOSLLALI и BTOSLLBALL будет проведено для трех каналов распадов  $B_d^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\mu^-$ ,  $B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$  и  $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$ , поскольку эти каналы являются общими для рассматриваемых моделей и представляют наибольший интерес с точки зрения возможности регистрации на современных детекторах. Генерации распадов выполнена с использованием пакетов Gauss версии v30r5, DecFiles версии v14r2 и EvtGen версии v8r17.

#### 4.2.1 Распределения по инвариантной массе мюонной пары

Тестирование модели BTOSLLMS удобно начать с распределения по инвариантной массе мюонной пары  $s = q^2$ . Поскольку в разных моделях в распределения по  $s$  будет давать вклад разное, хотя и сравнимое, число событий, то все распределения удобно нормировать так, чтобы площадь под каждым распределением была равна единице.

Сначала построим распределение по  $q^2$  для распада  $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}^{*0}\mu^+\mu^-$ . Для модели BTOSLLMS оно показано на рисунке 5. При построении распределения не учитывался вклад  $J/\psi$  и  $\psi'$  – резонансов, хотя область, соответствующая этим резонансам не вырезалась.<sup>19</sup> Распределение содержит примерно 10000 событий  $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}^{*0}\mu^+\mu^-$ .

В коллаборации LHCb для описания распадов  $(B_d^0)\bar{B}_d^0 \rightarrow (K^{*0})\bar{K}^{*0}\mu^+\mu^-$  используется модель BTOSLLBALL. На рисунке 6 проведено сравнение распределений по  $s = q^2$  в моделях BTOSLLMS (синий или светлый цвет) и BTOSLLBALL (красный или темный цвет). Оба распределения практически совпадают. Несущественное отличие формы распределений в области больших  $q^2$  обусловлено различной  $q^2$ -зависимостью формфакторов в рассматриваемых моделях. Можно построить распределения для распада  $B_d^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\mu^-$ . Очевидно, что они полностью аналогичны распределениям для  $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}^{*0}\mu^+\mu^-$ .

Теперь рассмотрим распределения по  $s = q^2$  для распадов  $\bar{B}_s^0(B_s^0) \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$ . В коллаборации LHCb распады  $\bar{B}_s^0(B_s^0) \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$  описываются при помощи модели BTOSLLALI, которая *не содержит* формфакторов переходов  $\bar{B}_s^0(B_s^0) \rightarrow \phi$ . Вместо этих формфакторов используются формфакторы  $B \rightarrow K^*$ , которые, как хорошо известно, с точностью порядка

<sup>19</sup>Это эквивалентно установке параметра `res_swch` по умолчанию, как описано в параграфе 4.1.2.

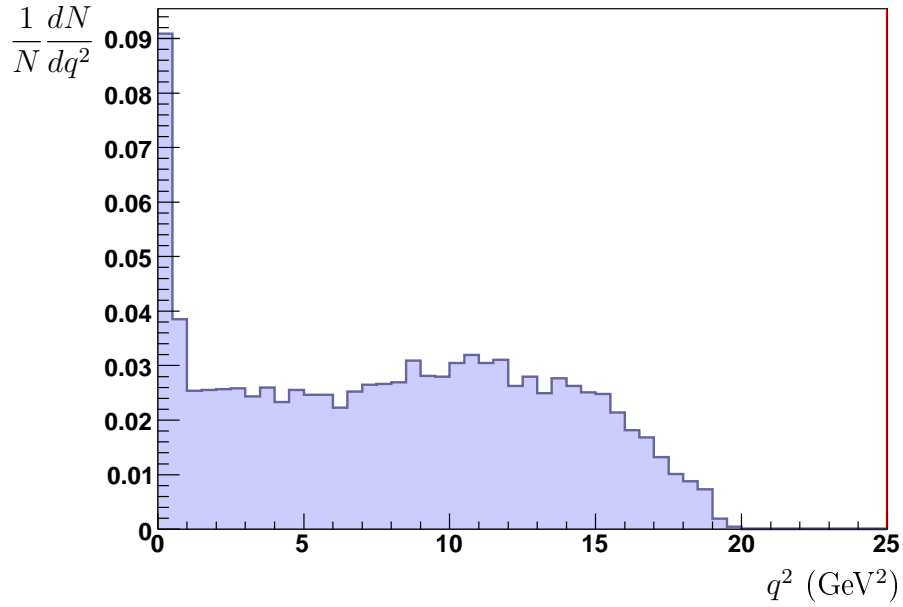


Рис. 5: Нормированное на единицу распределение по инвариантной димюонной массе распада  $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}^{*0} \mu^+ \mu^-$  в модели BTOSLLMS.

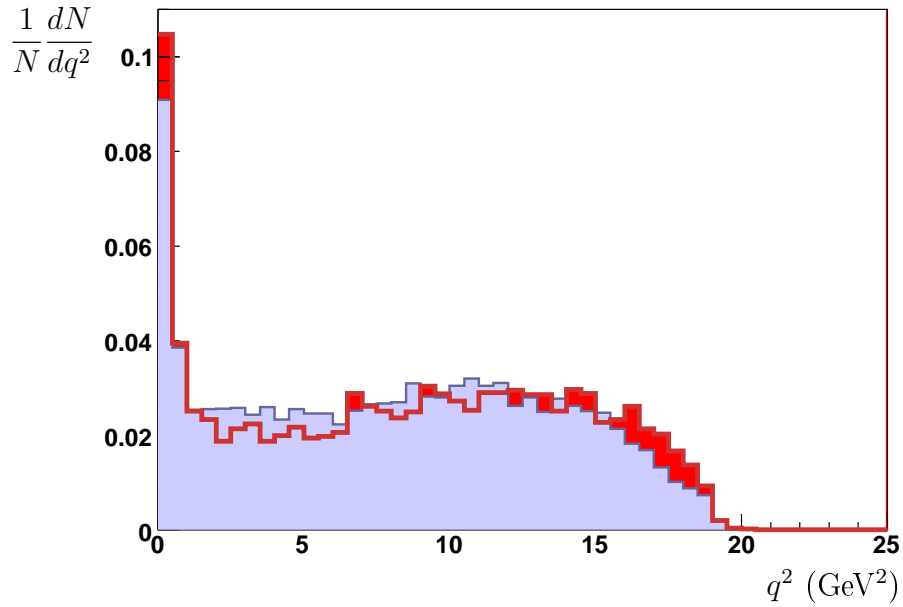


Рис. 6: Нормированные на единицу распределения по инвариантной димюонной массе распада  $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}^{*0} \mu^+ \mu^-$  в моделях BTOSLLMS (синий или светлый цвет) и BTOSLLBALL (красный или темный цвет).

20% численно должны совпадать с формфакторами переходов  $\bar{B}_s^0(B_s^0) \rightarrow \phi$ . На рисунке 7 показаны распределения по переменной  $s$  для моделей **BTOSLLMS** (синий или светлый цвет) и **BTOSLLALI** (красный или темный цвет). Учитывая грубость модели **BTOSLLALI**, можно утверждать, что совпадение распределений хорошее. Зависимости по  $s$  построены на статистике в 10000 распадов для каждой модели.

Тестирование матричного элемента распада  $B$ -мезонов на псевдоскалярный мезон и пару лептонов в модели **BTOSLLMS** удобно проводить на примере распада  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ . Аналогичная распадная мода имеется в модели **BTOSLLBALL**. На рисунке 8 представлены оба распределения. Синий (светлый) цвет соответствует распределению для модели **BTOSLLMS**, красный (или темный) – для модели **BTOSLLBALL**. Из рисунка 8 видно, что как и в распадах с векторным мезоном в конечном состоянии, оба распределения практически не отличаются друг от друга.

Таким образом, для редких полулептонных распадов распределения по переменной  $s = q^2$  в предлагаемой модели **BTOSLLMS** и в моделях **BTOSLLALI**, **BTOSLLBALL**, которые уже имеются в пакете **EvtGen** под **LHCb**, совпадают с хорошей точностью. Непринципиальные отличия формы графиков обусловлены различными параметризациями формфакторов и учетом  $\mu$ -зависимости Вильсоновских коэффициентов в модели **BTOSLLMS**. Совершенно иная ситуация возникает при анализе распределений по  $\cos \theta$ .

#### 4.2.2 Угловые распределения

Анализ угловых распределений по  $\cos \theta$  удобно начать с распадов  $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}^{*0} \mu^+ \mu^-$  и  $B_d^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ , где в конечном состоянии имеется векторный мезон.

На рисунке 9 синим или светлым цветом показано нормированное на единицу распределение по  $\cos \theta$  распада  $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}^{*0} \mu^+ \mu^-$  в модели **BTOSLLMS**, а красным или темным цветом – в модели **BTOSLLBALL**. Рисунок 10 дает аналогичные распределения для распада  $B_d^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ . Сравнение рисунков 9 и 10 показывает зеркальную симметрию в распределениях по  $\cos \theta$  для обеих моделей.

Причина зеркальной симметрии состоит в том, что амплитуда перехода  $\bar{B} \rightarrow \bar{V} \ell^+ \ell^-$  по-разному реализована в методе **CalcAmp** классов **EvtbTos11VectorAmp** и **EvtbTos11VectorAmpNew**. Различие заключается в том, по какому индексу полностью антисимметричный тензор  $\epsilon_{\mu\nu\rho_1\rho_2}$  сворачивается с вектором поляризации  $\varepsilon^{*\alpha}$ . Метод **CalcAmp** класса **EvtbTos11VectorAmp** ис-

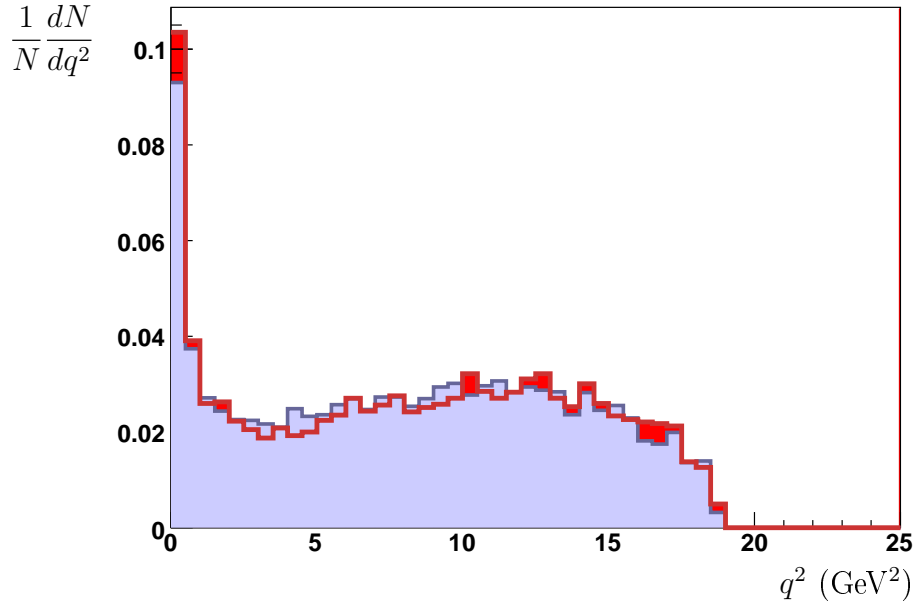


Рис. 7: Нормированные на единицу распределения по инвариантной димюонной массе в распаде  $\bar{B}_s^0(B_s^0) \rightarrow \bar{\phi}\mu^+\mu^-$  для моделей BTOSLLMS (синий или светлый цвет) и BTOSLLALI (красный или темный цвет).

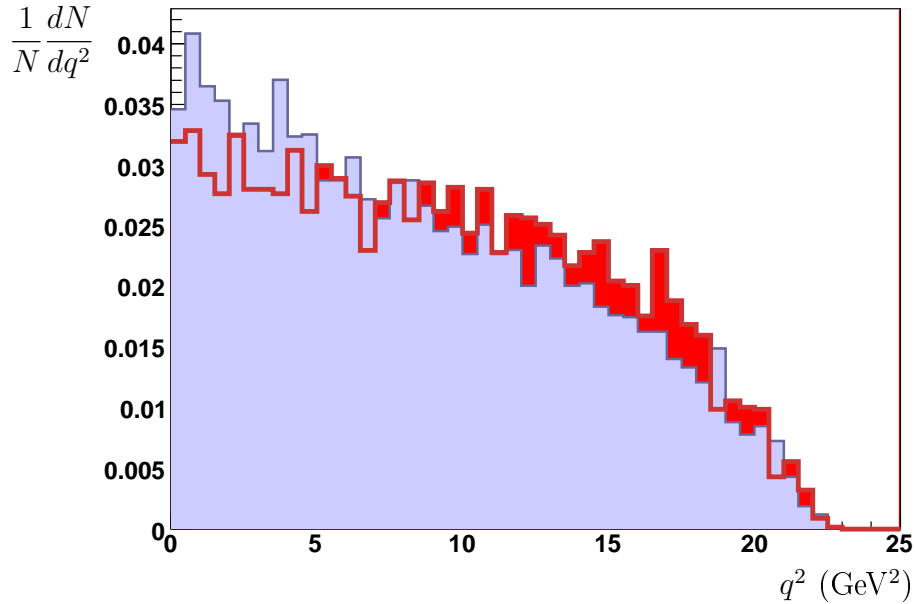


Рис. 8: Нормированные на единицу распределения по инвариантной димюонной массе в распаде  $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$  для моделей BTOSLLMS (синий или светлый цвет) и BTOSLLBALL (красный или темный цвет).

пользует для этого следующий код:

```
EvtVector4C E1=T1.cont1(eps);
EvtVector4C E2=T2.cont1(eps); .
```

В параграфе 1.5.3 показано, что этому коду соответствует свертка по индексу  $\alpha = \mu$ , то есть выражение  $\epsilon_{\varepsilon^* \nu p_1 p_2}$ . Однако, формула (16) требует, чтобы свертка производилась по индексу  $\alpha = \nu$ . Эта свертка реализована в методе `CalcAmp` класса `EvtbTosllVectorAmpNew` при помощи очень похожего кода

```
EvtVector4C E1=M1*T1.cont2(epsV);
EvtVector4C E2=M1*T2.cont2(epsV); .
```

Пример написания аналогичного кода с использованием метода `cont2()` приведен в параграфе 1.5.5. В силу полной антисимметрии тензора  $\epsilon_{\mu\nu\gamma\kappa}$  свертки по двум соседним индексам приводят к изменению знака при лоренцевской структуре  $\epsilon_{\mu\nu p_1 p_2}$  в разных реализациях метода `CalcAmp`. На языке распадов это означает, что метод `CalcAmp` класса `EvtbTosllVectorAmp` в случае действительных вильсоновских коэффициентов и формфакторов переходов на самом деле описывает распад  $B \rightarrow V\ell^+\ell^-$ , а не распад  $\bar{B} \rightarrow \bar{V}\ell^+\ell^-$ ! В то время как метод `CalcAmp` класса `EvtbTosllVectorAmpNew` описывает амплитуду распада  $\bar{B} \rightarrow \bar{V}\ell^+\ell^-$  согласно формуле (16). Специально подчеркнем, что в обеих реализациях метода `CalcAmp` авторы программного кода полагают, что их амплитуда описывает именно распад  $\bar{B} \rightarrow \bar{V}\ell^+\ell^-$ .

Принятые в коллаборации LHCb модели `BTOSLLBALL` и `BTOSLLALI` используют, как мы полагаем, некорректный метод `CalcAmp` класса `EvtbTosllVectorAmp`. В то время как модель `BTOSLLMS` использует правильный метод `CalcAmp` класса `EvtbTosllVectorAmpNew`.

Можно только гадать о происхождении путаницы со знаком в классе `EvtbTosllVectorAmp`. Возможно, она связана с небрежностью терминологии работы [7], в которой формфакторы перехода  $\bar{B} \rightarrow \bar{K}^*$  для краткости изложения названы формфакторами перехода  $B \rightarrow K^*$ .

Очевидно, что замена формфакторов частиц на формфакторы античастиц никак не сказывается на распределениях по  $q^2$ , но меняет на противоположные знаки промоделированных асимметрий и потенциально может приводить к изменениям в критериях отбора, связанных с угловыми переменными.

Вскользь отметим, что если Монте-Карло моделирование для коллаборации ВаВаг проводилось с использованием модели `BTOSLLBALL`, то потенциальное противоречие между из-

меренными угловыми распределениями [23] и результатами моделирования является результатом ошибки в выборе знака при  $\epsilon_{\mu\nu p_1 p_2}$ .

Аналогичная ситуация имеет место при сравнении распадов  $\bar{B}_s^0(B_s^0) \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$  в моделях VTOSLLMS и VTOSLLALI (см. распределения по  $\cos\theta$  на рисунках 11 и 12). В этом нет ничего удивительного, поскольку модели VTOSLLBALL и VTOSLLALI для вычисления амплитуд распадов  $B$ -мезона в векторный мезон и пару лептонов пользуются одним и тем же методом CalcAmp класса EvtbTosllVectorAmp.

В распадах  $B^\pm \rightarrow K^\pm\mu^+\mu^-$  угловые распределения симметричны по  $\cos\theta$ , поскольку орбитальный момент конечного состояния равен нулю. Математически это проявляется в отсутствии лоренцевской структуры  $\epsilon_{\mu\nu p_1 p_2}$  в матричных элементах переходов  $B \rightarrow P\ell^+\ell^-$  подраздела 3.4. Следовательно, угловые распределения моделей VTOSLLMS и VTOSLLBALL для данного типа распадов должны совпадать. Это можно видеть на рисунках 13 и 14.

Таким образом, сравнение модели VTOSLLMS с моделями VTOSLLALI и VTOSLLBALL позволяет утверждать, что модель VTOSLLMS не содержит явных ошибок, а модели VTOSLLALI и VTOSLLBALL, по-видимому, меняют местами распады частиц и античастиц. Кроме того, модель VTOSLLMS имеет ряд дополнительных каналов редких распадов  $B$ -мезонов.



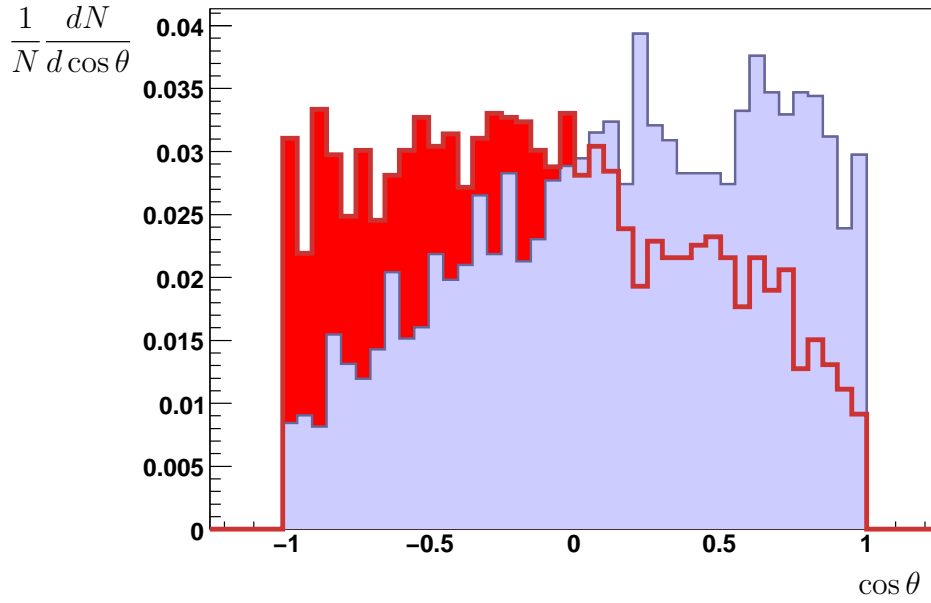


Рис. 9: Нормированное на единицу распределение по  $\cos \theta$  для распада  $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{K}^{*0} \mu^+ \mu^-$ . Синим или светлым цветом показано распределение в модели BTOSLLMS, красным или темным – в модели BTOSLLBALL.

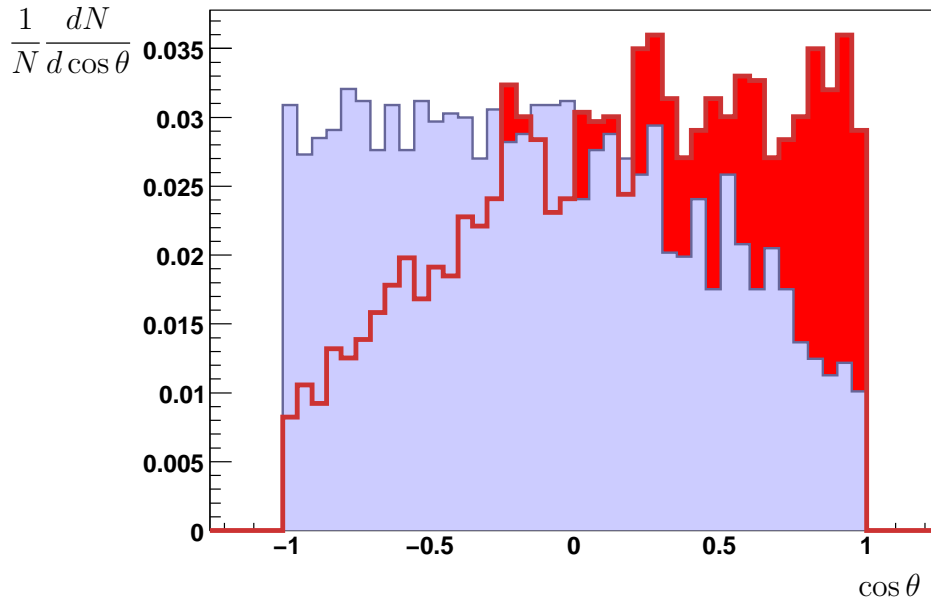


Рис. 10: Нормированное на единицу распределение по  $\cos \theta$  для распада  $B_d^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ . Синим или светлым цветом показано распределение в модели BTOSLLMS, красным или темным – в модели BTOSLLBALL.

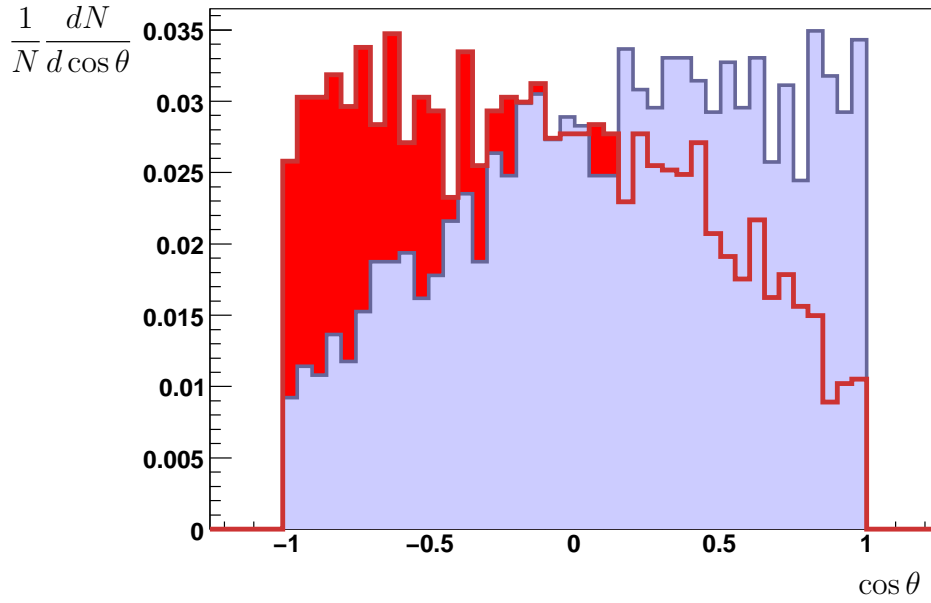


Рис. 11: Нормированное на единицу распределение по  $\cos \theta$  для распада  $\bar{B}_s^0 \rightarrow \phi \mu^+ \mu^-$ . Синим или светлым цветом показано распределение в модели BTOSLLMS, красным или темным – в модели BTOSLLALI.

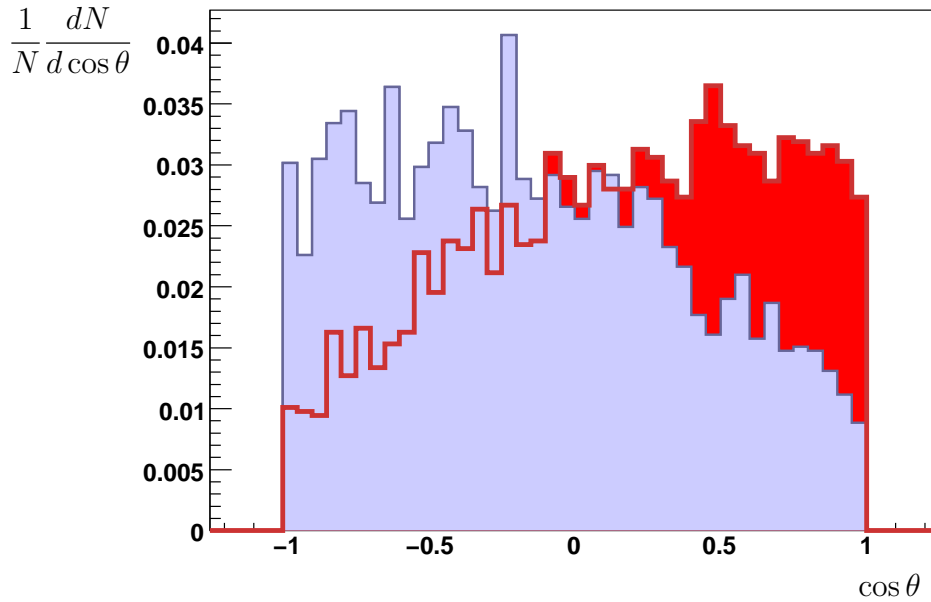


Рис. 12: Нормированное на единицу распределение по  $\cos \theta$  для распада  $B_s^0 \rightarrow \phi \mu^+ \mu^-$ . Синим или светлым цветом показано распределение в модели BTOSLLMS, красным или темным – в модели BTOSLLALI.

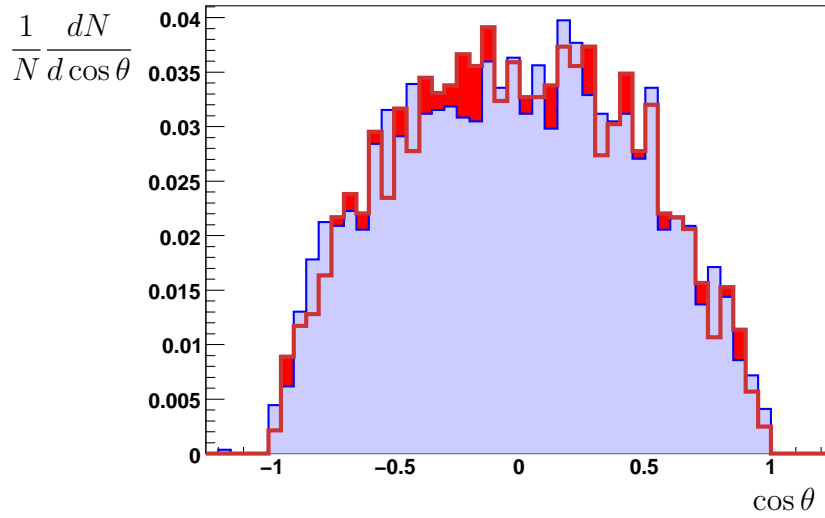


Рис. 13: Нормированное на единицу распределение по  $\cos\theta$  для распада  $B^- \rightarrow K^- \mu^+ \mu^-$ . Синим или светлым цветом показано распределение в модели BTOSLLMS, красным или темным – в модели BTOSLLBALL. Для построения каждого из распределений использовалось порядка 5000 событий.

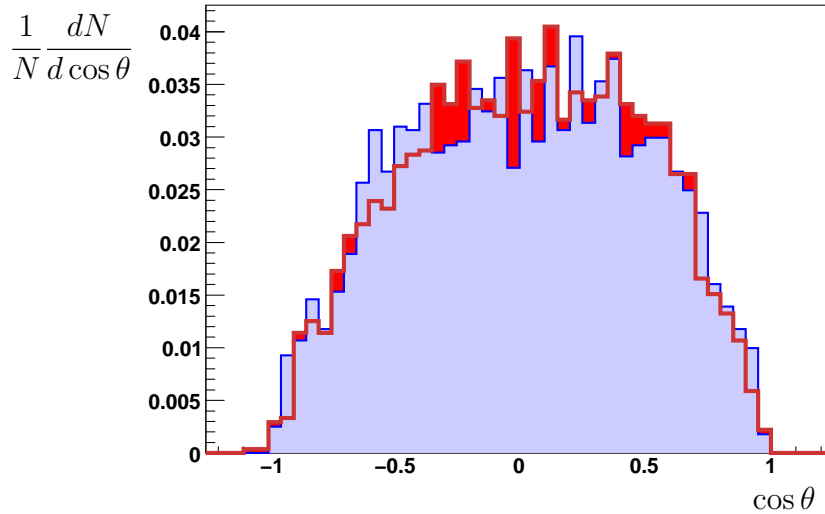


Рис. 14: Нормированное на единицу распределение по  $\cos\theta$  для распада  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ . Синим или светлым цветом показано распределение в модели BTOSLLMS, красным или темным – в модели BTOSLLBALL. Для построения каждого из распределений использовалось порядка 5000 событий.

## Заключение

В настоящей работе получены следующие результаты.

- а) На примере редких полулептонных распадов дано краткое описание недокументированных возможностей и ограничений пакета EvtGen
- б) Представлено подробное описание новой модели BTOSLLMS, при помощи которой можно моделировать четырнадцать различных каналов редких полулептонных распадов  $B$ -мезонов:

$$B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow K^0 \ell^+ \ell^-; \quad B_d^0 \rightarrow K_S \ell^+ \ell^-; \quad B_d^0 \rightarrow K_L \ell^+ \ell^-;$$

$$B^+ \rightarrow \pi^+ \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow \pi^0 \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow \eta \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow \eta' \ell^+ \ell^-;$$

$$B_s^0 \rightarrow \eta \ell^+ \ell^-;$$

$$B_s^0 \rightarrow \eta' \ell^+ \ell^-;$$

$$B^+ \rightarrow K^{*+} \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow (K^{*0} \rightarrow K^+ \pi^-) \ell^+ \ell^-;$$

$$B^+ \rightarrow \rho^+ \ell^+ \ell^-;$$

$$B_d^0 \rightarrow (\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) \ell^+ \ell^-;$$

$$B_s^0 \rightarrow (\phi \rightarrow K^+ K^-) \ell^+ \ell^-;$$

$$B_s^0 \rightarrow (\bar{K}^{*0} \rightarrow K^- \pi^+) \ell^+ \ell^-.$$

Модель использует вильсоновские коэффициенты в NLO-приближении и учитывает вклад векторных резонансов. Формфакторы адронных переходов взяты из дисперсионной формулировки кварковой модели [9].

- в) Описаны результаты тестирования модели BTOSLLMS. Проведено ее сравнение с моделями BTOSLLBALL и BTOSLLALI, которые используются коллаборацией LHCb для генерации наиболее распространенных мод редких полулептонных распадов в настоящее время.
- г) Найдено, что в моделях BTOSLLBALL и BTOSLLALI поменяны местами амплитуды для распадов частиц и античастиц, что приводит к зеркальным угловым распределениям и замене знака у зарядовой лептонной асимметрии.

## Благодарности

Авторы благодарны руководителю коллаборации ЛНСб д.ф.-м.н. А.И.Голутвину за поддержку данной работы, нашему коллеге д.ф.-м.н. Д.И.Мелихову за многочисленные плодотворные дискуссии и студенту физфака МГУ Д.В.Михайлову за то моральное стимулирующее влияние, которое он оказывал на авторов. Работа поддержана грантом РФФИ N 07-02-00551, грантом Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-1456.2008.2 и государственным контрактом N 01.164.12.НВ12 от 29.07.2008 г. по теме: "Исследование характеристик калориметрической системы ЛНСб на Большом адронном коллайдере ЦЕРН" (2008-0113-ВР012-0012).

## Список литературы

- [1] LHCb Collaboration, "LHCb Technical Proposal", CERN/LHCC 98-4; LHCb Collaboration, "LHCb Technical Design Report", CERN/LHCC 2003-030.
- [2] The EvtGen package home page, <http://www.slac.stanford.edu/lange/EvtGen/>
- [3] EvtGen at LHCb,  
<http://lhcb-release-area.web.cern.ch/LHCb-release-area/DOC/gauss/generator/evtgen.php>
- [4] J. Catmore, M. Smizanska, ATLAS Communication Note, ATL-COM-PHYS-2004-013 (2004);  
ATL-COM-PHYS-2004-041 (2004).
- [5] The CMSSW interface to EvtGenLHC,  
<https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMS/EvtGenInterface>
- [6] T. Sjöstrand, Computer Physics Commun. 82 (1994) 74;  
H.-U. Bengtsson and T. Sjöstrand, Computer Physics Commun. 46 (1987) 43;  
T. Sjöstrand, Computer Physics Commun. 39 (1986) 347;  
T. Sjöstrand and M. Bengtsson, Computer Physics Commun. 43 (1987) 376.
- [7] A. Ali, P. Ball, L. T. Handoko, G. Hiller, Phys. Rev. D61 (2000) 074024.
- [8] P. Ball, R. Zwicky, Phys. Rev. D71 (2005) 014029;
- [9] D. Melikhov, B. Stech, Phys. Rev. D62 (2000) 014006.
- [10] Н.В.Никитин, Ф.К.Ризатдинова, Л.Н.Смирнова, Яд.Физ. т.62 (1999) 1823; N.Nikitin et al., Nucl. Phys. (Proc. Supp.) B156 (2006) 119; N.Nikitin et al., Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) B163 (2007) 147; Н.В.Никитин, С.Ю.Сивоклоков, Л.Н.Смирнова, Д.А.Тлисов, К.С.Томс, Яд.Физ. т.70 (2007) 2136; M. Artuso et al., Eur.Phys.J. C57 (2008) 309.
- [11] C. Amsler, et al., Phys. Lett. B667 (2008) 1.
- [12] К.Ициксон, Ж.-Б.Зюбер, "Квантовая теория поля", М. "Мир", т.1, т.2 (1984).
- [13] The Gaudi Project, <http://proj-gaudi.web.cern.ch/proj-gaudi/>
- [14] The GAUSS Project, <http://lhcb-release-area.web.cern.ch/LHCb-release-area/DOC/gauss/>

- [15] Geant 4 Home Page, <http://geant4.web.cern.ch/geant4/>
- [16] G.Gorti et. al., LHCb Internal Note LHCb-2005-034.
- [17] <http://lhcb-release-area.web.cern.ch/LHCb-release-area/DOC/gauss/generator/evtgen.php>
- [18] HepMC a C++ Event Record for Monte Carlo Generators Home Page:  
<http://lcgapp.cern.ch/project/simu/HepMC/>
- [19] <http://www.cmtsite.org/>
- [20] T. Inami and C. S. Lim, Prog. Theor. Phys. **65**, 297 (1981); B. Grinstein, M. B. Wise and M. J. Savage, Nucl. Phys. B **319**, 271 (1989); A. Buras and M. Munz, Phys. Rev. D **52**, 186 (1995); C. Bobeth *et al.*, JHEP **0404**, 071 (2004).
- [21] F. Krüger and L. M. Sehgal, Phys. Rev. D **55**, 2799 (1997); D. Melikhov, N. Nikitin and S. Simula, Phys. Lett. B **430**, 332 (1998).
- [22] W. Reese, доклад на семинаре коллаборации LHCb по программному пакету Gauss от 7 ноября 2008 года.
- [23] BaBar Collaboration, Phys. Rev. D **79**, 031102(R) (2009).

Николай Викторович Никитин, Дарья Викторовна Саврина,  
Константин Сергеевич Томс

**Монте-Карло генератор редких полупертонных  
распадов  $B$ -мезонов на основе пакета EvtGen**

Препринт НИИЯФ МГУ N 2009–5/849

Работа поступила в ОНТИ *10 апреля 2009 г.*