

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В. СКОБЕЛЬЦЫНА

М.Н. Дубинин, А.И. Сукачев

СМЕШИВАНИЕ НЕЙТРАЛЬНЫХ K^0 -, B^0 - И D^0 -МЕЗОНОВ
В РАМКАХ МССМ С ЯВНЫМ НАРУШЕНИЕМ
CP-ИНВАРИАНТНОСТИ

Препринт НИИЯФ МГУ № 2009–1/845

Москва, 2009 г.

УДК 539.12.01

PACS 12.60.Jv, 14.80.Cp

М.Н. Дубинин, А.И. Сукачев

e-mail: salex-82@yandex.ru

СМЕШИВАНИЕ НЕЙТРАЛЬНЫХ K^0 -, B^0 - и D^0 -МЕЗОНОВ В
РАМКАХ МССМ С ЯВНЫМ НАРУШЕНИЕМ
 CP -ИНВАРИАНТНОСТИ

Препринт НИИЯФ МГУ № 2009–1/845

Аннотация

Исследовано смешивание нейтральных K^0 -, $B_{d,s}^0$ - и D^0 -мезонов в рамках минимальной суперсимметричной модели (МССМ) с юкавским сектором второго типа и явным нарушением CP -инвариантности в хиггсовском потенциале. Параметры смешивания Δm_{LS} и ε рассчитаны как в пределе четырехфермионного приближения с обменом заряженными бозонами Хиггса, так и с использованием точных выражений для пропагаторов промежуточных скалярных и векторных бозонов. Настоящая работа уточняет данные, изложенные в [1] и [2], и детализирует полученные ранее ограничения на основные параметры МССМ.

M.N. Dubinin, A.I. Sukachev

K^0 -, B^0 - AND D^0 -MESON MIXINGS IN A FRAMEWORK OF THE
MSSM WITH AN EXPLICIT CP -VIOLATION

Preprint MSU SINP N 2009–1/845

Abstract

Neutral K^0 -, $B_{d,s}^0$ - and D^0 -meson mixings are investigated in a framework of the minimal supersymmetry model (MSSM) with the type two Yukawa sector and with an explicit CP -violation in Higgs potential. Mixing parameters Δm_{LS} and ε are evaluated both in the limit of four-fermion approximation and with the exact values of charged Higgs propagators. The current work specifies data, discussed in [1] and [2], and does extend previously obtained limitations on basic MSSM parameters.

©М.Н. Дубинин, А.И. Сукачев

©НИИЯФ МГУ, 2009, <http://www.sinp.msu.ru>

Содержание

1	Введение	5
2	Модель МССМ II	7
2.1	Юкавский сектор	7
2.2	Скалярный сектор	8
2.3	Спектр масс заряженных скалярных бозонов модели	13
3	Смешивание K^0-мезонов в СМ	16
4	Смешивание нейтральных мезонов в МССМ II	19
4.1	K^0 -мезоны. Четырехфермионное приближение	19
4.1.1	HH -диаграмма	20
4.1.2	HW -диаграмма	24
4.1.3	Упрощенные выражения	25
4.2	K^0 -мезоны. Точный расчет	28
4.2.1	Общие замечания	28
4.2.2	HH -диаграмма	29
4.2.3	HW -диаграмма	30
4.2.4	HG -диаграмма	30
4.3	О КХД-поправках в смешивании нейтральных K^0 -мезонов	32
4.3.1	Пертурбативные КХД-поправки	33
4.3.2	КХД-поправки, связанные с вычислением адронного матричного элемента	35
4.3.3	Вклады от больших расстояний	38
4.4	Нарушение CP -инвариантности в системе K^0 -мезонов	39
4.4.1	Косвенное CP -нарушение	39
4.4.2	Прямое CP -нарушение	41
4.5	Особенности смешивания в системах нейтральных B -мезонов	43
4.6	Особенности смешивания в системе нейтральных D -мезонов	45
4.6.1	WW -диаграмма	45
4.6.2	HH -диаграмма	48
4.6.3	HW -диаграмма	48
4.6.4	Результаты точных вычислений	49
5	Численный анализ	50
5.1	Расчетная программа	50
5.2	О нормировке получаемых результатов	52
5.3	K^0 -мезоны	55
5.3.1	Четырехфермионное приближение	55
5.3.2	Точный расчет	63
5.4	D^0 -мезоны	69

5.5	$B_{d,s}^0$ -мезоны	75
5.5.1	B_d^0 -мезоны	75
5.5.2	B_s^0 -мезоны	79
6	Заключение	84
7	Приложение А	86
7.1	Интегралы I_{11} и I_{12}	86
7.2	Интегралы I_{21} и I_{31}	87
8	Приложение Б	89
8.1	Интеграл J_{11}^{HH}	89
8.2	Интегралы J_{21}^{HH} , J_{31}^{HH} и J_{41}^{HH}	91
8.3	Интегралы J_{12}^{HH} , J_{22}^{HH} , J_{32}^{HH} , J_{42}^{HH} , J_{11}^{HW} и J_{21}^{HW}	92
8.4	Интегралы J_{12}^{HW} , J_{22}^{HW} , J_{22}^{HG} , J_{32}^{HG} и J_{42}^{HG}	94
8.5	Интеграл J_{12}^{HG}	95
8.6	Метод Пассарино—Вельтмана	95
8.7	О резонансном поведении петлевых интегралов	96
9	Приложение С	103
9.1	K^0 -мезоны	103
9.1.1	Четырехфермионное приближение	103
9.1.2	Точный расчет	105
9.2	$B_{d,s}$ -мезоны. Точный расчет	108
9.2.1	B_d -мезоны	108
9.2.2	B_s -мезоны	109
9.3	О вкладах суперпартнеров частиц СМ	111
10	Приложение Г	114
	Библиография	118

1 Введение

Минимальное суперсимметричное расширение стандартной модели (МССМ) [3] содержит значительное число источников CP -нарушения, отличных от хорошо известного смешивания Кабиббо—Кобаяши—Маскава (СКМ). В наиболее общем случае в МССМ можно включить большое количество комплексных параметров, фазы которых ведут к наблюдаемым эффектам нарушения CP -инвариантности [4], дополнительно к единственной в Стандартной Модели (СМ) фазе матрицы смешивания СКМ.

Число фаз можно существенно сократить, если использовать естественное предположение об универсальности параметров трилинейного взаимодействия $A_{t,b}$ в секторе “бозоны Хиггса — скалярные кварки” и считать пренебрежимо малой фазу гейджино. “Ограниченное” CP -нарушение [5] описывается всего одной универсальной фазой $\varphi = \arg(\mu A_b) = \arg(\mu A_t)$ (дополнительно к фазе СКМ) и реализуется в относительно простой картине радиационно-индуцированного исчезновения CP -инвариантности в двухдублетном хиггсовском секторе МССМ. Вычисления радиационных поправок методом эффективного потенциала приводят к комплексным параметрам $\lambda_{5,6,7}$ двухдублетного потенциала МССМ, которые содержат только произведения $\mu A_{t,b}$, а фазы параметров различаются в два раза: $\arg\lambda_5 = 2 \arg\lambda_{6,7}$. Прямые экспериментальные измерения дополнительных фаз CP -нарушения можно проводить в процессах рождения и распадов суперчастиц и бозонов Хиггса на коллайдерах нового поколения [6]. Более опосредованные свидетельства существования комплексных параметров могли бы быть получены при измерении электрических дипольных моментов атомов [7], эффектов смешивания в системах нейтральных мезонов [8], а также эффектов от радиационных поправок к массам и связям нейтральных бозонов Хиггса.

Как известно, двухдублетный хиггсовский сектор МССМ содержит три нейтральных скаляра и два заряженных. При наличии радиационно-индуцированных комплексных параметров хиггсовского потенциала нейтральные скаляры h_1, h_2, h_3 являются перемешиваниями [9, 10] известных в пределе CP -сохранения CP -четных состояний h, H и CP -нечетного состояния A . Наиболее легкое из этих состояний — h_1 — может иметь массу существенно мень-

шую, чем прямое экспериментальное ограничение в рамках стандартной модели $m_H > 114$ ГэВ [11], и не наблюдаться при энергиях ускорителя LEP2 из-за подавления вершины ZZh_1 параметрами матрицы смешивания скаляров [12]. Для этого не требуется больших значений параметра $\tan\beta = v_2/v_1$, а заряженный скаляр может быть достаточно легким, $m_{H^\pm} \sim 50\text{--}100$ ГэВ. В рамках подобных сценариев МССМ дополнительные квадратные диаграммы с обменами заряженными бозонами Хиггса могли бы вносить заметные вклады в величину расщепления масс Δm_{LS} и в параметры смешивания систем нейтральных мезонов. В этой связи интересны применения МССМ к рассмотрению проблемы нарушения CP -инвариантности в процессах смешивания нейтральных K^0 -, B_d^0 - и B_s^0 -мезонов как основных и, на данный момент, единственных систем, в которых нарушение CP -симметрии наблюдается экспериментально. В настоящей работе сначала рассматривается система K^0 -мезонов, где CP -нарушение наблюдалось впервые [13]. Далее используемые приближения применяются к системам нейтральных мезонов B_d^0 , B_s^0 , содержащих прелестный кварк b вместо d - или странного s -кварков соответственно. Также в настоящем материале изучаются характерные особенности процесса смешивания в системе D^0 -мезонов, в котором смешивание инвертировано (“верхние” и “нижние” кварки фактически переставляются местами).

В статье [1] указанные наблюдаемые были рассчитаны в рамках минимальной суперсимметричной модели с юкавским сектором второго типа (МССМ II) и явным нарушением CP -инвариантности в хиггсовском секторе [9]. Вычисления производились в низкоэнергетическом четырехфермионном приближении; при этом авторы, используя происхождение основного вклада от механизма Глэшоу-Илиопулоса-Майани (ГИМ-механизма) из области малых значений внутреннего импульса k^μ , пренебрегали последним в сравнении с массой верхних кварков m_i ($i = c, t$ — индекс поколения кварков) в числителях фермионных пропагаторов, что позволяло упростить расчетную технику и использовать точные значения для величин скалярного и псевдоскалярного вакуумного прокладывания, вычисление которых в общем случае представляется достаточно сложным. В статье [2] было проведено исследование тех же наблюдаемых на более глубоком уровне теории: использовались точные выражения для пропагаторов промежуточных векторных и скалярных бозонов вместо четырехфермионно-

го приближения, что привело к громоздким, но более точным аналитическим выражениям для рассматриваемых расчетных параметров.

Результаты настоящей работы не ограничиваются одним лишь низкоэнергетическим приближением; рассматриваются точные фермионные пропагаторы самого общего вида: $\Pi(k^\mu, m_i) = \frac{k^\mu \gamma_\mu + m_i}{k^2 - m_i^2}$. Вследствие этого, во всех исследуемых типах диаграмм появляются вклады от первого слагаемого в числителе пропагатора и от перекрестных членов. Однако, как показано ниже, выбранные в [1] и [2] приближения являются корректными, подчеркивая малость эффектов МССМ II в системах нейтральных K^0 -мезонов и уточняя ограничения, полученные на фундаментальные параметры выбранной модели и сценария CP -нарушения (подробнее см. ниже).

В разд. 2 кратко описана МССМ с юкавским сектором типа II (МССМ II) и рассмотрен вопрос о спектре масс заряженного скалярного бозона H^\pm , появляющегося в рассматриваемой модели. Стандартные приближения, используемые в СМ для вычисления разницы масс Δm_{LS} и параметра косвенного нарушения CP -симметрии ε в системе нейтральных K -мезонов, рассмотрены в разд. 3. Раздел 4 посвящен вычислению величин Δm_{LS} и ε и других наблюдаемых для процессов с обменом одним или двумя заряженными бозонами Хиггса в системах нейтральных мезонов как в рамках низкоэнергетического однопетлевого ("четырёхфермионного") приближения, так и без стягивания пропагаторов промежуточных бозонов в одну точку. В разд. 5 представлены численные данные и их графическая интерпретация. Наконец, в последнем 6-м разделе суммируются предположения и следствия. Детали вычислений и более подробная информация о численных результатах исследования приведены в Приложениях.

2 Модель МССМ II

2.1 Юкавский сектор

Лагранжиан юкавского сектора общей модели с n -дублетной структурой (Φ_n) скалярного сектора может быть представлен в следующем виде:

$$\Lambda_Y = - \sum_{ijn} g_{ij}^{u\ n} \overline{\begin{pmatrix} u'_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \phi_n^+ \\ \phi_n^0 \end{pmatrix} u'_{jR} - \sum_{ijn} g_{ij}^{d\ n} \overline{\begin{pmatrix} u'_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \phi_n^{0*} \\ -\phi_n^{+*} \end{pmatrix} d'_{jR} \quad (1)$$

(необходимо прибавить также эрмитово сопряженное выражение). Здесь $g_{ij}^{u\ n}$, $g_{ij}^{d\ n}$ — константы юкавского взаимодействия верхних и нижних кварков со скалярными дублетами (суть 3×3 -матрицы в пространстве ароматов, матричные

элементы которых, вообще говоря, комплексные числа), $\overline{Q'_{iL}} = \{u'_{iL}, d'_{iL}\}$ — левополяризованные дублеты верхних и нижних кварков, u'_{jR} — правополяризованные синглеты верхних кварков, а d'_{jR} — правополяризованные синглеты нижних кварков (индексы i, j определяют поколение кварков и пробегают значения 1, 2, 3).

Двухдублетная модель скалярного сектора типа II [14] характеризуется отсутствием слагаемых с $g_{ij}^{u,2}$, $g_{ij}^{d,1}$, вследствие чего поле Φ_1 будет генерировать массы только верхнего сектора фундаментальных фермионов, а Φ_2 — только нижнего. Выражение для юкавской части лагранжиана в МССМ II имеет вид:

$$-L_Y^H = g_{ij}^{u,1} \overline{Q'_{iL}} \tilde{\Phi}_1 u'_{jR} + g_{ij}^{d,2} \overline{Q'_{iL}} \Phi_2 d'_{jR} + \text{lept. sec.} + \text{h.c.} \quad (2)$$

В диагонализированной форме лагранжиана нейтральные скаляры A , H , h участвуют только во взаимодействиях с сохранением аромата кварков, а заряженные скаляры H^\pm , наоборот, во взаимодействиях с изменением кваркового аромата. Нейтральные токи с изменением аромата не возникают.

2.2 Скалярный сектор

Наиболее общая эрмитова форма перенормируемого $SU(2) \otimes U(1)$ -инвариантного потенциала МССМ на масштабе энергий порядка m_t имеет вид:

$$\begin{aligned} U(\Phi_1, \Phi_2) = & -\mu_1^2(\Phi_1^\dagger \Phi_1) - \mu_2^2(\Phi_2^\dagger \Phi_2) - \mu_{12}^2(\Phi_1^\dagger \Phi_2) - \mu_{12}^{*2}(\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \quad (3) \\ & + \lambda_1(\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \lambda_2(\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3(\Phi_1^\dagger \Phi_1)(\Phi_2^\dagger \Phi_2) + \lambda_4(\Phi_1^\dagger \Phi_2)(\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \\ & + \frac{\lambda_5}{2}(\Phi_1^\dagger \Phi_2)(\Phi_1^\dagger \Phi_2) + \frac{\lambda_5^*}{2}(\Phi_2^\dagger \Phi_1)(\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \\ & + \lambda_6(\Phi_1^\dagger \Phi_1)(\Phi_1^\dagger \Phi_2) + \lambda_6^*(\Phi_1^\dagger \Phi_1)(\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \lambda_7(\Phi_2^\dagger \Phi_2)(\Phi_1^\dagger \Phi_2) + \lambda_7^*(\Phi_2^\dagger \Phi_2)(\Phi_2^\dagger \Phi_1). \end{aligned}$$

В древесном приближении на масштабе энергии M_{SUSY} (энергии порядка масс суперчастиц) параметры $\lambda_{1,\dots,7}$ — действительные и выражаются при помощи констант связи g_1 и g_2 электрослабой группы калибровочной симметрии $SU(2) \otimes U(1)$ [15]:

$$\begin{aligned} \lambda_1(M_{SUSY}) = \lambda_2(M_{SUSY}) &= \frac{1}{8}(g_2^2(M_{SUSY}) + g_1^2(M_{SUSY})), \quad (4) \\ \lambda_3(M_{SUSY}) &= \frac{1}{4}(g_2^2(M_{SUSY}) - g_1^2(M_{SUSY})), \quad \lambda_4(M_{SUSY}) = -\frac{1}{2}g_2^2(M_{SUSY}), \\ \lambda_5(M_{SUSY}) = \lambda_6(M_{SUSY}) &= \lambda_7(M_{SUSY}) = 0. \end{aligned}$$

На масштабе энергий m_t могут возникать большие радиационные поправки в вершины самодействия скаляров за счет треугольных и квадратных однопетлевых диаграмм с обменами скалярными кварками, рис. 1. Параметры потенциала $\lambda_{5,\dots,7}$ становятся комплексными. В “ограниченной” МССМ поправки зависят от четырех параметров: факторов трилинейного взаимодействия “скалярные кварки—бозоны Хиггса” $A_{t,b}$, параметра хиггсовского суперполя μ , масштаба суперсимметрии M_{SUSY} и универсальной фазы $\varphi = \arg(\mu A_{t,b})$.

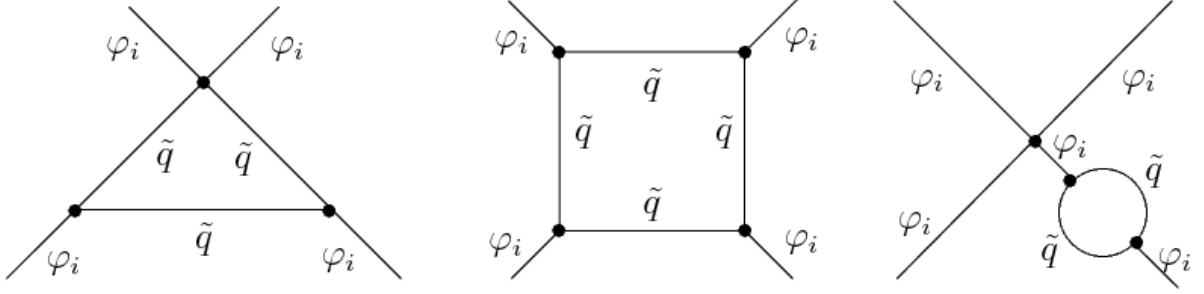


Рис. 1: Пороговые поправки (левая диаграмма и диаграмма в середине), а также поправки, приводящие к перенормировке волновой функции (правая диаграмма).

Лагранжиан взаимодействия бозонов Хиггса со скалярными кварками третьего поколения имеет вид: [16]

$$\mathcal{V}^0 = \mathcal{V}_M + \mathcal{V}_\Gamma + \mathcal{V}_\Lambda + \mathcal{V}_{\tilde{Q}}, \quad (5)$$

где

$$\mathcal{V}_M = -\mu_{ij}^2 \Phi_i^\dagger \Phi_j + M_{\tilde{Q}}^2 (\tilde{Q}^\dagger \tilde{Q}) + M_{\tilde{U}}^2 \tilde{U}^* \tilde{U} + M_{\tilde{D}}^2 \tilde{D}^* \tilde{D}, \quad (6)$$

$$\mathcal{V}_\Gamma = \Gamma_i^D (\Phi_i^\dagger \tilde{Q}) \tilde{D} + \Gamma_i^U (i\Phi_i^T \sigma_2 \tilde{Q}) \tilde{U} + \Gamma_i^{D*} (\tilde{Q}^\dagger \Phi_i) \tilde{D}^* - \Gamma_i^{U*} (i\tilde{Q}^\dagger \sigma_2 \Phi_i^*) \tilde{U}^*, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_\Lambda = & \Lambda_{ik}^{jl} (\Phi_i^\dagger \Phi_j) (\Phi_k^\dagger \Phi_l) + (\Phi_i^\dagger \Phi_j) \left[\Lambda_{ij}^Q (\tilde{Q}^\dagger \tilde{Q}) + \Lambda_{ij}^U \tilde{U}^* \tilde{U} + \Lambda_{ij}^D \tilde{D}^* \tilde{D} \right] + \\ & + \bar{\Lambda}_{ij}^Q (\Phi_i^\dagger \tilde{Q}) (\tilde{Q}^\dagger \Phi_j) + \frac{1}{2} \left[\Lambda \epsilon_{ij} (i\Phi_i^T \sigma_2 \Phi_j) \tilde{D}^* \tilde{U} + \text{h.c.} \right], \quad i, j, k, l = 1, 2, \end{aligned} \quad (8)$$

$\mathcal{V}_{\tilde{Q}}$ включает лагранжевы члены взаимодействия четырех скалярных кварков;

матрица Паули $\sigma_2 \equiv \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$, а Λ^I определяются в древесном приближении выражениями:

$$\Lambda^Q = \text{diag} \left\{ \frac{1}{4}(g_2^2 - g_1^2 Y_Q), \quad h_U^2 - \frac{1}{4}(g_2^2 - g_1^2 Y_Q) \right\},$$

$$\bar{\Lambda}^Q = \text{diag}\{h_D^2 - \frac{1}{2}g_2^2, \frac{1}{2}g_2^2 - h_U^2\}, \quad \Lambda^U = \text{diag}\{-\frac{1}{4}g_1^2 Y_U, h_U^2 + \frac{1}{4}g_1^2 Y_U\},$$

$$\Lambda^D = \text{diag}\{h_D^2 - \frac{1}{4}g_1^2 Y_D, \frac{1}{4}g_1^2 Y_D\}, \quad \Lambda = -h_U h_D.$$

Гиперзаряды суперпартнеров кварков определены как $Y_{Q_i} = 1/3(-1)$, $Y_{D_i} = 2/3(2)$, $Y_{U_i} = -4/3$. Константы Юкавы для суперпартнеров третьего поколения $h_t = \frac{\sqrt{2}m_t}{v \sin \beta}$, $h_b = \frac{\sqrt{2}m_b}{v \cos \beta}$. Для общего случая комплексных параметров:

$$\Gamma_{\{1;2\}}^U = h_U \{-\mu^*; A_U\}, \quad \Gamma_{\{1;2\}}^D = h_D \{A_D; -\mu^*\}, \quad (9)$$

В дальнейшем мы будем рассматривать эффективную минимальную суперсимметрию на масштабе масс m_t . В рамках эффективной теории потенциал МССМ (5), явно описывающий взаимодействия суперчастиц и бозонов Хиггса на масштабе масс больших, чем M_{SUSY} , на меньшем масштабе масс порядка m_t заменяем на эффективный “остаток”, включающий лагранжевы члены вида стандартной модели с двухдублетным хиггсовским сектором. Лагранжевы члены, явно описывающие взаимодействия суперчастиц (в том числе процессы с участием суперпартнеров, находящихся “на массовой поверхности”), опускаем. Другими словами, суперпартнеры кварков “отщепляются” (decoupling limit). Эффективные параметры λ_i ($i=1, \dots, 7$) двухдублетного потенциала при этом учитывают существование тяжелых суперчастиц, поскольку содержат однопетлевые квантовые поправки за счет обменов суперпартнерами кварков третьего поколения, рис. 1, и зависят от параметров сектора “скалярные кварки — бозоны Хиггса” (9), а также масс скалярных кварков порядка M_{SUSY} , которые играют роль ультрафиолетовых регуляторов. Для расчета однопетлевой пороговой поправки к граничным условиям (4) используется метод эффективного потенциала. Основы применения метода в рамках МССМ описаны, например, в [17]. Массовые матрицы суперпартнеров кварков

$$\mathcal{M}^2 = \mathcal{M}_M^2 + \mathcal{M}_\Gamma^2 + \mathcal{M}_\Lambda^2, \quad (10)$$

определяемые (5),

$$(\mathcal{M}_X^2)_{ab} \equiv \frac{\partial^2 \mathcal{V}_X}{\partial \tilde{\Phi}_a \partial \tilde{\Phi}_b^*}, \quad (11)$$

где $X \equiv \{M, \Gamma, \Lambda\}$, $\tilde{\Phi}$ — поля скалярных кварков (в записи по компонентам $\tilde{\Phi} \equiv \{\tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2, \tilde{U}^*, \tilde{D}^*\}$, $\tilde{\Phi}^* \equiv \{\tilde{Q}_1^*, \tilde{Q}_2^*, \tilde{U}, \tilde{D}\}$), вычисляются явно и затем подстав-

ляются в однопетлевой эффективный потенциал типа Коулмена-Вайнберга. В калибровке Ландау, используя размерную редукцию и модифицированную схему вычитания $\bar{M}S$, однопетлевой эффективный потенциал можно представить в форме [16]:

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}^0 + \frac{N_C}{32\pi^2} \text{tr} \mathcal{M}^4 \left[\ln \left(\frac{\mathcal{M}^2}{\sigma^2} \right) - \frac{3}{2} \right]. \quad (12)$$

Здесь \mathcal{V}^0 древесный хиггсовский потенциал, см.(3),(4). Раскладывая (12) в ряд по обратным степеням M_{SUSY} , получаем пороговые поправки $\Delta\lambda_i$, которые приводятся в следующем разделе. Например, массовая матрицы для действительных нейтральных (нижних) компонент дублетов комплексных скалярных полей имеет вид ($\varphi_{1,2}^0$ — действительная нейтральная компонента столбца $\Phi_{1,2}$, $\varphi_{1,2}^{0*}$ — действительная нейтральная компонента сопряженной строки)

$$\mathcal{M}_\Gamma^2 = \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & h_t(A_t^* \varphi_2^{0*} - \mu \varphi_1^{0*}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_b(A_b^* \varphi_1^0 - \mu \varphi_2^0) \\ h_t(A_t \varphi_2^0 - \mu^* \varphi_1^0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_b(A_b \varphi_1^{0*} - \mu^* \varphi_2^{0*}) & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица \mathcal{M}_Λ^2 диагональна. Ее матричные элементы имеют вид:

$$\mathcal{M}_{\Lambda 11}^2 = |h_t|^2 \varphi_2^{0*} \varphi_2^0 + \left(\frac{1}{4} g_2^2 - \frac{1}{12} g_1^2 \right) (\varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \varphi_2^{0*} \varphi_2^0), \quad (14)$$

$$\mathcal{M}_{\Lambda 22}^2 = |h_b|^2 \varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \left(\frac{1}{4} g_2^2 + \frac{1}{12} g_1^2 \right) (\varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \varphi_2^{0*} \varphi_2^0), \quad (15)$$

$$\mathcal{M}_{\Lambda 33}^2 = |h_t|^2 \varphi_2^{0*} \varphi_2^0 + \frac{1}{3} g_1^2 (\varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \varphi_2^{0*} \varphi_2^0), \quad (16)$$

$$\mathcal{M}_{\Lambda 44}^2 = |h_b|^2 \varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \frac{1}{6} g_1^2 (\varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \varphi_2^{0*} \varphi_2^0). \quad (17)$$

В случае вырожденных массовых параметров $M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{Q}} \equiv M_{SUSY}$ (тогда $\mathcal{M}_M^2 = \hat{1} \cdot M_{SUSY}^2$) разложение приводит к эффективному четверному взаимодействию [5]

$$V_{quartic} = \Lambda_{ik}^{jl} (\Phi_i^\dagger \Phi_j) (\Phi_k^\dagger \Phi_l) + \frac{N_C}{32\pi^2} \left\{ \ln \left(\frac{M_{SUSY}^2}{\sigma^2} \right) \text{tr}(\mathcal{M}_\Lambda^2)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{M_{\text{SUSY}}^2} \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2)^2 \mathcal{M}_\Lambda^2 - \frac{1}{12M_{\text{SUSY}}^4} \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2)^4 \right\}. \quad (18)$$

Например, пороговая поправка $\Delta\lambda_5$, приведенная в следующем разделе, извлекается из этого потенциала после подстановки явных выражений для массовых матриц в соответствии с (13), (14)-(17) и выделения факторов при структуре $\varphi_1^{0*}\varphi_2^0\varphi_1^{0*}\varphi_2^0$. В случае различающихся массовых параметров $M_{\tilde{U}}$, $M_{\tilde{D}}$, $M_{\tilde{Q}}$, M_{SUSY} используем представление

$$\mathcal{M}_M^2 = \mathcal{M}_{\tilde{Q}}^2 \hat{1} + \Delta\mathcal{M}_M^2, \quad (19)$$

где

$$\Delta\mathcal{M}_M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{M}_{\tilde{U}}^2 - \mathcal{M}_{\tilde{Q}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{M}_{\tilde{D}}^2 - \mathcal{M}_{\tilde{Q}}^2 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

и производим разложение по обратным степеням $M_{\tilde{Q}}^2$. В результате для четверного взаимодействия получаем [18]:

$$\begin{aligned} V_{quartic} = & \Lambda_{ik}^{jl} (\Phi_i^\dagger \Phi_j) (\Phi_k^\dagger \Phi_l) + \frac{N_C}{32\pi^2} \left\{ \ln \left(\frac{M_{\tilde{Q}}^2}{\sigma^2} \right) \text{tr}(\mathcal{M}_\Lambda^2)^2 \right. \\ & + \frac{1}{M_{\tilde{Q}}^2} \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2)^2 \mathcal{M}_\Lambda^2 - \frac{1}{12M_{\tilde{Q}}^4} \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2)^4 + \frac{1}{M_{\tilde{Q}}^2} \text{tr} \Delta\mathcal{M}_{\tilde{Q}}^2 (\mathcal{M}_\Lambda^2)^2 \\ & \left. - \frac{1}{2M_{\tilde{Q}}^4} \text{tr}(\Delta\mathcal{M}_{\tilde{Q}}^2)^2 (\mathcal{M}_\Lambda^2)^2 - \frac{1}{M_{\tilde{Q}}^4} \text{tr} \Delta\mathcal{M}_{\tilde{Q}}^2 (\mathcal{M}_\Gamma^2)^2 \mathcal{M}_\Lambda^2 \right\}. \end{aligned}$$

После подстановки массовых матриц получаем дополнительные вклады за счет невырожденных массовых параметров в $\Delta\lambda_6$ и $\Delta\lambda_7$. Параметры $\Delta\lambda_4$ и $\Delta\lambda_5$ остаются неизменными.

Вклады диаграмм собственной энергии (см. рис. 1, правый) необходимо вычислять дополнительно, поскольку они не учитываются потенциалом типа Коулмена-Вайнберга. Диаграммы собственной энергии приводят к перенормировке волновой функции скалярного поля. Напомним в этой связи, что если для перенормировки изосинглетной модели $\lambda\varphi^4$ -взаимодействия необходима перенормировка только заряда и массы скалярного поля, то при перенормировке модели Юкавы ($\lambda\varphi^4 + \bar{\psi}\gamma_5\psi\varphi$) появляется также перенормировка волновой

функции. Похожая ситуация имеет место в эффективной МССМ. Однопетлевые члены перенормировки поля определяются выражениями:

$$\Delta \lambda_1^{field} = \frac{1}{2}(g_1^2 + g_2^2)A'_{11}, \quad \Delta \lambda_2^{field} = \frac{1}{2}(g_1^2 + g_2^2)A'_{22}, \quad (21)$$

$$\Delta \lambda_3^{field} = -\frac{1}{4}(g_1^2 - g_2^2)(A'_{11} + A'_{22}), \quad \Delta \lambda_4^{field} = -\frac{1}{2}g_2^2(A'_{11} + A'_{22}),$$

$$\Delta \lambda_5^{field} = 0,$$

$$\Delta \lambda_6^{field} = \frac{1}{8}(g_1^2 + g_2^2)(A'_{12} - A'_{21}^*) = 0, \quad \Delta \lambda_7^{field} = \frac{1}{8}(g_1^2 + g_2^2)(A'_{21} - A'_{12}^*) = 0,$$

которые аналогичны случаю сохранения CP симметрии [16]. Комплексные параметры появляются вследствие определенного выше потенциала (9). Они имеют вид:

$$A'_{ij} = -\frac{3}{96\pi^2 M_{SUSY}^2} \left[h_t^2 \begin{bmatrix} |\mu|^2 & -\mu^* A_t^* \\ -\mu A_t & |A_t|^2 \end{bmatrix} + h_b^2 \begin{bmatrix} |A_b|^2 & -\mu^* A_b^* \\ -\mu A_b & |\mu|^2 \end{bmatrix} \right] \times \left(1 - \frac{1}{2}l \right). \quad (22)$$

Здесь и ниже $l \equiv \ln \left(\frac{M_{SUSY}^2}{\sigma^2} \right)$, где $\sigma = m_{top}$ определяет точку нормировки. Видно, что однопетлевая перенормировка волновой функции не дает CP -нарушающих вкладов в λ_i , но может быть весьма существенной по величине.

2.3 Спектр масс заряженных скалярных бозонов модели

Процедура диагонализации двухдублетного потенциала, приводящая к массовым состояниям бозонов Хиггса и их взаимодействиям, изложена в [9, 19]. Напомним, что в двухдублетной модели с CP -нарушением возникает восемь степеней свободы, три из них (голдстоуновские моды G^0 и G^\pm) “съедаются” W^\pm - и Z^0 -бозонами. Остается пара заряженных бозонов Хиггса H^\pm и три нейтральных скаляра h_1, h_2, h_3 , не обладающих определенной CP -четностью. Они являются смесью нейтральных бозонов h, H, A . Масса заряженного бозона Хиггса удовлетворяет соотношению [9]:

$$m_{H^\pm}^2 = m_W^2 + m_A^2 - \frac{v^2}{2}(\text{Re}\Delta\lambda_5 - \Delta\lambda_4), \quad (23)$$

где m_W — масса W -бозона, m_A — масса псевдоскаляра в пределе CP -сохранения, $v = 2m_W/g_2$, а эффективные параметры $\Delta\lambda_{4,5}$ в однопетлевом приближении

ИМЕЮТ ВИД:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_4 = & -\frac{3g_2^2}{32\pi^2} (h_t^2 + h_b^2) \ln\left(\frac{M_{\text{SUSY}}^2}{m_{\text{top}}^2}\right) + \frac{3}{8\pi^2} h_t^2 h_b^2 \left[\ln\left(\frac{M_{\text{SUSY}}^2}{m_{\text{top}}^2}\right) + \frac{1}{2} X_{tb} \right] - \\ & - \frac{3}{96\pi^2} \frac{|\mu|^2}{M_{\text{SUSY}}^2} \left[h_t^4 \left(3 - \frac{|A_t|^2}{M_{\text{SUSY}}^2} \right) + h_b^4 \left(3 - \frac{|A_b|^2}{M_{\text{SUSY}}^2} \right) \right] + \\ & + \frac{3g_2^2 [h_b^2(|\mu|^2 - |A_b|^2) + h_t^2(|\mu|^2 - |A_t|^2)]}{64\pi^2 M_{\text{SUSY}}^2} + \frac{3g_2^4}{64\pi^2} \ln\left(\frac{M_{\text{SUSY}}^2}{m_{\text{top}}^2}\right), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\Delta\lambda_5 = \frac{3}{96\pi^2} \left(h_t^4 \left(\frac{\mu A_t}{M_{\text{SUSY}}^2} \right)^2 + h_b^4 \left(\frac{\mu A_b}{M_{\text{SUSY}}^2} \right)^2 \right). \quad (25)$$

Здесь связи Юкавы $h_t = \frac{\sqrt{2}m_t}{v \sin\beta}$, $h_b = \frac{\sqrt{2}m_b}{v \cos\beta}$ и использовано обозначение:

$$X_{tb} \equiv \frac{|A_t|^2 + |A_b|^2 + 2\text{Re}(A_b^* A_t)}{2M_{\text{SUSY}}^2} - \frac{|\mu|^2}{M_{\text{SUSY}}^2} - \frac{||\mu|^2 - A_b^* A_t|^2}{6M_{\text{SUSY}}^4}. \quad (26)$$

Из (24) и (25) видно, что радиационные поправки в эффективный потенциал на масштабе m_t особенно велики, когда M_{SUSY} принимает умеренные значения (несколько сотен ГэВ), а параметры μ , $A_{t,b}$ велики (порядка 1 ТэВ). В комбинации с большими значениями фазы $\arg(\mu A_{t,b})$ расщепление масс скаляров $h_{1,2,3}$ при умеренных, порядка 150–180 ГэВ, массах заряженного скаляра H^\pm может составлять десятки ГэВ. Существуют запрещенные области пространства параметров, где $m_{h_{1,2,3}}$ принимают значения вблизи нуля или же отрицательные. Заметим, что поправка (24) включает дополнительные члены по сравнению с известным (см. [20]) приближением $m_{H^\pm}^2 = m_A^2 + m_W^2 - \epsilon$, где $\epsilon = (3G_F m_W^2 / 4\pi^2 \sqrt{2}) (m_t^2 / \sin^2\beta + m_b^2 / \cos^2\beta) (\ln(M_{\text{SUSY}}^2 / m_{\text{top}}^2))$ соответствует лишь первому члену в выражении для $\Delta\lambda_4$, определяемом (24).

На рис. 2 показаны массы заряженного бозона Хиггса m_{H^\pm} в рамках типичного сценария CPX [12] для минимальной суперсимметричной модели, характеризуемого сильным смешиванием нейтральных CP -четных/ CP -нечетных состояний (при вычислениях учитывались двухпетлевые поправки в λ_4 и вклады нелидирующих D -членов, см. [5]). В CPX-сценарии связь между параметрами M_{SUSY} , $A_{t,b}$ и μ фиксируется условием $\mu = 2A_{t,b} = 4M_{\text{SUSY}}$ (везде в дальнейшем полагаем $M_{\text{SUSY}} = 500$ ГэВ). При умеренных фазах $\arg(\mu A_{t,b})$ и малых $\text{tg}\beta$ условие положительной определенности масс нейтральных скаляров, рис.

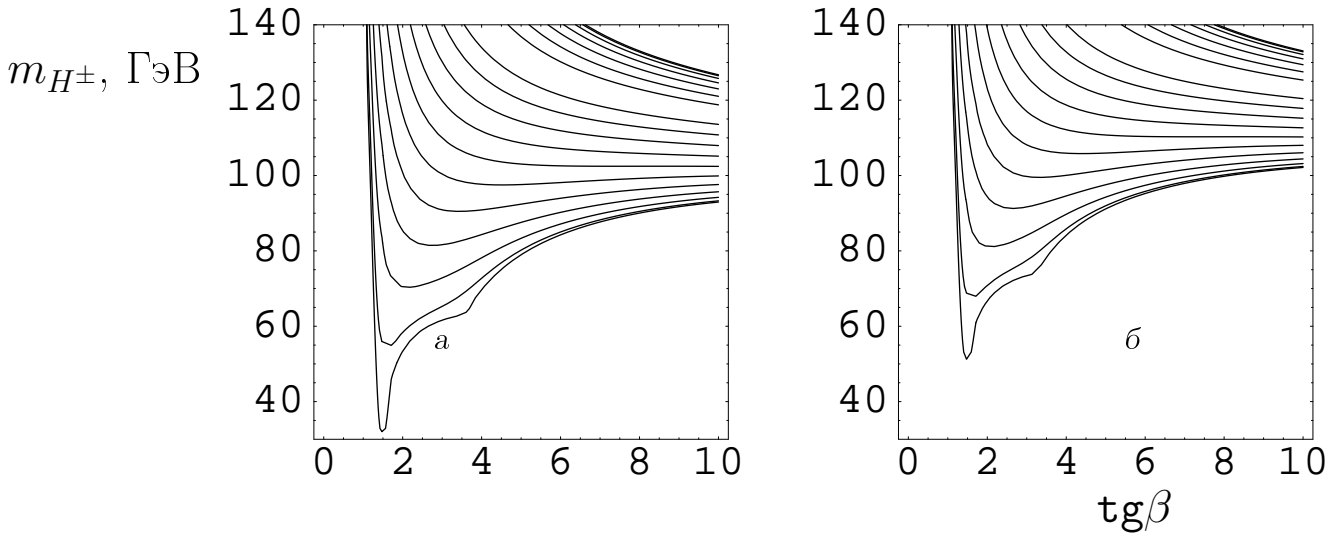


Рис. 2: Масса заряженного бозона Хиггса в МССМ II при условии, что: масса наиболее легкого нейтрального скаляра h_1 положительно определена (а), масса наиболее легкого нейтрального скаляра h_1 равна 40 ГэВ, в зависимости от параметра $\text{tg}\beta = v_2/v_1$ (б). Последовательность контуров показана при значениях фазы эффективных параметров λ_6, λ_7 двухдублетного потенциала, изменяющейся от нуля (нижняя кривая на обоих графиках) до 180° (верхняя кривая на обоих графиках), с шагом 10° . Используется сценарий сильного смешивания МССМ (*CPX*-сценарий, [12]) на масштабе масс суперпартнеров $M_{\text{SUSY}} = 500$ ГэВ. В областях ниже контура для определенного значения фазы масса наиболее легкого нейтрального скаляра не является положительно определенной (а) и менее 40 ГэВ (б).

2а, приводит к небольшим значениям m_{H^\pm} , начиная с 20–30 ГэВ. Построение тех же зависимостей при массе легкого нейтрального скаляра $m_{h_1} = 40$ ГэВ, рис. 2б, усиливает ограничение приблизительно на 20 ГэВ. При этом уже для умеренных значений фазы $\arg(\mu A_{t,b})$ порядка 10° – 15° наиболее легкий нейтральный бозон Хиггса $m_{h_1} = 40$ – 50 ГэВ становится плохо наблюдаемым при светимости LEP2 в канале $e^+e^- \rightarrow Zh_1$ вследствие увеличения в h_1 примеси *CP*-нечетного состояния A и подавления связи ZZh_1 . Это обстоятельство критически зависит от значения m_t , например, при $m_t > 178$ ГэВ и при умеренных $\text{tg}\beta \sim 3$ – 10 допустима любая m_{h_1} вплоть до значений, близких к нулю [21]. Не очень большие отклонения от сценария *CPX*, когда параметры $A_{t,b}$ и μ сдвигаются приблизительно на 100 ГэВ, показаны на рис. 3а, 3б.

В этом случае область наиболее малых возможных масс заряженного скаляра смещается в область больших значений $\text{tg}\beta \sim 40$ – 45 . Мы не рассматриваем область экстремально больших значений параметра $\text{tg}\beta$, превосходящих 50, поскольку в этой области они начинают плохо согласовываться с прямыми экспериментальными данными коллайдера Tevatron [22], ограничивающими распад $t \rightarrow H^+b$, вероятность которого усиливается фактором $\text{tg}\beta$ в соответствующей вершине, что в значительной мере противоречит экспериментальным данным

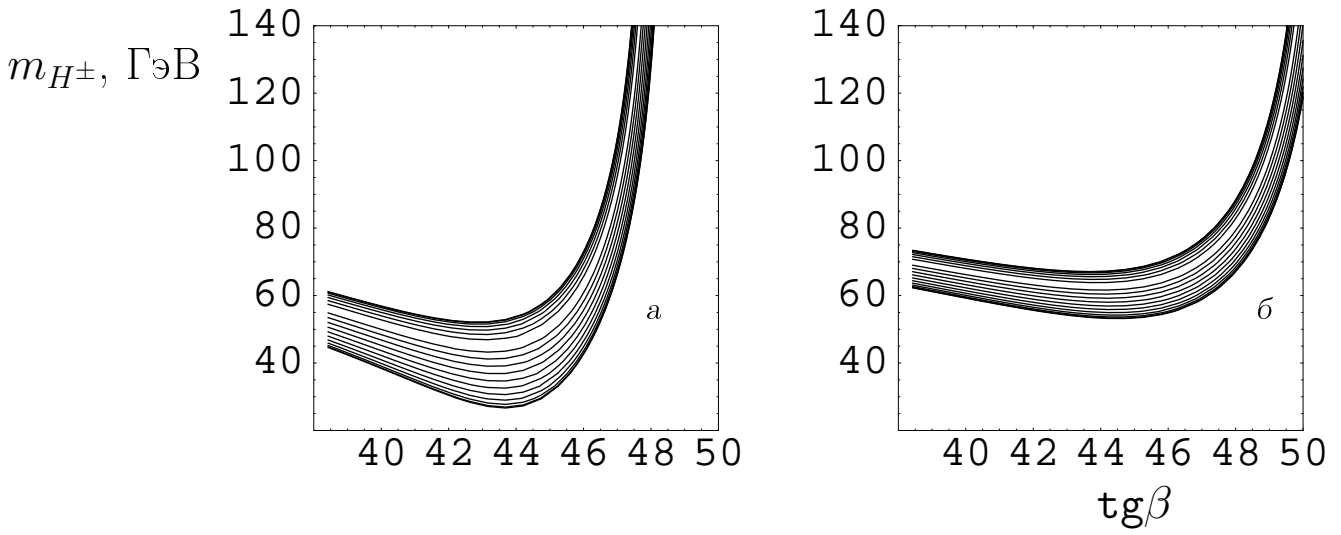


Рис. 3: Масса заряженного бозона Хиггса в МССМ II при условии, что масса наиболее легкого нейтрального скаляра h_1 порядка 50 ГэВ в области больших значений параметра $\text{tg}\beta = v_2/v_1$. Кривые слабо чувствительны к ограничению m_{h_1} снизу. Последовательность контуров показана при значениях фазы эффективных параметров λ_6, λ_7 двухдублетного потенциала, изменяющейся от нуля (нижние кривые на обоих графиках) до 180° (верхние кривые на обоих графиках) с шагом 10° . Используются сценарии сильного смешивания МССМ, близкие к CPX , см. рис. 2, на масштабе масс суперпартнеров $M_{\text{SUSY}} = 500$ ГэВ. a — $A_{t,b} = 890$ ГэВ, $\mu = 2000$ ГэВ, b — $A_{t,b} = 890$ ГэВ, $\mu = 1900$ ГэВ.

по парному рождению топ-кварков с основным каналом распада $t \rightarrow W^+b$. Прямые экспериментальные ограничения LEP2 в каналах $e^+e^- \rightarrow c\bar{s}c\bar{s}$, $c\bar{s}\tau^-\bar{\nu}_\tau$, $\tau^+\nu_\tau\tau^-\bar{\nu}_\tau$ на массу заряженного скаляра снизу дают $m_{H^\pm} > 79$ ГэВ [23, 24] (смотрите, однако, [25]). Заметим, что сечение сигнала может быть чувствительно к возможно большим однопетлевым поправкам от суперпартнеров кварков и глюино [26].

3 Смешивание K^0 -мезонов в СМ

Известно, что основными величинами, характеризующими смешивание нейтральных каонов в вакууме, являются: разность масс физических состояний $\Delta m_{LS} \equiv \Delta m_K$ и величина косвенного нарушения CP -симметрии ε_K . В рамках феноменологического описания смешивания нейтральных мезонов рассматривается неэрмитовый гамильтониан (массовая матрица) размерности 2×2 вида $M_{ij} - \frac{i}{2}\Gamma_{ij}$, действительная M_{12} и мнимая Γ_{12} части недиагональных матричных элементов которого определяют расщепление масс Δm_{LS} и веса CP -четных/ CP -нечетных состояний в физических состояниях нейтральных мезонов.

Действительную M_{12} и мнимую Γ_{12} части недиагональных элементов можно вычислить в рамках ковариантной теории возмущений СМ. Они определяются

квадратными диаграммами рис. 4а (с промежуточными кварками u, c, t) и разрезанной посередине диаграммой того же рис. 4а (с исключенными c, t) соответственно (разрезы на рисунке не показаны). Необходимо, однако, помнить, что расчет по ТВ допустим лишь на малых расстояниях, где характерные энергии сильного взаимодействия велики и возможно разложение гамильтониана в ряд по константе α_s (так называемый *пертурбативный режим*). В общем же случае, выражение для наблюдаемой величины (в данном случае — расщепления масс в системе нейтральных мезонов) будет иметь вид:

$$\Delta m_{LS} = \Delta m_{LS}^{LD} + \Delta m_{LS}^{SD} = \Delta m_{LS}^{LD} + B \cdot \Delta m_{LS}^{SD'}, \quad (27)$$

где первое слагаемое учитывает нефакторизуемый вклад от взаимодействий на больших расстояниях (*непертурбативный режим*), а второе, пертурбативное слагаемое факторизуется параметром B , учитывающим непертурбативные эффекты на малых расстояниях. Подробное обсуждение непертурбативных эффектов и КХД-поправок проводится в разд. 4.3.

В рамках СМ смешивание в системе нейтральных K -мезонов возникает вследствие смешивания в секторе заряженных слабых токов, определяемого матрицей СКМ [28], а малая величина его объясняется компенсационным механизмом ГИМ [28, 29, 30]. Диаграмма, соответствующая механизму ГИМ во втором порядке теории возмущений, также отображается рис. 4а.

Действительная часть соответствующей амплитуды дает вклад в разность масс нейтральных каонов:

$$\begin{aligned} \Delta m_{LS}^{WW} = & \frac{G_F^2 f_K^2 m_K B_K}{6\pi^2} \text{Re} \left[(V_{cd}^*)^2 V_{cs}^2 m_c^2 \eta_1 I(\xi_1) + \right. \\ & \left. + (V_{td}^*)^2 V_{ts}^2 m_t^2 \eta_2 I(\xi_2) + 2 V_{td}^* V_{cd}^* V_{ts} V_{cs} \eta_3 m_c m_t I(\xi_2, \xi_3) \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

Отношение мнимой и действительной частей амплитуды определяет величину косвенного нарушения CP -симметрии (отметим, что в определении ε_K для K^0 -мезонов мы пренебрегаем амплитудой разрезанной диаграммы, дающей вклад в Γ_{12}):

$$|\varepsilon_K^{WW}| = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\text{Im } A}{\text{Re } A}, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} A = & [(V_{cd}^* V_{cs})^2 m_c^2 \eta_1 I(\xi_1) + (V_{td}^* V_{ts})^2 m_t^2 \eta_2 I(\xi_2) + \\ & + 2 V_{td}^* V_{cd}^* V_{ts} V_{cs} \eta_3 m_c m_t I(\xi_2, \xi_3)], \end{aligned} \quad (30)$$

где $\xi_1 = (\frac{m_c}{m_W})^2$, $\xi_2 = (\frac{m_t}{m_W})^2$, $\xi_3 = (\frac{m_t}{m_c})^2$ определяют значение функции Высоцкого—Инами—Лима $I(\xi)$ [31, 32]

$$I(\xi) = \left\{ \frac{\xi^2 - 11\xi + 4}{4(\xi - 1)^2} - \frac{3\xi^2 \ln \xi}{2(1 - \xi)^3} \right\}, \quad (31)$$

учитывающей вклады членов порядка $(m_t/m_W)^2$, а также $(m_c/m_W)^2$ (которые очень малы, т.е. $I(\xi_1) \approx 1$), а $I(\xi_2, \xi_3)$ определяет поправку для перекрестного члена от диаграмм со смешанными ct -обменами [32, 33]:

$$I(\xi_2, \xi_3) = \xi_3^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\ln(\xi_3) - \frac{3\xi_2}{4 \cdot (1 - \xi_2)} - \frac{3\xi_2^2 \ln \xi_2}{4 \cdot (1 - \xi_2)^2} \right], \quad (32)$$

Индекс WW показывает, что речь идет лишь о диаграммах СМ (т.е. только с об-менами заряженными векторными бозонами). В вышеприведенных формулах: $f_K \approx 1.27 f_\pi \approx 165$ МэВ — постоянная распада, $G_F = 1.17 \times 10^{-5}$ ГэВ⁻² — постоянная слабого четырехфермионного взаимодействия, V_{ij} — матричные элементы ККМ-матрицы, $B_K \approx 1.0$ — непертурбативный фактор, вычисленный при в предположении “вакуумного доминирования”, а η_1, η_2, η_3 — факторизованные пертурбативные КХД-поправки, учитывающие “перекрестные” обмены виртуальными глюонами между внешними и внутренними линиями кварков (подробнее см. в разд. 4.3). Формулы (31) и (32) получены в предположении отсутствия динамических эффектов от “нижних” кварков на внешних линиях квадратной диаграммы, т.е. импульсы частиц на этих линиях полагаются равными $p_i = 0$. Обратим внимание на отсутствие полюса при $m_W = m_{q_i}$ как в знаменателе выражения (31), так и в знаменателе (32). Подробнее см. Приложение Б.

В рамках четырехфермионного приближения мы стягиваем пропагаторы промежуточных частиц-переносчиков в одну точку и получаем конечный результат без функций Высоцкого—Инами—Лима:

$$\begin{aligned} \Delta m_{LS}^{SD-WW} = & \frac{G_F^2 f_K^2 m_K B_K}{6\pi^2} \text{Re} \left[(V_{cd}^*)^2 V_{cs}^2 m_c^2 \eta_1 + \right. \\ & \left. + (V_{td}^*)^2 V_{ts}^2 m_t^2 \eta_2 + 2V_{td}^* V_{cd}^* V_{ts} V_{cs} \eta_3 \frac{m_c^2 m_t^2}{m_t^2 - m_c^2} \ln \left(\frac{m_t^2}{m_c^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

Вклад третьего поколения кварков в ε был получен в работах [31] и [32]. В формуле (30) содержатся также вклады второго поколения кварков (cc -box) и

комбинированный вклад второго и третьего поколений ct . Кроме того, в формуле (28) учтен вклад третьего поколения кварков (tt -box) и комбинированный вклад ct в разность масс нейтральных каонов.

4 Смешивание нейтральных мезонов в МССМ II

По сравнению с СМ, в МССМ II появляются дополнительные диаграммы рис. 4б и 4в, в которых смешивание K^0 -мезонов происходит за счет обмена одним или двумя заряженными скалярными бозонами. Аналогичные диаграммы для перемешивания нейтральных B_d - и B_s -мезонов получаются простой циклической перестановкой “нижних” кварков.

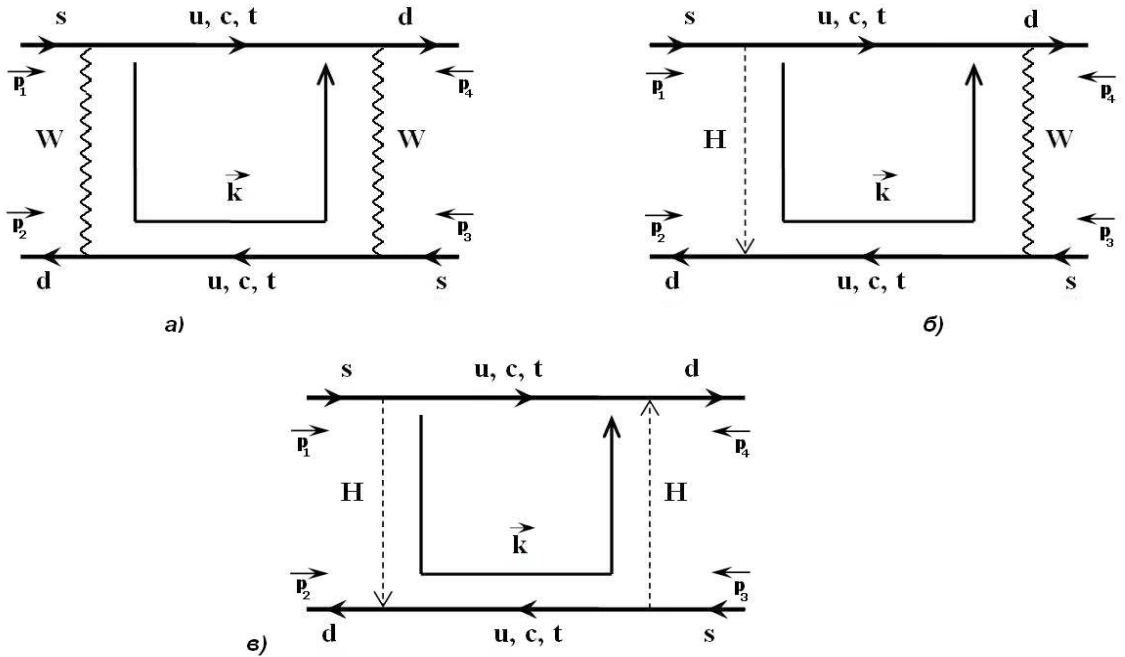


Рис. 4: Диаграммы Фейнмана для процесса $K^0 \rightarrow \tilde{K}^0$ в вакууме при наличии трех поколений кварков (виртуальных u -, c - и t -кварков). k — внутренний импульс, по которому проводится интегрирование. а) — ГИМ-механизм стандартной модели (обмен двумя промежуточными заряженными векторными бозонами W^\pm); б) — обмен одним заряженным векторным бозоном W и одним заряженным бозоном Хиггса H в рамках минимальной суперсимметричной модели II-го типа; в) — обмен двумя заряженными бозонами Хиггса H^\pm в рамках минимальной суперсимметричной модели II-го типа.

4.1 K^0 -мезоны. Четырехфермионное приближение

Мы начинаем наше рассмотрение с четырехфермионного приближения — $m_{W,H}^2 \gg k^2$ — в рамках которого из четырех пропагаторов виртуальных частиц остаются только два, соответствующих фермионам (“верхним” кваркам)

на диаграммах рис. 4б и 4в. Вместо бозонных пропагаторов для промежуточных векторных и заряженных скалярных бозонов использованы размерные факторы: $G_F = g^2\sqrt{2}/8m_W^2$ — для слабого “фермиевского” взаимодействия, и $C_H = \frac{4\sqrt{2}m_W^2}{v^2m_{H^\pm}^2}$ — для юкавского взаимодействия. Здесь $v = 246$ ГэВ — вакуумное среднее СМ. Принимаются следующие численные значения для четырехфермионных констант взаимодействий: $G_F = 1.17 \times 10^{-5}$ ГэВ⁻² и $C_H = 5.98 \times 10^{-7} \times m_{H^\pm}^{-2}$.

По сравнению с предыдущими работами [1] и [2], в настоящей статье автор не ограничивается одним лишь только низкоэнергетическим приближением, сохраняя зависимость от внутреннего импульса k^μ в числителе фермионного пропагатора общего вида $\Pi(k^\mu, m_i) = \frac{k^\mu\gamma_\mu + m_i}{k^2 - m_i^2}$. Так как в выражение для амплитуды войдет произведение двух пропагаторов виртуальных кварков, соответствующих “верхней” и “нижней” фермионным линиям на отдельной квадратной диаграмме, то мы получим несколько дополнительных слагаемых в амплитуде по отношению к [1] для диаграмм рис. 4б и 4в.

4.1.1 HH -диаграмма

Используя стандартные выражения для пропагаторов заряженных скалярных бозонов:

$$\Pi(H^\pm) = \frac{i}{k^2 - m_{H^\pm}^2} \longrightarrow \frac{i}{m_{H^\pm}^2},$$

и вершин юкавского (фермион-скалярного) взаимодействия:

$$V(\bar{q}_i H q_j) = \left(\frac{-i\sqrt{2}}{\sin 2\beta \cdot v} \right) \bar{q}_i [\sin^2\beta m_{q_i}(1 - \gamma_5) + \cos^2\beta m_{q_j}(1 + \gamma_5)] q_j,$$

получаем следующее промежуточное выражение для амплитуды интересующего нас процесса перемешивания нейтральных мезонов в вакууме за счет обмена двумя заряженными скалярами (см. рис. 4в):

$$\begin{aligned} M_{HH}^{appr} = & \frac{\text{tg}^4\beta}{v^4} m_s^2 m_d^2 [(V_{cd}^* V_{cs})^2 I_{11}^{k_\mu k_\nu}(m_c^2) m_c^4 + (V_{td}^* V_{ts})^2 I_{11}^{k_\mu k_\nu}(m_t^2) m_t^4 + \\ & + 2m_t^2 m_c^2 V_{cd}^* V_{td}^* V_{cs} V_{ts} I_{12}^{k_\mu k_\nu}(m_c^2, m_t^2)] \cdot [\bar{d} O_\alpha s \bar{d} O^\alpha s] + \\ & + \frac{2m_s m_d}{v^4} [(V_{cd}^* V_{cs})^2 I_{21}^{k_\mu k_\nu}(m_c^2) m_c^4 + (V_{td}^* V_{ts})^2 I_{21}^{k_\mu k_\nu}(m_t^2) m_t^4 + \\ & + 2m_t^2 m_c^2 V_{cd}^* V_{td}^* V_{cs} V_{ts} I_{22}^{k_\mu k_\nu}(m_c^2, m_t^2)] \cdot [\bar{d} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) s \bar{d} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) s] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{v^4 t g^4 \beta} [(V_{cd}^* V_{cs})^2 I_{31}^{k_\mu k_\nu}(m_c^2) m_c^4 + (V_{td}^* V_{ts})^2 I_{31}^{k_\mu k_\nu}(m_t^2) m_t^4 + \\
& + 2m_t^2 m_c^2 V_{cd}^* V_{td}^* V_{cs} V_{ts} I_{32}^{k_\mu k_\nu}(m_c^2, m_t^2)] \cdot [\bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) s \bar{d} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) s] + \\
& + \frac{m_s^2}{v^4} [(V_{cd}^* V_{cs})^2 I_{41}(m_c^2) m_c^4 + (V_{td}^* V_{ts})^2 I_{41}(m_t^2) m_t^4 + \\
& + 2m_t^2 m_c^2 V_{cd}^* V_{td}^* V_{cs} V_{ts} I_{42}(m_c^2, m_t^2)] \cdot [\bar{d} (1 + \gamma_5) s \bar{d} (1 + \gamma^5) s] \quad (34)
\end{aligned}$$

Для дальнейшего расчета значения амплитуды необходимо вычислить интегралы по внутреннему импульсу k^μ восьми отмеченных в (34) типов, а также свести к наблюдаемым переменным спиральные структуры вида $\bar{d} f(\gamma_5, \gamma_\mu) s \cdot \bar{d} f(\gamma^5, \gamma^\mu) s$, соответствующие каждому из перечисленных в (34) слагаемых.

Интегралы типа $I_{11}^{k_\mu k_\nu}$ и $I_{12}^{k_\mu k_\nu}$ сходятся к своему точному значению аналогично интегралам четырехфермионного приближения СМ ввиду действия ГИМ-механизма [27, 29]. Для них мы получаем следующие выражения:

$$I_{11}^{k_\mu k_\nu} = \int \frac{d^4 k \cdot k^\mu k^\nu}{i \cdot (2\pi)^4 \cdot k^4 (k^2 - m_q^2)^2} = -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2 m_q^2}$$

$$I_{12}^{k_\mu k_\nu} = \int \frac{d^4 k \cdot k^\mu k^\nu}{i \cdot (2\pi)^4 \cdot k^4 (k^2 - m_{q_1}^2)(k^2 - m_{q_2}^2)} = -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \cdot \frac{1}{m_{q_2}^2 - m_{q_1}^2} \cdot \ln \left(\frac{m_{q_2}^2}{m_{q_1}^2} \right)$$

Остальные интегралы по внутреннему импульсу k^μ являются существенно расходящимися при $k \rightarrow +\infty$. Мы вычисляем их, фиксируя верхний предел интегрирования на величине параметра обрезания Λ . Последний целесообразно выбрать равным квадрату наибольшей из масс частиц-переносчиков взаимодействий, проявляющихся в рассматриваемом процессе. В данном случае, при численном анализе полагается $\Lambda = m_{H^\pm}^2$. Тогда:

$$I_{21}^{k_\mu k_\nu} = \int \frac{d^4 k \cdot k^\mu k^\nu}{i \cdot (2\pi)^4 \cdot k^2 (k^2 - m_q^2)^2} = \frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \cdot \left[\ln \left(\frac{\Lambda + m_q^2}{m_q^2} \right) - \frac{\Lambda}{\Lambda + m_q^2} \right],$$

$$\begin{aligned}
I_{22}^{k_\mu k_\nu} &= \int \frac{d^4 k \cdot k^\mu k^\nu}{i \cdot (2\pi)^4 \cdot k^2 (k^2 - m_{q_1}^2)(k^2 - m_{q_2}^2)} = \\
&= \frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \cdot \left[\frac{1}{m_{q_2}^2 - m_{q_1}^2} \left(m_{q_2}^2 \ln \left(\frac{\Lambda + m_{q_2}^2}{m_{q_2}^2} \right) - m_{q_1}^2 \ln \left(\frac{\Lambda + m_{q_1}^2}{m_{q_1}^2} \right) \right) \right],
\end{aligned}$$

$$I_{31}^{k_\mu k_\nu} = \int \frac{d^4 k \cdot k^\mu k^\nu}{i \cdot (2\pi)^4 \cdot (k^2 - m_q^2)^2} = -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \cdot \left[\Lambda \cdot \frac{\Lambda + 2m_q^2}{\Lambda + m_q^2} + 2m_q^2 \ln \left(\frac{m_q^2}{\Lambda + m_q^2} \right) \right],$$

$$\begin{aligned}
I_{32}^{k_\mu k_\nu} &= \int \frac{d^4 k \cdot k^\mu k^\nu}{i \cdot (2\pi)^4 \cdot (k^2 - m_{q_1}^2)(k^2 - m_{q_2}^2)} = \\
&= -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \cdot \left[\Lambda + \frac{m_{q_2}^2 + m_{q_1}^2}{2} \ln \left(\frac{m_{q_1}^2 m_{q_2}^2}{\Lambda^2 + (m_{q_2}^2 + m_{q_1}^2) \cdot \Lambda + m_{q_1}^2 m_{q_2}^2} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{m_{q_2}^4 + m_{q_1}^4}{2 \cdot (m_{q_2}^2 - m_{q_1}^2)} \cdot \ln \left(\frac{m_{q_2}^2 (\Lambda + m_{q_1}^2)}{m_{q_1}^2 (\Lambda + m_{q_2}^2)} \right) \right], \\
I_{41} &= \int \frac{d^4 k}{i \cdot (2\pi)^4 \cdot (k^2 - m_q^2)^2} = \frac{1}{16\pi^2} \cdot \left[\ln \left(\frac{\Lambda + m_q^2}{m_q^2} \right) - \frac{\Lambda}{\Lambda + m_q^2} \right], \\
I_{42} &= \int \frac{d^4 k}{i \cdot (2\pi)^4 \cdot (k^2 - m_{q_1}^2)(k^2 - m_{q_2}^2)} = \\
&= \frac{1}{16\pi^2} \cdot \left[\frac{1}{m_{q_2}^2 - m_{q_1}^2} \left(m_{q_2}^2 \ln \left(\frac{\Lambda + m_{q_2}^2}{m_{q_2}^2} \right) - m_{q_1}^2 \ln \left(\frac{\Lambda + m_{q_1}^2}{m_{q_1}^2} \right) \right) \right].
\end{aligned}$$

Индекс поколения верхних кварков q пробегает значения s, t ; индексы q_1 и q_2 также принимают значения s и t соответственно (что, однако, не важно, так как все полученные выше выражения являются инвариантными относительно перемены индексов верхних кварков местами). Отметим, что интегралы $I_{21}, I_{22}, I_{41}, I_{42}$ расходятся логарифмически по Λ , а интегралы I_{31}, I_{32} — линейно. Расходимость интегралов связана с тем, что, пренебрегая значением внутреннего импульса k в сравнении с массой частицы-переносчика (в данном случае заряженного скалярного бозона), мы понижаем степень знаменателя соответствующего пропагатора на 4 по k , в результате чего при интегрировании будут получаться уже положительные степени k , которые будут давать формальную бесконечность при $k \rightarrow +\infty$. Технические детали, связанные с расчетом интегралов по внутреннему импульсу k^μ , приведены в Приложении А.

Спиральная структура вида $[\bar{d}O_\alpha s \bar{d}O^\alpha s] = [\bar{d}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)s \bar{d}\gamma^\mu(1 + \gamma_5)s]$ может быть рассчитана методом вакуумного прокладывания в каонных “обкладках” (с учетом также и однопионного состояния) и факторизована следующим образом ([31], смотрите также разд. 4.3.):

$$\langle K^0 | [\bar{d}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)s]^2 | \bar{K}^0 \rangle = \frac{8}{3} B_K m_K^2 f_K^2.$$

Здесь $B_K \approx 1.0$ — константа вакуумного прокладывания; $m_K = 498$ МэВ — масса нейтрального каона, а $f_K = 165$ МэВ — постоянная, характеризующая амплитуду лептонного распада $K^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$.

Более сложной представляется задача расчета спиральных структур других указанных в (13) видов. Однако получающиеся после факторизации наблюдаемые по порядку величины соответствуют $[\bar{d}O_\alpha s \bar{d}O^\alpha s]$. В настоящей работе принимается, что:

$$\begin{aligned} [\bar{d}O_\alpha s \bar{d}O^\alpha s] &= [\bar{d}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)s \bar{d}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)s] = \\ &= [\bar{d}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)s \bar{d}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)s], \end{aligned}$$

где опущены каонные “обкладки”. Кроме того, мы используем данные работы [34] для расчета кваркового конденсата вида $[\bar{d}(1 + \gamma_5)s \bar{d}(1 + \gamma^5)s]$:

$$\langle K^0 | [\bar{d}(1 + \gamma_5)s \bar{d}(1 + \gamma^5)s] | K^0 \rangle = +\frac{5}{3} B_K^S m_K^2 f_K^2,$$

где, по аналогии с [35], мы полагаем $B_K^S \approx 2.5$.

Используя приведенные выше аналитические выражения для интегралов и значения для спиральных структур после факторизации, получаем следующее выражение для вклада диаграмм с обменом двумя заряженными скалярными бозонами в величину расщепления масс нейтральных каонов:

$$\begin{aligned} \Delta m_{LS}^{appr-HH} &= \frac{C_H^2 f_K^2 m_K B_K}{384\pi^2 m_W^4} \left(\frac{m_s^2 m_d^2 \cdot \text{tg}^4 \beta}{4} \text{Re } B_1 - \frac{m_s m_d}{2} \text{Re } B_2(G_{2k}^{HH}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4 \cdot \text{tg}^4 \beta} \text{Re } B_3(G_{3k}^{HH}) + \frac{5}{8} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot m_s^2 \text{Re } B_4(G_{4k}^{HH}) \right), \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} B_1 &= [(V_{cd}^* V_{cs})^2 m_c^2 \eta_7 + (V_{td}^* V_{ts})^2 m_t^2 \eta_8 + 2 V_{td}^* V_{cd}^* V_{ts} V_{cs} \frac{m_c^2 m_t^2}{m_t^2 - m_c^2} \ln \left(\frac{m_t^2}{m_c^2} \right) \eta_9], \\ B_l(G_{lk}^{HH}) &= [(V_{cd}^* V_{cs})^2 m_c^4 \eta_7 G_{l1}^{HH}(\Lambda, m_c^2) + (V_{td}^* V_{ts})^2 m_t^4 \eta_8 G_{l1}^{HH}(\Lambda, m_t^2) + \\ &\quad + 2 V_{td}^* V_{cd}^* V_{ts} V_{cs} m_c^2 m_t^2 \eta_9 G_{l2}^{HH}(\Lambda, m_c^2, m_t^2)] \quad (l = 2, 3, 4; k = 1, 2). \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} G_{l1}^{HH}(\Lambda, m_{q_i}^2) &= \frac{I_{l1}(\Lambda, m_{q_i}^2)}{P}, \quad l = 2, 3, 4, \\ G_{l2}^{HH}(\Lambda, m_{q_i}^2, m_{q_j}^2) &= \frac{I_{l2}(\Lambda, m_{q_i}^2, m_{q_j}^2)}{P}, \quad l = 2, 3, 4. \end{aligned}$$

Здесь $P = \frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2}$ при $l = 2, 3$, причем знак P отвечает знаку соответствующего интеграла; $P = \frac{g_{\mu\nu}}{16\pi^2}$ при $l = 4$. $\text{tg} \beta = v_2/v_1$ — отношение вакуумных средних скалярных дублетов в хиггсовском секторе МССМ II (см. разд. 2), а η_7, η_8, η_9 — пертурбативные КХД-поправки, подробнее рассмотренные в разделе 4.3.

4.1.2 HW -диаграмма

Диаграмма, отвечающая смешиванию нейтральных каонов за счет обменов одним заряженным векторным и одним заряженным скалярным бозонами, показана на рисунке 4б. Аналогично приведенному выше рассмотрению, мы получаем следующее промежуточное выражение для амплитуды:

$$\begin{aligned}
M_{HW}^{appr} = & \frac{g^2}{4v^2 \operatorname{tg}^2 \beta \cdot m_W^2 \cdot m_{H^\pm}^2} \cdot [(V_{cd}^* V_{cs})^2 I_{11'}^{k_\mu k_\nu}(m_c^2) m_c^2 + (V_{td}^* V_{ts})^2 I_{11'}^{k_\mu k_\nu}(m_t^2) m_t^2 + \\
& + 2m_t m_c V_{cd}^* V_{td}^* V_{cs} V_{ts} I_{12'}^{k_\mu k_\nu}(m_c^2, m_t^2)] \cdot [\bar{d} \gamma_\mu \gamma_\nu (1 - \gamma_5) s \bar{d} \gamma^\mu \gamma^\nu (1 + \gamma_5) s] + \\
& + \frac{g^2 \operatorname{tg}^2 \beta \cdot m_d m_s}{v^2 \cdot m_W^2 \cdot m_{H^\pm}^2} \cdot [(V_{cd}^* V_{cs})^2 I_{21'}(m_c^2) m_c^2 + (V_{td}^* V_{ts})^2 I_{21'}(m_t^2) m_t^2 + \\
& + 2m_t m_c V_{cd}^* V_{td}^* V_{cs} V_{ts} I_{22'}^{k_\mu k_\nu}(m_c^2, m_t^2)] \cdot [\bar{d} O_\alpha s \bar{d} O^\alpha s]. \tag{36}
\end{aligned}$$

В сравнении с (34) у нас не возникает новых типов интегралов по внутреннему импульсу k^μ , что приводит к следующим соотношениям с результатами расчетов по HH -диаграммам:

$$\begin{aligned}
I_{11'}^{k_\mu k_\nu}(m_{q_i}^2) &= I_{31}^{k_\mu k_\nu}(m_{q_i}^2), & I_{12'}^{k_\mu k_\nu}(m_{q_i}^2, m_{q_j}^2) &= I_{32}^{k_\mu k_\nu}(m_{q_i}^2, m_{q_j}^2) \\
I_{21'}(m_{q_i}^2) &= I_{41}(m_{q_i}^2), & I_{22'}(m_{q_i}^2, m_{q_j}^2) &= I_{42}(m_{q_i}^2, m_{q_j}^2)
\end{aligned}$$

Спиральная структура типа $[\bar{d} \gamma_\mu \gamma_\nu (1 - \gamma_5) s \bar{d} \gamma^\mu \gamma^\nu (1 + \gamma_5) s]$ может быть сведена к тем же наблюдаемым, что и $[\bar{d} O_\alpha s \bar{d} O^\alpha s]$ [36]:

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_\nu (1 - \gamma_5) s \bar{d} \gamma^\mu \gamma^\nu (1 + \gamma_5) s | 0 \rangle &= 4 \cdot \langle O | M_1^{\mu\nu} | 0 \rangle, \\
\langle K^0 | M_1^{\mu\nu} g_{\mu\nu} | \bar{K}^0 \rangle &= \frac{4 f_K^2 m_K^2}{3 m_s^2},
\end{aligned}$$

причем m_s играет роль нормировочного множителя и далее опускается. Окончательно получаем следующее выражение для вклада ΔM_{LS}^{HW} :

$$\Delta m_{LS}^{appr-HW} = \frac{G_F C_H f_K^2 m_K B_K}{24 \pi^2 m_W^2} \left(\frac{1}{2 \cdot \operatorname{tg}^2 \beta} \operatorname{Re} C_1(G_{1j}^{HW}) - \operatorname{tg}^2 \beta \cdot m_s m_d \operatorname{Re} C_2(G_{2j}^{HW}) \right), \tag{37}$$

где

$$\begin{aligned}
C_i(G_{ij}^{HW}) &= [(V_{cd}^* V_{cs})^2 m_c^2 \eta_4 G_{i1}^{HW}(\Lambda, m_c^2) + (V_{td}^* V_{ts})^2 m_t^2 \eta_5 G_{i1}^{HW}(\Lambda, m_t^2) + \\
& + 2 V_{td}^* V_{cd}^* V_{ts} V_{cs} m_c m_t \eta_6 G_{i2}^{HW}(\Lambda, m_c^2, m_t^2)] \quad (i = 1, 2; j = 1, 2).
\end{aligned}$$

Здесь индекс i определяет тип интеграла по номеру вклада в (36), а индекс j — по количеству разновидностей промежуточных фермионов (т.е. ароматов верхних кварков) в изучаемых процессах. При этом:

$$\begin{aligned}
G_{11}^{HW}(\Lambda, m_{q_i}^2) &= \frac{I'_{11}(\Lambda, m_{q_i}^2)}{R_1}, \\
G_{22}^{HW}(\Lambda, m_{q_i}^2, m_{q_j}^2) &= \frac{I'_{22}(\Lambda, m_{q_i}^2, m_{q_j}^2)}{R_2}, \\
G_{21}^{HW}(\Lambda, m_{q_i}^2) &= \frac{I'_{21}(\Lambda, m_{q_i}^2)}{R_2}, \\
G_{12}^{HW}(\Lambda, m_{q_i}^2, m_{q_j}^2) &= \frac{I'_{12}(\Lambda, m_{q_i}^2, m_{q_j}^2)}{R_1},
\end{aligned}$$

где $R_1 = g_{\mu\nu}/64\pi^2$, а $R_2 = g_{\mu\nu}/16\pi^2$. Вопрос о пертурбативных КХД-поправках η_4, η_5, η_6 отложим до раздела 4.3.

Совокупная величина расщепления масс в системе нейтральных K -мезонов определяется суммой вклада СМ и вкладов от диаграмм рис. 4б и 4в:

$$\Delta m_{LS}^{appr} = \Delta m_{LS}^{WW} + \Delta m_{LS}^{appr-HW} + \Delta m_{LS}^{appr-HH}. \quad (38)$$

4.1.3 Упрощенные выражения

Выписанные выше формулы (35) и (37) допускают также и упрощенное представление, которое возможно получить, используя следующую методику:

1. *Правомерность применения четырехфермионного приближения.* Использование упрощенного метода расчета со стягиванием пропагаторов промежуточных частиц к их приближенным четырехфермионным значениям достаточно корректно в том только случае, когда их массы намного больше характерных масс участвующих во взаимодействиях фермионов. Легко видеть, что в случае систем K^0 -, а также (ниже) $B_{d,s}^0$ -мезонов подобное приближение не совсем корректно, так как масса виртуальных t -кварков не только соизмерима с массой W -бозона и предполагаемым диапазоном масс для заряженных скалярных бозонов модели, но и на самом деле превосходит ее. Вследствие этого, результаты точного и приближенного расчетов

могут серьезно отличаться друг от друга. Ниже, в рамках численного анализа построенных выражений, будет проведено рассмотрение количественных оценок для каждого и случаев и их сравнение. Необходимо отметить, что и в четырехфермионном пределе, и при точных выражениях для пропагаторов бозонов мы сохраняем результат (28) для вычислений СМ, где индикатором точного расчета служат функции Высоцкого—Инами—Лима.

2. *Исключение малых слагаемых из конечных выражений.* Все результаты для величин Δm_{LS}^{ij} в настоящей работе представляются в виде суммы нескольких слагаемых, между которыми можно установить иерархию, используя значения для отношения вакуумных средних дублетов модели $\text{tg}\beta$ и для масс участвующих во взаимодействии частиц.
3. *Выбор определенного сорта “верхних” или “нижних кварков”.* Каждое из слагаемых (см., например, (35) и (37)) содержит сумму по трем слагаемым для $-cc-$, $-tt-$ и $-ct-$ квадратных диаграмм. Используя соотношения унитарности (“треугольники унитарности”) для матричных элементов ККМ-матрицы и соотношения масс для участвующих во взаимодействиях кварков можно выделить одно из трех (вообще говоря, девяти) слагаемых, дающее наибольший вклад.

Проанализируем каждое из четырех слагаемых в выражении (35) и двух — в (37). В области малых значений $m_{H^\pm} \approx 100$ ГэВ и умеренных значений $\text{tg}\beta$ вплоть до 20—25 для HH -диаграмм получаем следующие отношения вкладов (слагаемые пронумерованы прописными римскими цифрами):

$$\begin{aligned} \frac{I}{II} &= \frac{m_s m_d \text{tg}^4 \beta}{2m_t^2} \approx 10^{-2}, \\ \frac{I}{III} &= \frac{m_s^2 m_d^2 \text{tg}^8 \beta}{m_t^2 m_H^2} \approx 10^{-7}, \\ \frac{I}{IV} &= \frac{m_d^2 \text{tg}^4 \beta}{4m_t^2} \approx 10^{-5}, \\ \frac{III}{IV} &= \frac{8}{5} \cdot \frac{B_K}{B_K^S} \cdot \frac{m_H^2}{2\text{tg}^4 \beta m_s^2} \approx 10^2. \end{aligned}$$

Отметим, что в данном выражении мы используем замену параметра обрезания Λ на квадрат массы заряженного скаляра. Таким образом, в указанной области

получается следующая иерархия парциальных вкладов:

$$III > IV \gg II > I.$$

Остается лишь третье слагаемое, дающее плюсовой вклад в итоговую величину и характерную обратную степенную зависимость от $\text{tg}\beta$. Представленные соотношения между слагаемыми, очевидно, сохраняются и в случае перехода к большим значениям массы заряженного скаляра, когда происходит резкий рост числителя последнего из отношений. Аномальные эффекты могут проявляться в области малых значениях $m_{H^\pm} < 100$ ГэВ в сочетании с большими величинами $\text{tg}\beta > 40$, когда последнее слагаемое начинает доминировать, приводя к росту отрицательного вклада с увеличением $\text{tg}\beta$.

В случае HW -диаграмм ситуация выглядит несколько сложнее:

$$\frac{I}{II} = \frac{m_H^2}{2m_s m_d \text{tg}^4 \beta}.$$

В области малых значений $\text{tg}\beta \approx 10$ знаменатель приведенного отношения существенно меньше числителя, и мы сталкиваемся с доминированием первого слагаемого, дающего характерную обратную степенную зависимость от величины $\text{tg}\beta$. В этом случае окончательно получаем:

$$\Delta m_{LS}^{appr} = Q \cdot \left[G_F^2 \text{Re} A + \frac{G_F C_H}{6m_W^2 \text{tg}^2 \beta} \text{Re} C_1 + \frac{C_H^2}{256m_W^4 \text{tg}^4 \beta} \text{Re} B_3 \right], \quad (39)$$

где $Q = \frac{f_K^2 m_K B_K}{6\pi^2}$.

В области больших значений $\text{tg}\beta \approx 30$ и в достаточно широком диапазоне масс заряженного скаляра начинает сказываться влияние второго слагаемого из Δm_{LS}^{HW} . В районе $\text{tg}\beta > 40$ и $m_{H^\pm} < 100$ ГэВ получается переход к другой предельной форме упрощенного выражения:

$$\Delta m_{LS}^{appr} = Q \cdot \left[G_F^2 \text{Re} A - \frac{G_F C_H m_s m_d \text{tg}^2 \beta}{4m_W^2} \text{Re} C_2 + \frac{5}{8} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot \frac{C_H^2 m_s^2}{64m_W^4} \text{Re} B_4 \right], \quad (40)$$

для которой характерен резкий рост вкладов с ростом $\text{tg}\beta$ и их отрицательный знак в сравнении со знаком основного вклада.

Построенная иерархия вкладов остается справедливой и для $B_{d,s}$ -мезонов; в этом случае меняются местами лишь малые вклады, а третье (для HH) и

второе (для HW) слагаемые по-прежнему остаются доминирующими. При этом полученные отношения остаются точно такими же с точностью до циклической перестановки “нижних” кварков местами.

Более сложным выглядит вопрос построения иерархии вкладов для результатов точного расчета. Как будет показано далее, получаемые при этом выражения являются достаточно громоздкими из-за подынтегральных выражений. Тем не менее, общие выводы настоящего параграфа остаются справедливыми и для этого случая.

Применяемый метод оказывается особо полезным при анализе результатов, полученных для расщепления масс в системе D -мезонов (см. ниже).

4.2 K^0 -мезоны. Точный расчет

4.2.1 Общие замечания

Принципиальным отличием точного расчета от выполненного в рамках четырехфермионного приближения является использование номинальных выражений для пропагаторов заряженных векторных (W^\pm) и скалярных (H^\pm) бозонов без стягивания их в одну точку. Следовательно, мы учитываем зависимость от k^μ не только фермионных, но и бозонных функций распространения.

Основным следствием этого станет появление дополнительной диаграммы рис. 5, которая будет давать вклад в величину Δm_{LS}^{ex-HW} (мы рассматриваем этот вклад отдельно от вклада диаграммы рис. 4б в новом слагаемом Δm_{LS}^{ex-HG}). Новый тип диаграмм связан с использованием калибровки т'Хоофта—Фейнмана для пропагатора заряженного векторного бозона: $\Pi_W^0(k, \psi_W, m_W) = \frac{g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2 - \psi_W m_W^2} (1 - \psi_W)}{k^2 - m_W^2}$ и $\psi_W = 1$, вследствие чего появляется нефизическая скалярная частица с массой $m_G = m_{W^\pm}$, которая также может участвовать в обмене. Совокупный вклад всех трех типов диаграмм МССМ и диаграммы СМ в величину расщепления масс в системе нейтральных K -мезонов будет определяться формулой:

$$\Delta m_{LS}^{ex} = \Delta m_{LS}^{WW} + \Delta m_{LS}^{ex-HW} + \Delta m_{LS}^{ex-HG} + \Delta m_{LS}^{ex-HH}. \quad (41)$$

Еще одним важным результатом применения точных выражений для пропагаторов является точная сходимость всех интегралов по k^μ . Действительно,

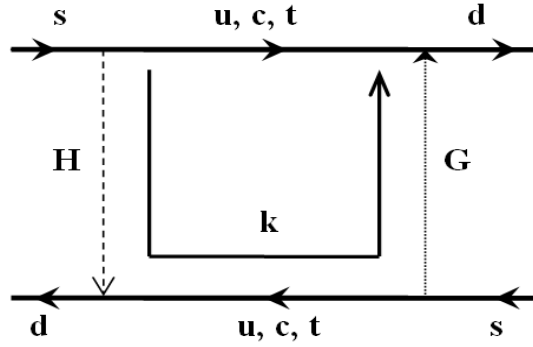


Рис. 5: Дополнительная диаграмма Фейнмана для процесса $K^0 \longrightarrow \tilde{K}^0$ в вакууме, возникающая в рамках точного расчета (подробности — в тексте препринта) при выборе калибровки т'Хоофта—Фейнмана. k — внутренний импульс, по которому проводится интегрирование. G — нефизическая скалярная частица, принимающая участие в обмене.

учет квадрата внутреннего импульса k^2 в знаменателях бозонных пропагаторов, приводит к повышению степени знаменателя на 4 по k , и, соответственно, к снижению степени самого выражения также на 4. В тоже время, как было показано выше, интегралы четырехфермионного приближения расходятся либо логарифмически, либо линейно, а, значит, в рамках точных расчетов будет обеспечиваться их сходимость при $k \longrightarrow +\infty$.

4.2.2 HH -диаграмма

В качестве отправной точки удобно взять выражение (34), которое можно переписать без изменения. Также не произойдет изменений и при оценке спиральных структур. В тоже время значительно более громоздкими станут конечные значения для интегралов $I_{ij}^{HH-exact}$, где $i = 1, 2, 3, 4$ и $j = 1, 2$. Точные выражения для них приведены в Приложении Б. Конечная формула для вклада HH -диаграммы в величину Δm_{LS}^{ex} примет следующий вид:

$$\Delta m_{LS}^{ex-HH} = \frac{C_H^2 f_K^2 m_K B_K}{384\pi^2 m_W^4} \cdot \left[\frac{\text{tg}^4 \beta m_s^2 m_d^2}{4 \cdot m_H^2} D_1(J_{11}^{HH}, J_{12}^{HH}) - \frac{m_s m_d}{2} \cdot D_2(J_{21,22}^{HH}) + \frac{m_H^2}{4 \cdot \text{tg}^4 \beta} \cdot D_3(J_{31}^{HH}, J_{32}^{HH}) + \frac{5}{8} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot m_s^2 \cdot D_4(J_{41}^{HH}, J_{42}^{HH}) \right], \quad (42)$$

где

$$D_i(J_{ij}^{HH}) = \text{Re} [(V_{cd}^* V_{cs})^2 m_c^4 \eta_7 J_{i1}^{HH}(\xi_4) + (V_{td}^* V_{ts})^2 m_t^4 \eta_8 J_{i1}^{HH}(\xi_5) + 2 V_{td}^* V_{cd}^* V_{ts} V_{cs} m_c^2 m_t^2 \eta_9 J_{i2}^{HH}(\xi_3, \xi_4, \xi_5)] \quad (i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2),$$

причем функции J_{ij}^{HH} являются аналогами функций Высоцкого—Инами—Лима в рамках МССМ типа II (см. Приложение Б), а безразмерные переменные ξ_i определяются через отношения квадратов масс частиц, проходящих по внутренним линиям:

$$\xi_1 = \left(\frac{m_c}{m_W}\right)^2, \quad \xi_2 = \left(\frac{m_t}{m_W}\right)^2, \quad \xi_3 = \left(\frac{m_t}{m_c}\right)^2,$$

и

$$\xi_4 = \left(\frac{m_c}{m_H}\right)^2, \quad \xi_5 = \left(\frac{m_t}{m_H}\right)^2, \quad \xi_6 = \left(\frac{m_H}{m_W}\right)^2.$$

4.2.3 HW -диаграмма

В полном соответствии со случаем HH -диаграмм мы начинаем с выражения (36). Откладывая определение точных выражений для интегралов J_{ij}^{HW} (где $i = 1, 2$; $j = 1, 2$) до Приложения Б, сразу же запишем конечный ответ для Δm_{LS}^{ex-HW} :

$$\Delta m_{LS}^{ex-HW} = \frac{G_F C_H f_K^2 m_K B_K m_H^2}{24\pi^2 \cdot m_W^3} \left[\frac{m_W}{2 \cdot \text{tg}^2 \beta} E_1(J_{1j}^{HW}) - \frac{\text{tg}^2 \beta m_s m_d}{m_W} E_2(J_{2j}^{HW}) \right], \quad (43)$$

где

$$E_i(J_{ij}^{HW}) = \text{Re} [(V_{cd}^* V_{cs})^2 m_c^2 \eta_4 J_{i1}^{HW}(\xi_1, \xi_4, \xi_6) + (V_{td}^* V_{ts})^2 m_t^2 \eta_5 J_{i1}^{HW}(\xi_2, \xi_5, \xi_6) + 2 V_{td}^* V_{cd}^* V_{ts} V_{cs} m_c m_t \eta_6 J_{i2}^{HW}(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6)] \quad (i = 1, 2; j = 1, 2).$$

4.2.4 HG -диаграмма

Вклад от диаграмм с обменом нефизической частицей (см. рис. 5) можно рассматривать в качестве переходного между вкладками от HH - и HW -диаграмм. С одной стороны, “новый” переносчик является скаляром, а, значит, для расчета необходимо использовать выражения для пропагатора скалярной частицы и для элементарной вершины юкавского взаимодействия (см. разд. 4.1.1). С другой стороны, масса нефизического скаляра полагается равной массе заряженного векторного бозона $m_G = m_W$. Кроме того, в выражение для вершины взаимодействия не войдет угол разворота вакуумных дублетов β , т.к. появление нефизической частицы связано не с расширением скалярного сектора СМ,

а с выбором определенной калибровки для W^\pm -поля. Именно:

$$V'(\bar{q}_i G q_j) = \left(\frac{g^2}{m_W^2 \cdot 2\sqrt{2}} \right) \bar{q}_i [m_{q_i}(1 - \gamma_5) + m_{q_j}(1 + \gamma_5)] q_j.$$

Используя указанные правила Фейнмана и опустив промежуточные вычисления, получим следующее выражение для вклада в величину расщепления масс для HG -диаграмм:

$$\begin{aligned} \Delta m_{LS}^{ex-HG} = & \frac{G_F C_H f_K^2 m_K B_K m_H^2}{96\pi^2 m_W^8} [m_d^2 m_s^2 \text{tg}^2 \beta \cdot F_1(J_{11}^{HG}, J_{12}^{HG}) + \\ & + m_s m_d m_W^2 \cdot F_2(J_{21}^{HG}, J_{22}^{HG}) + \frac{m_W^4}{2 \cdot \text{tg}^2 \beta} \cdot F_3(J_{31}^{HG}, J_{32}^{HG}) + \\ & - \frac{5}{4} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot m_W^2 \cdot \left(m_s^2 + m_d^2 - \frac{m_s m_d}{\text{tg}^2 \beta} - m_s m_d \text{tg}^2 \beta \right) \cdot F_4(J_{41}^{HG}, J_{42}^{HG})], \quad (44) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_i(J_{ij}^{HG}) = & \text{Re} [(V_{cd}^* V_{cs})^2 m_c^4 \eta_4 J_{i1}^{HW}(\xi_1, \xi_4, \xi_6) + (V_{td}^* V_{ts})^2 m_t^4 \eta_5 J_{i1}^{HW}(\xi_2, \xi_5, \xi_6) + \\ & + 2 V_{td}^* V_{cd}^* V_{ts} V_{cs} m_c^2 m_t^2 \eta_6 J_{i2}^{HW}(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6)] \quad (i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2). \end{aligned}$$

1. При переходе от точного расчета к четырехфермионному приближению ($\xi_{1,2,4,5} \rightarrow 0$) выражение (42), как и следовало ожидать, преобразуется в (35). В тоже время в предельном переходе от формулы (43) к формуле (37) необходимо дополнительно учитывать преобразование выражения (44) для слагаемого, связанного с выбором калибровки в определении пропагатора заряженного векторного бозона.
2. В предельном случае $m_{H^\pm} \rightarrow +\infty$, как и следовало ожидать, вклады от всех диаграмм стремятся к нулю, также как и все интегралы точного расчета:

$$\lim_{m_{H^\pm} \rightarrow +\infty} I_{ij}^{ex} = 0.$$

Таким образом, в результате точного расчета мы не получаем ультрафиолетовых расходимостей, характерных для четырехфермионного приближения в случае привязки верхнего предела интегрирования к массе заряженного скаляра.

3. Отметим важную особенность всех конечных выражений J_{ij}^{AB} , где $AB = HH, HW, HG$, а $i, j = 1, 2, 3, 4$. При равенстве массы заряженного скаляра m_{H^\pm} массе векторного бозона $m_{W^\pm} \approx 80$ ГэВ, либо массе виртуального t -кварка $m_t = 171$ ГэВ, функции J_{ij}^{AB} претерпевают устранимый разрыв (наличие выколотой точки, в которой значение функции не определено, но существует ее предел), что связано с появлением неопределенности типа $\frac{0}{0}$ при $\xi_5 \rightarrow 1$ и/или $\xi_6 \rightarrow 1$. Разрыв можно устранить либо формально (вычислив предельное значение функции J_{ij}^{AB} по правилу Лопиталья и положив ее значение в выколотой точке равным предельному), либо концептуально, воспользовавшись приближением Брейта-Вигнера для пропагаторов фермионов и/или скалярного бозонов и, тем самым, осуществив учет вклада дополнительных диаграмм собственной энергии для частиц на внутренних линиях рассматриваемой диаграммы. Подробнее см. Приложение Б.

4.3 О КХД-поправках в смешивании нейтральных K^0 -мезонов

Результаты предыдущего раздела относятся к существенно пертурбативному (рассчитываемому в рамках ТВ) режиму, описывающему в первом приближении вклады от обменов виртуальными кварками на малых расстояниях. Однако полученные выражения являются неполными и неточно описывают процессы, приводящие к возникновению расщепления масс в системах нейтральных мезонов, а также к эффектам CP -нарушения. Необходим дополнительный учет следующих факторов, уточняющих рассчитанные значения:

1. Пертурбативные КХД-поправки, связанные с обменами жесткими глюонами на малых расстояниях;
2. Непертурбативные факторизуемые и нефакторизуемые КХД-поправки, учитывающие наличие промежуточных связанных состояний виртуальных кварков и относящиеся к вычислению или оценке адронных матричных элементов на малых расстояниях — они связаны с обменами мягкими глюонами между начальными и конечными состояниями;
3. Непертурбативные нефакторизуемые КХД-поправки, связанные с учетом связанных состояний адронов при малых энергиях (или, что эквивалентно, на больших расстояниях).

4. Динамические эффекты от ненулевых внешних импульсов — в случае систем K -мезонов ими, как было указано выше, можно пренебречь.

В общем случае полное выражение для величины расщепления масс в системе нейтральных каонов можно записать в следующем виде (для случая точного расчета):

$$\Delta m_{LS}^K = B_K \cdot \Delta m_{LS}^{SD}(\eta_i) + \Delta m_{LS}^{LD}, \quad (45)$$

где Δm_{LS}^{SD} дается выражением (41), а параметры η_i , отвечающие п. 1 списка, введены ранее; непертурбативный КХД-фактор B_K относится к п. 2, а последнее слагаемое отражает нефакторизуемый вклад от больших расстояний (п. 3).

4.3.1 Пертурбативные КХД-поправки

Пертурбативные КХД-поправки $\eta_{1,2,3}$ связаны с обменами глюонами на малых расстояниях. Они впервые были получены в работе [31] (см. также [37] для двух поколений кварков) и выражаются через отношения эффективных констант связи КХД, взятых на масштабе масс соответствующих кварков, в степени, определяемой аномальной размерностью. Как известно, поправки в приближении главных логарифмов (LL) могут быть чувствительны к масштабу масс фермионов и масштабу, на котором амплитуды с обменом W заменяются на четырехфермионные, вследствие чего нужны поправки за пределами LL. В рамках СМ, для системы каонов наиболее существенные КХД-поправки определяются фактором η_1 , поскольку основной вклад вносит диаграмма cc . В дальнейшем мы используем КХД-поправки η_1, η_2, η_3 , вычисленные за пределами приближения главных логарифмов (NLO) [38]. NLO-поправки для факторов η_2 и η_3 вносят вклады на уровне менее 3% и для дальнейшего анализа менее существенны. В последующих вычислениях принимается $\eta_1 = 1.3$ (что соответствует параметризации работы [38] при $m_c = 1.3$ ГэВ и центральном значении $\Lambda_{\overline{MS}} = 0.350$ ГэВ), а также $\eta_2 = 0.57$ и $\eta_3 = 0.47$ [39].

Для HH - и HW -диаграмм мы полагаем в первом приближении следующие равенства для пертурбативных КХД-поправок:

$$\eta_1 = \eta_4 = \eta_7;$$

$$\eta_2 = \eta_5 = \eta_8;$$

$$\eta_3 = \eta_6 = \eta_9.$$

Подобное предположение, однако, является недостаточно корректным, так как при рассмотрении диаграмм с обменом не только векторными, но и скалярными частицами (или только последними) мы, с одной стороны, изменяем форму операторного разложения, а, с другой (что более значимо), получаем дополнительные множители, пропорциональные массам верхних кварков; значит, пертурбативные КХД-поправки нуждаются в пересчете. КХД-поправки для систем K^0 -мезонов были подробно рассмотрены ранее в работах [40] и [41], выводы которых адаптируются к современным экспериментальным данным в настоящем материале.

Для t -кварков при включении сильного взаимодействия остается лишь одно слагаемое, пропорциональное $\hat{O} = (\bar{s}d)_{V-A}(\bar{s}d)_{V-A}$. Данный оператор перенормируется между масштабами m_W и μ , где μ определяется из соотношения $\frac{\alpha_s^2(\mu^2)}{4\pi} = 1$, давая поправку, в точности равную поправке СМ η_2 :

$$\eta_2 = \eta_5 = \eta_8 = [\alpha_s(m_c)]^{2/9} \left(\frac{\alpha_s(m_b)}{\alpha_s(m_c)} \right)^{6/25} \left(\frac{\alpha_s(m_W)}{\alpha_s(m_c)} \right)^{6/23} = 0.57.$$

Необходимо отметить, что множитель $[\alpha_s(\mu)]^{-\frac{2}{9}}$ выносится в определение адронного матричного элемента оператора \hat{O} между конечными состояниями каонов, и, следовательно, входит в определение непертурбативной КХД-поправки B_K (см. ниже). Так как ГИМ-механизм нарушается на масштабах масс $m_H \approx m_W$ (см. Приложение А.2), то в случае смешанных $-ct$ -боксов мы также получаем лишь вклад от \hat{O} , причем необходимо учесть дополнительный множитель от квадрата бегущей массы c -кварка, которая перенормируется на масштабе m_c (а не m_W):

$$\eta_6 = \eta_9 = [\alpha_s(m_c)]^{2/9} \left(\frac{\alpha_s(m_b)}{\alpha_s(m_c)} \right)^{30/25} \left(\frac{\alpha_s(m_W)}{\alpha_s(m_c)} \right)^{30/23} = 0.2.$$

Основной вклад поправки η_7 определяется множителем $\sim m_c^4(m_W) \hat{O}$ (четвертая степень c -кварка появляется как результат взаимодействия Юкавы в каждой из 4-х вершин — см. (42)). Действуя аналогично предыдущему случаю, получаем:

$$\eta_7 = [\alpha_s(m_c)]^{2/9} \left(\frac{\alpha_s(m_b)}{\alpha_s(m_c)} \right)^{54/25} \left(\frac{\alpha_s(m_W)}{\alpha_s(m_c)} \right)^{54/23} = 0.07$$

Более громоздкое выражение для $\eta_4 = 0.2$ (необходим учет нетривиальных операторов в разложении Уилсона, отличных от \hat{O}) приведено в [41]. Пертурбативная поправка $\eta_1 = 1.3 \pm 0.2$ — важнейшая при численном анализе — может приводить к изменению значений наблюдаемых в пределах 25 %, как было показано в [27].

4.3.2 КХД-поправки, связанные с вычислением адронного матричного элемента

Непертурбативные поправки возникают при вычислении матричного элемента $\langle \bar{K}^0 | \bar{s} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) d \bar{s} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) d | K^0 \rangle$ и определяются инвариантом ренорм-группы B_K :

$$B_K = B'_K(\mu) [\alpha_s^{(3)}(\mu)]^{-2/9} \left[1 + \frac{\alpha_s^{(3)}(\mu)}{4\pi} J_3 \right], \quad (46)$$

где $J_3 = 1.895$ (см. [42]). Неperтурбативную поправку можно рассчитать с использованием (“насыщением”) различных промежуточных связанных состояний, которыми “рассекается” указанный матричный элемент. В работе [31] подробно показано, что в первом приближении можно ограничиться только лишь вакуумным и однопионным промежуточными состояниями; при этом выясняется, что вклад однопионного состояния пренебрежимо мал по сравнению со вкладом вакуумного состояния, который близок к единице $B_K = 1$.

K-мезоны

Подробнее непертурбативные поправки были рассмотрены в работе [44], базировавшейся на правилах сумм FESR, изложенных в [45].

Метод FESR основывается на сравнении теоретических расчетов, проведенных для многоточечных корреляционных функций $T_{\mu\nu}$, и квазиэкспериментального значения амплитуды распространения $T(t)$, выраженной через дисперсионное соотношение со специально подбираемым (на основании экспериментальных данных) ядром $\rho(s)$, составной частью которого является неизвестный адронный матричный элемент:

$$T(t) = \int ds \frac{\rho(s)}{s+t} - \text{вычеты} = f_K^2 \frac{\langle \bar{K}^0 | \hat{O} | K^0 \rangle}{(t+m_K^2)^2} + \frac{A}{t+m_K^2} + \dots \quad (47)$$

где

$$\langle \bar{K}^0 | \hat{O} | K^0 \rangle = \frac{8}{3} f_K^2 m_K^2 B'_K(\mu).$$

Простейшим приближением, применяемым при расчете адронного матричного элемента, является гипотеза вакуумного доминирования, в рамках которой неизвестный матричный элемент заменяется на произведение двух более простых, вычисляемых в лептонных распадах K -мезонов (гипотеза “факторизации”):

$$\langle \bar{K}^0 | \hat{O} | K^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | [\bar{s}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)d] | 0 \rangle \langle 0 | [\bar{s}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)d] | K \rangle = \frac{8}{3} f_K^2 m_K^2 B_K^{\prime 0},$$

причем неизвестный матричный элемент представляется в виде произведения трех феноменологических множителей. Трехточечная корреляционная функция может быть записана в этом случае в следующей форме:

$$T_{\mu\nu}^{VD} = \frac{2}{3} \Pi_{\mu\alpha}(p) \Pi_{\nu\alpha}(q - p),$$

где

$$\Pi_{\mu\alpha}(p) = i \int dx \exp(ipx) \langle T(j_\mu^5(x) \bar{s}_L(0) \gamma_\alpha d_L(0)) \rangle_0,$$

откуда $B_K^{\prime 0} = B_K^{\prime VD} = 1$. Переход к более точным приближениям приводит к расчету функции $\Delta_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - T_{\mu\nu}^{VD}$, что эквивалентно вычислению малой разности $B_K' - 1$.

Выражение для коррелятора $T_{\mu\nu}$ определяется следующими вкладами:

1. Вклады ТВ, которые уже были учтены при определении величины $T_{\mu\nu}^{VD}$, и в дополнительном учете не нуждаются.
2. Вклады от билкальных операторов в областях малого внешнего импульса p_i . Можно показать, что они пропорциональны шестой степени обратного петлевого импульса, что приводит к их резкому подавлению в рассматриваемых областях фазового пространства.
3. Вклад от локальных операторов из-за неравного нулю значения вакуумного среднего, приводящий к величине $\Delta_{\mu\nu}^L$.

Анализ последних приводит к следующему правилу сумм для величины B :

$$B_K' = 1 + m_s \frac{\langle g \bar{d} \sigma_{\mu\nu} G_{\mu\nu} d \rangle}{16\pi^2 m_K^2 f_K^4},$$

где выделен глюонный матричный элемент. Учитывая аномальные размерности локальных операторов (см. выше разд. 2.3.1), а также используя соотношения

для глюонного матричного элемента и PCAC (частично сохраняющегося аксиального тока):

$$\langle g\bar{d}\sigma_{\mu\nu}G_{\mu\nu}d \rangle = m_0^2 \langle \bar{d}d \rangle,$$

где $m_0^2 = (0.8 \pm 0.4) \text{ ГэВ}^2$, и

$$(m_u + m_d) \langle \bar{d}d \rangle = -\frac{1}{2}f_\pi^2 m_\pi^2,$$

получаем окончательное выражение

$$B_K = \left(1 - \frac{f_\pi^2 m_\pi^2 m_s m_0^2}{32\pi^2 m_K^2 f_K^4 (m_u + m_d)} \right) [\alpha_s(s_0)]^{-2/9}, \quad (48)$$

где $s_0 = 1.2 \text{ ГэВ}^2$, что соответствует (46). Численно получаем:

$$B_K = 1.0 \pm 0.1,$$

подтверждая приемлемость факторизации. Полученные результаты могут быть дополнительно уточнены при учете поправок к соотношению PCAC, рассмотренных в [46]. Отметим, что в литературе ([47]) часто встречаются и меньшие значения параметра B_K .

Аналогичным образом можно получить оценки для поправки $B_K^S = 2.5 \pm 0.5$. Подробнее см. [34] и [35], а также [48].

***B*-мезоны**

Как и в случае *K*-мезонов, для *B*-мезонов возможно выделение непертурбативной КХД-поправки, связанной с адронным матричным элементом [48]:

$$\Delta m_{LS}^{B_{d,s}} = C \cdot [\alpha_s(\mu)]^{-6/23} \cdot \left[1 + \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} J_5 \right] \cdot \langle \overline{B_0^{d,s}} | \hat{O}_{B_{d,s}} | B_0^{d,s} \rangle,$$

где C — вклад от обменов на малых расстояний с учетом пертурбативных КХД-поправок, $J_5 = 1.627$, а матричный элемент имеет вполне характерный вид, аналогичный приведенному выше для случая *K*-мезонов:

$$\langle \overline{B_0^{d,s}} | \hat{O}_{B_{d,s}} | B_0^{d,s} \rangle = \frac{8}{3} f_{B_{d,s}}^2 m_{B_{d,s}}^2 B'_{B_{d,s}}(\mu),$$

причем в предположении справедливости гипотезы вакуумного доминирования (“факторизации”) $B'_{B_{d,s}} = 1$, как и следовало ожидать.

Основной вклад в величину B_B за пределами факторизации связан с локальным глюонным конденсатом ($\langle GG \rangle = \langle \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \rangle$), конденсатом локальных операторов размерности 5 и конденсатом 4-кварковых операторов. Как показано в [48] и [49] нефакторизуемый вклад в B_B невелик, отрицателен и практически не зависит от типа B -мезона: $\Delta B_B = -0.05$. Эти результаты подтверждаются работой [50], в которой используется метод форм-факторов B -осцилляций при нулевом значении передаваемого момента. В частности:

$$\Delta B'_{B_d} = -0.05 \pm 0.035$$

и

$$\Delta B'_{B_s} = -0.06 \pm 0.035,$$

откуда

$$B_{B_d} \approx B_{B_s} = 1.4 \pm 0.05, \quad (49)$$

в обозначениях предыдущего параграфа.

4.3.3 Вклады от больших расстояний

Выражение (45), дающее полное значение для величины расщепления масс, содержит поправку Δm_{LS}^{LD} , которая связана с учетом немалых вкладов от промежуточных низкоэнергетических связанных адронных состояний при малых энергиях. Энергетический масштаб, разделяющий пертурбативный и непертурбативный режимы, определяется энергетическим параметром μ обрезания дисперсного интеграла (47), который должен в общем случае иметь некоторый нижний предел, за рамками которого необходимо рассмотрение не локальных, а биллокальных операторов, доминирующих при малых энергиях.

Вклады от больших расстояний оценивались различными методиками на протяжении последних 25 лет, начиная с работ [51] и [52]. Наиболее точные оценки характеристического параметра $D_K = \frac{\Delta m_{LS}^{K-LD}}{\Delta m_{LS}^{K-exp}} = 0.25 \pm 0.15$ даются методами решеточной КХД. Необходимо отметить, что параметр D_K является плохо определенным и приводит к наибольшим погрешностям при определении значений наблюдаемых в смешивании нейтральных каонов.

4.4 Нарушение CP -инвариантности в системе K^0 -мезонов

4.4.1 Косвенное CP -нарушение

CP -нарушение в системе нейтральных каонов может быть косвенным и прямым. Косвенное CP -нарушение (“сверхслабое перемешивание”) связано с наличием малой CP -четной компоненты, соответствующей “почти” физическому состоянию K_1^0 в “почти” физическом CP -нечетном состоянии K_2^0 :

$$K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}}(K_2^0 + \varepsilon K_1^0).$$

Ни K_1^0 , ни K_2^0 физическими наблюдаемыми не являются; реально существующей является смесь этих состояний с относительным весом ε , который определяется из соотношения:

$$\varepsilon = \frac{iM_{12}}{(m_L - m_S) + \frac{i}{2}(\Gamma_L - \Gamma_S)},$$

откуда

$$|\varepsilon| = \frac{\text{Im}M_{12}}{2\sqrt{2} \cdot \text{Re}M_{12}},$$

где M_{12} — амплитуда перехода $\bar{K}^0 \longleftrightarrow K^0$ в вакууме, полученная в предыдущих параграфах при вычислении расщепления масс в изучаемой системе (расщепление определяется действительной частью амплитуды).

В рамках приближенного расчета получаем:

$$|\varepsilon_{K\text{-appr}}^{\text{tot}}| = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{V_{LS}^{WW} + V_{LS}^{HW1} - V_{LS}^{HW2} + V_{LS}^{HH1} - V_{LS}^{HH2} + V_{LS}^{HH3} - V_{LS}^{HH4}}{W_{LS}^{WW} + W_{LS}^{HW1} - W_{LS}^{HW2} + W_{LS}^{HH1} - W_{LS}^{HH2} + W_{LS}^{HH3} - W_{LS}^{HH4}}, \quad (50)$$

где V_{LS}^{WW} , V_{LS}^{HWi} , V_{LS}^{HHl} и W_{LS}^{WW} , W_{LS}^{HWi} , W_{LS}^{HHl} — мнимые и действительные части амплитуд различного типа, полученных в разд. 4.1., домноженные на факторы, появляющиеся при вычислении соответствующих диаграмм. Они соответствуют различным слагаемым в (35) и (37). При этом отмеченные факторы принимают следующее значение:

$$\begin{aligned} V^{WW}(W^{WW}) &= G_F^2, \\ V^{HW-1}(W^{HW-1}) &= \frac{G_F C_H}{8m_W^2 \text{tg}^2 \beta}, \\ V^{HW-2}(W^{HW-2}) &= \frac{G_F C_H \text{tg}^2 \beta m_s m_d}{4m_W^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V^{HH-1}(W^{HH-1}) &= \frac{C_H^2 \text{tg}^4 \beta m_s^2 m_d^2}{256 m_W^4}, \\
V^{HH-2}(W^{HH-2}) &= \frac{C_H^2 m_s m_d}{128 m_W^4}, \\
V^{HH-3}(W^{HH-3}) &= \frac{C_H^2}{256 m_W^4 \text{tg}^4 \beta}, \\
V^{HH-4}(W^{HH-4}) &= -\frac{5}{8} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot \frac{C_H^2 m_s^2}{64 m_W^4}.
\end{aligned}$$

Аналогично, в случае точного расчета имеем:

$$|\varepsilon_{K-exact}^{tot}| = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{M_{LS}^{WW} + \sum_{i=1}^{i=2} M_{LS}^{HWi} + \sum_{j=1}^{j=7} M_{LS}^{HGj} + \sum_{k=1}^{k=4} M_{LS}^{HHk}}{N_{LS}^{WW} + \sum_{i=1}^{i=2} N_{LS}^{HWi} + \sum_{j=1}^{j=7} N_{LS}^{HGj} + \sum_{k=1}^{k=4} N_{LS}^{HHk}}, \quad (51)$$

а соответствующие факторы имеют значения:

$$\begin{aligned}
M^{WW}(N^{WW}) &= G_F^2, \\
M^{HW-1}(N^{HW-1}) &= \frac{G_F C_H m_H^2}{8 m_W^2 \text{tg}^2 \beta}, \\
M^{HW-2}(N^{HW-2}) &= -\frac{G_F C_H \text{tg}^2 \beta m_s m_d m_H^2}{4 m_W^4}, \\
M^{HH-1}(N^{HH-1}) &= \frac{C_H^2 \text{tg}^4 \beta m_s^2 m_d^2}{256 m_W^4 m_H^2}, \\
M^{HH-2}(N^{HH-2}) &= -\frac{C_H^2 m_s m_d}{128 m_W^4}, \\
M^{HH-3}(N^{HH-3}) &= \frac{C_H^2 m_H^2}{256 m_W^4 \text{tg}^4 \beta}, \\
M^{HH-4}(N^{HH-4}) &= \frac{5}{8} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot \frac{C_H^2 m_s^2}{64 m_W^4}, \\
M^{HG-1}(N^{HG-1}) &= \frac{G_F C_H \text{tg}^2 \beta m_s^2 m_d^2 m_H^2}{16 m_W^8}, \\
M^{HG-2}(N^{HG-2}) &= \frac{G_F C_H m_s m_d m_H^2}{8 m_W^6}, \\
M^{HG-3}(N^{HG-3}) &= \frac{G_F C_H m_H^2}{16 m_W^4 \text{tg}^4 \beta},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M^{HG-4}(N^{HG-4}) &= -\frac{5}{8} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot \frac{G_F C_H m_s^2 M_H^2}{4m_W^6}, \\
M^{HG-5}(N^{HG-5}) &= -\frac{5}{8} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot \frac{G_F C_H m_d^2 m_H^2}{4m_W^6}, \\
M^{HG-6}(N^{HG-6}) &= \frac{5}{8} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot \frac{G_F C_H m_H^2 m_s m_d}{4m_W^6}, \\
M^{HG-7}(N^{HG-7}) &= \frac{5}{8} \cdot \frac{B_K^S}{B_K} \cdot \frac{G_F C_H m_s m_d M_H^2 \text{tg}^2 \beta}{4m_W^6}.
\end{aligned}$$

4.4.2 Прямое CP -нарушение

Другим проявлением CP -нарушения в системе нейтральных каонов является прямое нарушение CP -инвариантности за счет непосредственного распада CP -нечетной компоненты K_2^0 на два пиона, т.е. в конечное CP -четное состояние, с изменением странности на единицу. Характеристикой подобного процесса является величина $\xi_{eps} = \varepsilon'/\varepsilon$, которую с хорошей точностью можно считать действительной. В рамках СМ величина прямого CP -нарушения приближенно равна:

$$|\varepsilon'| \approx 10^{-5} \frac{\alpha_s(m_c)}{12\pi} \cdot \ln \left(\frac{m_t}{m_c} \right)^2. \quad (52)$$

Подставляя в определение ξ_{eps} выписанное ранее выражение для ε в рамках СМ (29), можно получить оценочное значение для характеристики прямого CP -нарушения равным [27]: $9.55 \cdot 10^{-4}$. Глобальный фит экспериментальных данных дает следующую оценку [24]: $|\varepsilon'/\varepsilon| = (1.65 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$. Существенное отличие между расчетными и опытными данными связано с: приближенной формой выражения (52) и уже упоминавшимися выше значительными теоретическими неопределенностями КХД-поправок, в особенности непертурбативных, связанных с вычислением адронных матричных элементов вида $\langle \pi\pi | Q_i | K^0 \rangle$, где Q_i — члены операторного разложения Уилсона.

В рамках МССМ II прямое нарушение CP -инвариантности в пионных распадах каонов было рассмотрено в [40] и ранее в [41]. Как показано в [40], выражение для ε' имеет следующий вид:

$$\varepsilon' = -\frac{\omega}{\sqrt{2}} \xi (1 - \Omega) e^{i\bar{\phi}},$$

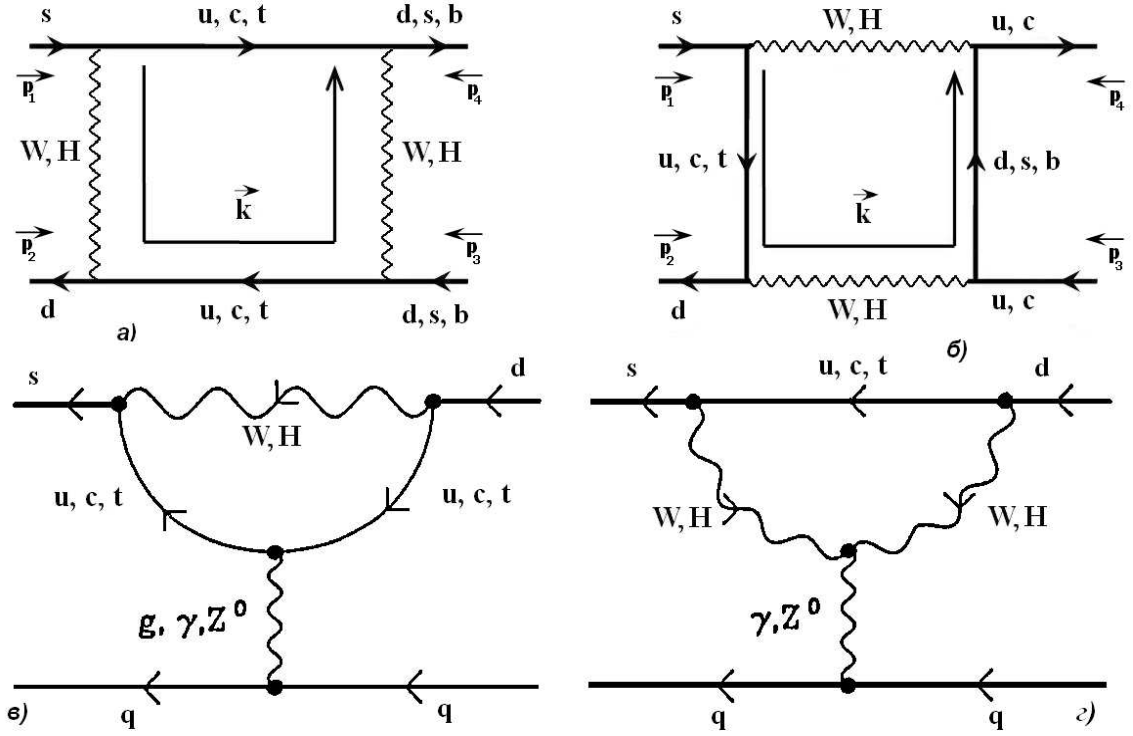


Рис. 6: Диаграммы МССМ II, дающие вклад в величину прямого CP -нарушения в двухпионных распадах K -мезонов.

где

$$\xi = \frac{\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0}, \quad \omega = \frac{\text{Re}A_2}{\text{Re}A_0}, \quad \Omega = \frac{1}{\omega} \frac{\text{Im}A_2}{\text{Im}A_0},$$

и

$$\bar{\phi} \approx \frac{\pi}{4},$$

что позволяет с хорошей точностью ограничиться рассмотрением отношения вещественных компонент величин ε' и ε . $A_{0,2}$ — амплитуды распадов в двухпионные состояния с определенным значением изоспина I .

Диаграммы, дающие вклад в величину ε' , приведены на рис. 6. Основной вклад идет от глюонных “пингвинов” СМ (в); малое влияние на которые оказывают также фотонные “пингвины” (слагаемое, соответствующее единице в круглых скобках). Важным, однако, оказывается влияние и других вкладов, в особенности с обменом заряженными бозонами Хиггса. Более точное выражение для величины ε' получается при строгом рассмотрении второго слагаемого, связанного с фактором Ω :

$$\Omega \equiv \Omega_{\eta+\eta'} - \sum_{i=1,\dots,5,7,\dots,10} \frac{y_i(\mu)\langle Q_i(\mu)\rangle_0}{y_6(\mu)\langle Q_6(\mu)\rangle_0} + \frac{1}{\omega} \sum_{i=1,\dots,10} \frac{y_i(\mu)\langle Q_i(\mu)\rangle_2}{y_6(\mu)\langle Q_6(\mu)\rangle_0}. \quad (53)$$

Здесь $\langle Q_i \rangle$ — адронные матричные элементы операторов разложения Уилсона в определенных обкладках, а y_i — соответствующие им коэффициенты разло-

жения; $\Omega_{\eta+\eta'} = (0.25 \pm 0.05)$. Отметим, что второе слагаемое в определении Ω подавлено приближенным правилом отбора по изоспину $\Delta I = \frac{1}{2}$.

Диаграммы рис. 6 с участием заряженных скаляров будут давать вклады в оба представленных выше слагаемых и, кроме того, влиять на величину ε . Влияние m_{H^\pm} на диаграммы 6 (*в* и *г*) было подробно рассмотрено в [41]. Для диаграмм 6 (*а* и *б*) мы используем формулы (42 — 44), их аналоги для B_d -мезонов (см. ниже), а также (в несколько преобразованном виде) рассмотренные далее выражения (56 — 58). Величина ε дается выражением (51). Качественный анализ всех представленных выражений подтверждает результаты статьи [40] и исключает самые легкие скаляры $m_{H^\pm} < 100$ ГэВ при малых значениях $\text{tg}\beta < 10$, что в целом согласуется и с получаемыми ниже количественными оценками для других процессов. В исключаемой области вклад диаграмм МССМ II оказывается велик и приводит к резкому подавлению ξ_{eps} вследствие $\Omega \rightarrow 1$, причем доминируют диаграммы типа “пингвин” с участием Z^0 -бозонов. В этом случае ξ_{eps} может достигать очень малых значений (вплоть до нуля и отрицательных), что не согласуется с имеющимися на настоящий момент опытными данными.

Стоит, однако, отметить следующие два факта. Во-первых, проведение количественного анализа выражения (53) затруднительно в связи с теоретической неопределенностью учета эффектов сильного взаимодействия; в первую очередь, для адронных матричных элементов. Во-вторых, диаграммы типа “пингвин” требуют дополнительного рассмотрения в рамках выбранной модели в связи с тем, что константы трилинейного взаимодействия между заряженными скалярами и нейтральными калибровочными бозонами существенно зависят от особенностей смешивания в секторе “скалярные кварки — бозоны Хиггса”. Исследование этих особенностей находилось за рамками настоящей работы.

4.5 Особенности смешивания в системах нейтральных B -мезонов

Системы нейтральных B_s^0 - и B_d^0 -мезонов в концептуальном плане мало чем отличаются от систем нейтральных каонов. Как и в случае K -мезонов, для B -мезонов наблюдается перемешивание CP -неопределенных состояний в вакууме с последующим расщеплением масс и появлением нарушения CP -инвариантности как за счет комплексных элементов СКМ-матрицы, так и за счет обменов заряженными бозонами Хиггса в рамках МССМ. При этом с точностью

до замены индексов d - или s -кварков на индекс более тяжелого b -кварка (т.е. до замены масс и матричных элементов СКМ-матрицы) и изменения значений для постоянной распада, массы мезона и “вакуумного прокладывания”, соответствующие формулы разд. 4.1., 4.2. и 4.4. остаются справедливыми.

Однако существенные количественные изменения масс кварков и параметров смешивания в системах B -мезонов приводят к определенным качественным особенностям их поведения. Ощутимо подавлен вклад в разность масс Δm_{LS}^B от диаграмм СМ с виртуальными s -кварками. Основной вклад в разность масс B -мезонов в рамках СМ будет давать квадратная однопетлевая диаграмма с двумя виртуальными t -кварками. Соответствующая ему величина пертурбативной КХД-поправки η_B мало отличается от η_2 для K -мезонов и равна $\eta_B = 0.55$ [42, 43]. В диаграммы с разрезом, определяющие мнимую часть недиагональных членов гамильтониана Γ_{12} , будут вносить вклад кварки u и c . Остальные пертурбативные КХД-поправки η_i^B полагаются равными соответствующим им КХД-поправкам для системы K -мезонов, что оправдывается порядком их расчета — при вычислениях не задействуются масштабы масс нижних кварков. Также используются следующие постоянные: $B_s = 1.5$, $B_d = 1.3$ и $f_{B_s} = f_{B_d} = 200$ МэВ.

Стоит отметить, что для корректного определения вкладов от диаграмм различного типа необходимо рассматривать диаграммы с обменами промежуточными бозонами на больших расстояниях. Недооценка экспериментального значения для расщепления масс B -мезонов связана с использованным приближением $k^2 \gg p_i^2$, которое неточно учитывает вклады от указанных диаграмм (см. также [27]). Эти вклады оценивались точнее в работах [53, 54], из которых следует, что недооценка соответствующих амплитуд составляет примерно 1.2—1.5 от экспериментального значения.

Расчет величины CP -нарушения в системе $B_{s,d}^0$ -мезонов существенно отличается от случая K^0 -мезонов, поскольку фаза основного слагаемого мнимой части Γ_{12} примерно равна фазе основного слагаемого действительной части M_{12} , что приводит к дополнительному подавлению величины косвенного нарушения CP -инвариантности ε за счет фактора $(m_c/m_b)^2$. Это не позволяет корректно использовать формулы (30) с заменой $V_{ts} \rightarrow V_{tb}$ и приводит к необходимости другого расчета для корректного определения меры нарушения CP -симметрии

в системе нейтральных B -мезонов.

Возможным выходом становится нахождение асимметрии полуплептонных распадов B -мезонов:

$$A_{LS}^B = \frac{N(\bar{B}^0 \rightarrow l^+ \nu_l X) - N(B^0 \rightarrow l^- \bar{\nu}_l X)}{N(\bar{B}^0 \rightarrow l^+ \nu_l X) + N(B^0 \rightarrow l^- \bar{\nu}_l X)}. \quad (54)$$

Эта величина связана с весами CP -четной и CP -нечетной компонент:

$$A_{LS}^B \approx 1 - |q/p|^2 \approx \text{Im} \left(\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right),$$

причем $\frac{q}{p} = |(1 - \varepsilon_B^2)/(1 + \varepsilon_B^2)|$ (возможны вариации определения). Для B_d -мезонов в рамках СМ:

$$\Gamma_{12} = \frac{G_F^2 m_B^3 f_B^2 B_{B_d}}{8\pi} [-V_{tb}V_{td}^* + O\left(\frac{m_c^2}{m_t^2}\right) V_{cb}V_{cd}^*]^2.$$

В настоящей работе прямой расчет CP -асимметрии не проводится, однако представлены численные результаты для величины ε_{B_s} .

4.6 Особенности смешивания в системе нейтральных D -мезонов

Фундаментальным отличием системы D^0 -мезонов от принципиально похожих систем K^0 , $B_{d,s}^0$ -мезонов является перемена местами верхних и нижних кварков. Последнее приводит не просто к замене соответствующих параметров, характеризующих ту или иную систему (f_i, B_i, m_i), и перемене масс входящих в выражения для амплитуды кварков и матричных элементов ККМ-матрицы, но и к изменению самой структуры получаемых результатов и используемых при этом приближениях.

4.6.1 WW -диаграмма

Начнем рассмотрение с расщепления масс D^0 -мезонов в рамках СМ и повторим расчет для иллюстрации того, каким образом будут применены приближения, обсуждавшиеся ранее в разделе 4.1.3. Далее эти приближения будут использованы при вычислении вкладов новой физики в рамках изучаемой модели.

Во-первых, более оправданным по сравнению с системами K^0 - и $B_{d,s}^0$ -мезонов выглядит использование четырехфермионного приближения. Действительно,

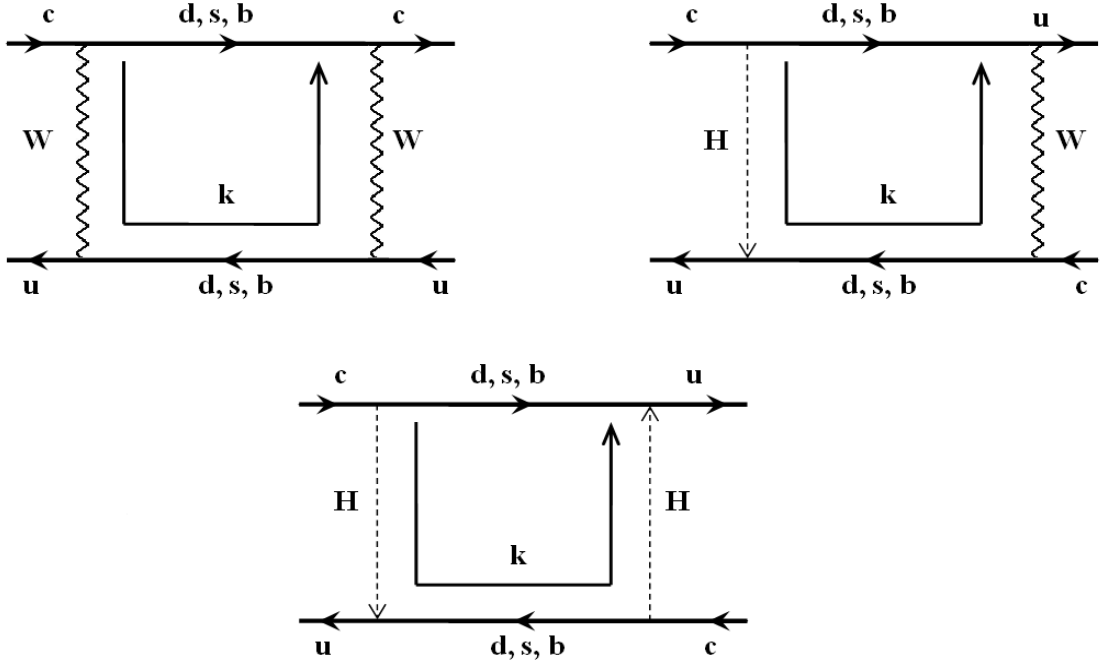


Рис. 7: Диаграммы Фейнмана для процесса $D^0 \longrightarrow \tilde{D}^0$ в вакууме при наличии трех поколений кварков (виртуальных d -, s - и b -кварков). k — внутренний импульс, по которому проводится интегрирование.

из диаграммы рис. 5 видно, что самым массивным фермионом, участвующим во взаимодействиях, является b -кварк, масса которого, однако, намного уступает массам частиц-переносчиков взаимодействий. Следовательно, все величины ξ_i (за исключением отношения масс кварков — смотрите, однако, ниже) будут в этом случае близки к нулю, а соответствующие поправки будут равны либо 1 (если они выступают в роли множителей), либо 0. Это в корне отличается от случая диаграмм с виртуальными верхними кварками, где m_t, m_W, m_H являются величинами одного порядка. Данное замечание справедливо для однородных по бозонам WW - и HH -диаграмм; в случае перекрестных HW -диаграмм следует произвести дополнительный учет немалого отношения $\frac{m_H^2}{m_W^2}$.

Во-вторых, мы задействуем иную схему компенсации, несколько отличную от стандартного ГИМ-механизма. Мы используем следующее соотношение (“треугольник”) унитарности для матричных элементов матрицы Каббиво—Кобаяши—Маскава:

$$V_{ud}^* V_{cd} + V_{us}^* V_{cs} + V_{ub}^* V_{cb} = 0$$

$$\sim \lambda \quad \sim \lambda \quad \sim \lambda^5 \quad ,$$

где $\lambda \approx 0.21$ — параметр ККМ-матрицы в параметризации Вулфенштейна.

Отсюда:

$$V_{ud}^* V_{cd} = -V_{us}^* V_{cs} - V_{ub}^* V_{cb},$$

и для одной из фермионных линий мы получаем:

$$\begin{aligned} & \left[V_{ud}^* V_{cd} \frac{1}{k^2 - m_d^2} + V_{us}^* V_{cs} \frac{1}{k^2 - m_s^2} + V_{ub}^* V_{cb} \frac{1}{k^2 - m_b^2} \right] = \\ & = \frac{V_{us}^* V_{cs} m_s^2}{k^2(k^2 - m_s^2)} + \frac{V_{ub}^* V_{cb} m_b^2}{k^2(k^2 - m_b^2)}. \end{aligned}$$

Мы, однако, учитываем, что диаграммы состоят из двух фермионных линий, и, пользуясь стандартными интегралами СМ, получаем следующее отношение:

$$\frac{(V_{us}^* V_{cs})^2 m_s^2}{(V_{ub}^* V_{cb})^2 m_b^2} \sim \frac{\lambda^8 m_s^2}{m_b^2} \approx 600,$$

Таким образом, из нескольких возможных слагаемых (в общем случае — девяти) мы оставляем лишь одно и окончательно получаем:

$$\Delta m_D = \frac{G_F^2 f_D^2 m_D B_D}{6\pi^2} (V_{us}^* V_{cs})^2 m_s^2, \quad (55)$$

где $f_D \approx 170$ МэВ — постоянная распада нейтрального D -мезона, $m_D = 1865$ МэВ — его масса, а непертурбативную поправку B_D мы полагаем равной 1.2.

Насколько корректно выражение (55) передает основные особенности процесса расщепления масс нейтральных D -мезонов при сделанных предположениях? Найдем отношение $\Delta m_{LS}^D / \Delta m_{LS}^K$, выбирая упрощенные выражения для вкладов WW -диаграмм СМ (и используя выражения матричных элементов ККМ-матрицы через угол Кабиббо):

$$\frac{\Delta m_{LS}^D}{\Delta m_{LS}^K} = \frac{f_D^2 m_D m_s^2}{f_K^2 m_K m_c^2}$$

Данное отношение равно примерно $5.5 \cdot 10^{-2}$, если выбирать “токовые” значения для масс кварков второго поколения — $m_c = 1.25$, $m_s = 0.15$ ГэВ, и $3.2 \cdot 10^{-1}$ — при выборе “конституэнтных” значений для них же: $m_c = 1.55$, $m_s = 0.45$ ГэВ. Выбор того или иного типа значений зависит от того, учитываем ли мы эффекты малых расстояний (второй случай) или нет (первый). При этом значение величины расщепления увеличивается практически на порядок. Кроме того, необходимо иметь в виду и пертурбативные КХД-поправки на обмен жесткими глюонами.

4.6.2 HH -диаграмма

Мы используем стандартные расчетные процедуры, рассмотренные выше при анализе системы K^0 -мезонов и сразу выписываем полное выражение для амплитуды в рамках четырехфермионного приближения:

$$\begin{aligned} \Delta m_D^{HH-appr} = \text{Re} & \left[-\frac{5}{8} \cdot \frac{B_D^S}{B_D} \cdot \frac{L \cdot \text{tg}^4 \beta m_s^2}{4} (V_{us}^* V_{cs})^2 \left(\Lambda \cdot \frac{\Lambda + 2m_s^2}{\Lambda + m_s^2} + 2m_s^2 \ln \left(\frac{m_s^2}{\Lambda + m_s^2} \right) \right) \right. \\ & + \frac{5}{8} \cdot \frac{B_D^S}{B_D} \cdot \frac{L \cdot m_u m_c m_s^4}{2} (V_{us}^* V_{cs})^2 \left(\ln \left(\frac{\Lambda + m_s^2}{m_s^2} \right) - \frac{\Lambda}{\Lambda + m_s^2} \right) + \frac{L \cdot m_u^2 m_c^2 m_s^2}{4 \cdot \text{tg}^4 \beta} (V_{us}^* V_{cs})^2 + \\ & \left. + \frac{5}{8} \cdot \frac{B_D^S}{B_D} \cdot L \cdot m_s^4 m_c^2 (V_{us}^* V_{cs})^2 \left(\ln \left(\frac{\Lambda + m_s^2}{m_s^2} \right) - \frac{\Lambda}{\Lambda + m_s^2} \right) \right], \quad (56) \end{aligned}$$

где $L = \frac{C_H^2 f_D^2 B_D m_D}{384 m_W^4 \pi^2}$.

Мы можем еще больше упростить данное выражение, воспользовавшись отношениями различных слагаемых формулы (56):

$$\begin{aligned} \frac{I}{II} & \approx \frac{\text{tg}^4 \beta m_H^2}{m_u m_c} \sim 10^{10}, \\ \frac{I}{III} & \approx \frac{\text{tg}^8 \beta m_H^2 m_s^2}{m_u^2 m_c^2} \sim 10^{15}, \\ \frac{I}{IV} & \approx \frac{\text{tg}^4 \beta m_H^2}{m_c^2} \sim 10^9, \end{aligned}$$

т.е. первое слагаемое существенно доминирует, что приводит к положительному вкладу таких диаграмм в расщепление масс нейтральных D^0 -мезонов.

Окончательно получаем:

$$\begin{aligned} \Delta m_D^{HH-appr} = -\frac{5 B_D^S L \cdot \text{tg}^4 \beta m_s^4}{32 B_D} \text{Re} & \left[(V_{us}^* V_{cs})^2 \cdot \right. \\ & \left. \cdot \left(\Lambda \cdot \frac{\Lambda + 2m_s^2}{\Lambda + m_s^2} + 2m_s^2 \ln \left(\frac{m_s^2}{\Lambda + m_s^2} \right) \right) \right]. \quad (57) \end{aligned}$$

4.6.3 HW -диаграмма

Аналогичным образом для вклада диаграмм с обменом одним заряженным векторным и одним заряженным скалярным бозонами имеем (в четырехфермионном приближении):

$$\Delta m_D^{HW-appr} = \frac{C_H G_F f_D^2 B_D m_D m_u m_c}{48 \pi^2 m_W^2 \text{tg}^2 \beta} \text{Re} \left[(V_{us}^* V_{cs})^2 \right] m_s^2 -$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{C_H G_F f_D^2 B_D m_D \text{tg}^2 \beta}{24 \pi^2 m_W^2} \text{Re} \left[(V_{us}^* V_{cs})^2 m_s^4 \left(\ln \left(\frac{\Lambda + m_s^2}{m_s^2} \right) - \frac{\Lambda}{\Lambda + m_s^2} \right) + \right. \\
& + 2 \cdot V_{us}^* V_{ub}^* V_{cs} V_{cb} m_s^2 m_b^2 \left(\frac{m_b^2}{m_b^2 - m_s^2} \ln \left(\frac{\Lambda + m_b^2}{m_b^2} \right) - \frac{m_s^2}{m_b^2 - m_s^2} \ln \left(\frac{\Lambda + m_s^2}{m_s^2} \right) \right) + \\
& \left. + (V_{ub}^* V_{cb})^2 m_b^4 \left(\ln \left(\frac{\Lambda + m_b^2}{m_b^2} \right) - \frac{\Lambda}{\Lambda + m_b^2} \right) \right]. \quad (58)
\end{aligned}$$

Первое слагаемое можно опустить, так как:

$$\frac{I}{II} \approx \frac{m_u m_c}{m_s^2 \text{tg}^4 \beta} \approx 10^{-5}.$$

При этом мы сохраняем третье (а, значит, и перекрестное второе) слагаемое в квадратных скобках, так как оно пропорционально отношению четвертых (а не вторых) степеней нижних кварков и является немалым:

$$\frac{(V_{us}^* V_{cs})^2 m_s^4}{(V_{us}^* V_{cs})^2 m_b^4} \approx 6.7.$$

Использование четырехфермионного приближения является оправданным, т.к. физическое значение будет иметь лишь отношение $\frac{m_H}{m_W}$, а отношениями масс фермионов и бозонов можно пренебречь в связи с их малостью: $\frac{m_{d,s,b}}{m_{H,W}} \rightarrow 0$. Однако мы уже учли массы бозонов в константах взаимодействия C_H и G_F , следовательно оно может появиться лишь как соотношение масштабов обрезания расходящихся интегралов k^μ . Учитывая, что по порядку величины m_H и m_W одинаковы, приходим к допустимости использования единого масштаба $\Lambda = m_H^2$.

4.6.4 Результаты точных вычислений

Уточненные результаты по вкладам от HW - и HH -диаграмм можно получить, если перейти к полным выражениям для пропагаторов бозонов (с фиксацией калибровки и возможным появлением дополнительных вкладов (HG) от нефизических скаляров). Не приводя промежуточные выкладки, выпишем сразу конечные выражения для вкладов всех трех типов с учетом иерархии различных слагаемых в HH - и HW -квadrатах.

$$\Delta m_D^{HH-exac} = - \frac{5 B_D^S L m_H^2 \cdot \text{tg}^4 \beta m_s^2}{32 B_D} (V_{us}^* V_{cs})^2 \cdot \left(\frac{1 + \xi_1^D}{(\xi_1^D - 1)^2} - \frac{2 \xi_1^D}{(\xi_1^D - 1)^3} \ln \xi_1^D \right), \quad (59)$$

где $\xi_1^D = \left(\frac{m_s^2}{m_H^2}\right)$, а выражение в скобках с точностью до постоянной совпадает с J_{31}^{HH} из (67). Так как $m_s \ll m_{H^\pm}$, то $\xi_1^D \approx 1$, и выражение (59) точно переходит в (57), если в последнем пренебречь малым вторым слагаемым и повторно воспользоваться соотношением $m_s \ll m_{H^\pm}$.

Аналогично,

$$\Delta m_D^{HW-exac} = - \frac{C_H G_F f_D^2 B_D m_D \text{tg}^2 \beta}{24\pi^2 m_W^2} \text{Re} \left[(V_{us}^* V_{cs})^2 m_s^4 \cdot J_{21}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_s^2) + \right. \\ \left. + 2 \cdot V_{us}^* V_{ub}^* V_{cs} V_{cb} m_s^2 m_b^2 J_{22}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_s^2, m_b^2) + (V_{ub}^* V_{cb})^2 m_b^4 J_{21}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_b^2) \right],$$

где выражения $J_{21,22}^{HW}$ определяются формулами (73) и (79). Или:

$$\Delta m_D^{HW-exac} = - \frac{C_H G_F f_D^2 B_D m_D \text{tg}^2 \beta}{24\pi^2 m_W^2} \text{Re} \left[(V_{us}^* V_{cs})^2 m_s^4 \cdot J_{21}^{HW}(\xi_1^D, \xi_2^D, \xi_3^D) + \right. \\ \left. + 2 \cdot V_{us}^* V_{ub}^* V_{cs} V_{cb} m_s^2 m_b^2 J_{22}^{HW}(\xi_1^D, \xi_2^D, \xi_3^D, \xi_4^D, \xi_5^D, \xi_6^D) + (V_{ub}^* V_{cb})^2 m_b^4 J_{21}^{HW}(\xi_2^D, \xi_4^D, \xi_5^D) \right], \quad (60)$$

где мы используем обозначения: $\xi_1^D = \left(\frac{m_s^2}{m_H^2}\right)$, $\xi_2^D = \left(\frac{m_H^2}{m_W^2}\right)$, $\xi_3^D = \left(\frac{m_s^2}{m_W^2}\right)$, $\xi_4^D = \left(\frac{m_b^2}{m_H^2}\right)$, $\xi_5^D = \left(\frac{m_b^2}{m_W^2}\right)$ и $\xi_6^D = \left(\frac{m_b^2}{m_s^2}\right)$.

В выражении для HG -вклада мы получаем семь слагаемых, точно также как и при рассмотрении систем нейтральных каонов. Однако достаточно громоздкое выражение можно существенно упростить, если воспользоваться отмеченной выше иерархией слагаемых, особенно четко прослеживаемой именно в смешивании D^0 -мезонов. В этом случае получаем:

$$\Delta m_D^{HG-exac} = \frac{C_H G_F f_D^2 B_D m_D \cdot \text{tg}^2 \beta}{96\pi^2 m_W^2} \cdot L(J_{31}^{HG}, J_{32}^{HG}), \quad (61)$$

где

$$L(J_{31}^{HG}, J_{32}^{HG}) = \text{Re} \left[(V_{us}^* V_{cs})^2 m_s^4 \cdot J_{31}^{HG}(\xi_1^D, \xi_2^D, \xi_3^D) + \right. \\ \left. + 2 \cdot V_{us}^* V_{ub}^* V_{cs} V_{cb} m_s^2 m_b^2 J_{32}^{HG}(\xi_1^D, \xi_2^D, \xi_3^D, \xi_4^D, \xi_5^D, \xi_6^D) + (V_{ub}^* V_{cb})^2 m_b^4 J_{31}^{HG}(\xi_2^D, \xi_4^D, \xi_5^D) \right],$$

а интегралы $J_{31,32}^{HG}$ даются формулами (75) и (81).

5 Численный анализ

5.1 Расчетная программа

Вычисления полученных выше аналитических выражений для наблюдаемых проводились в специальной кросс-платформенной программе, написанной ав-

тором на языке С. Входные данные для программы фиксируются в файле `input.txt`; их величины по умолчанию приведены в табл. 1. Необходимо отметить, что все указанные значения могут быть изменены при редактировании файла в текстовом редакторе (`vi`, `gedit`, `notepad` и т.д.). Варьируемые параметры задаются в виде одномерного (строка) массива значений (через пробел). Используемые значения отвечают последним данным PDG [24] и несколько отличаются от тех, которые были использованы в [1] и [2]. Стоит также обратить внимание, что при рассмотрении некоторых систем необходимо в расчетах переходить от “токовых” масс кварков (в первую очередь, второго поколения) к их “конституэнтным” массам.

Таблица 1: Входные данные для программы расчета наблюдаемых. Приведены лишь те параметры, которые используются при получении основных результатов.

Параметр	Толкование	Значение
mass-u	масса u -кварка	0.003 ГэВ
mass-d	масса d -кварка	0.006 ГэВ
mass-s	масса s -кварка	0.12 ГэВ
mass-c	масса c -кварка	1.3 ГэВ
mass-b	масса b -кварка	4.3 ГэВ
mass-t	масса t -кварка	171 ГэВ
mass-W	масса W -бозона	80.4 ГэВ
mass-H	масса заряженного хиггса	варьируемый параметр
mass-x	“масса” обрезания	= mass-H
A	ККМ: параметризация Вулфенштейна	0.82
lambda	ККМ: параметризация Вулфенштейна	0.22
eta	ККМ: параметризация Вулфенштейна	0.42
rho	ККМ: параметризация Вулфенштейна	0.34
theta-cab	угол Каббиво	0.27 рад
tan-beta	$\text{tg}\beta = \frac{v_2}{v_1}$	варьируемый параметр

При запуске исполняемого файла `kmeson2.exe` программа генерирует выходные файлы `output*.txt` с результатами расчетов. Файл `output2.txt` построчно содержит все рассчитываемые данные (включая промежуточные и вспомогательные значения). Остальные файлы вывода представляют собой таблицы значений, в которых каждой рассчитанной величине соответствует свой столбец значений. Первые два столбца представляют собой варьируемые параметры

ввода, при этом параметром верхнего уровня является $\tan\beta$, а нижнего — m_{H} , который при фиксированной величине $\tan\beta$ пробегает весь диапазон своих значений. Информация по всем файлам вывода содержится в табл. 2.

Таблица 2: Файлы вывода расчетной программы.

Наименование файла вывода	Данные
output2.txt	Все рассчитываемые величины
Output - Kmeson - approximate.txt	Расщепление масс нейтральных K -мезонов (суммарное и вклады от отдельных диаграмм), ε и ε'/ε . Четырехфермионное приближение
Output - Kmeson - exact.txt	Расщепление масс нейтральных K -мезонов (суммарное и вклады от отдельных диаграмм), ε и ε'/ε . Точный расчет
Output - Bdmeson - approximate.txt	Расщепление масс и параметры CP -нарушения в системе нейтральных B_d -мезонов. Четырехфермионное приближение
Output - Bdmeson - exact.txt	Расщепление масс и параметры CP -нарушения в системе нейтральных B_d -мезонов. Точный расчет
Output - Bsmeson - approximate.txt	Расщепление масс и параметры CP -нарушения в системе нейтральных B_s -мезонов. Четырехфермионное приближение
Output - Bsmeson - exact.txt	Расщепление масс и параметры CP -нарушения в системе нейтральных B_s -мезонов. Точный расчет
Output - Dmeson - approximate.txt	Расщепление масс и параметры CP -нарушения в системе нейтральных D -мезонов. Четырехфермионное приближение (см. разд. 4.7)

5.2 О нормировке получаемых результатов

Получение численных результатов на основании выведенных аналитических выражений не является конечной целью данной работы. Более важным представляется вопрос сравнения полученных при расчете значений с имеющимися на настоящий момент теоретическими и экспериментальными данными в рамках общепринятой Стандартной Модели с целью выявления сигналов “новой физики”. Возможны два основных подхода к подобного рода сопоставлениям:

1. **Нормировка на “теорию”** (пертурбативный режим). В этом случае рассчитываемой на деле величиной является не полный вклад Δm_{i-LS} (где $i = K, D, B_d, B_s$ — индекс мезонной системы) — см. (27) и (45) — а лишь слагаемое, отвечающее вкладам от малых расстояний Δm_{i-LS}^{SD} , которое может быть вычислено в рамках ТВ.

При этом фактическое сравнение производится не с имеющимися экспериментальными данными, а с результатами теоретического расчета, выполненного в СМ в рамках *тех же приближений*, и нормировка идет на значение $\Delta m_{i-LS}^{WW} = \Delta m_{i-LS}^{SD-WW}$, обсуждавшееся в разд. 3. Вклад от больших расстояний Δm_{i-LS}^{LD} полагается равным постоянной величине, фиксируемой на основании сравнения экспериментального значения Δm_{i-LS}^{exp} с вкладом от WW -диаграмм СМ Δm_{i-LS}^{WW} . Аналогичные соображения справедливы и при нормировке величины $|\varepsilon_i|$.

Процедура нормировки имеет следующую форму (на примере величины расщепления масс Δm_{LS} , где мы отбрасываем индекс i):

- (а) Расчет расщепления масс в рамках стандартной модели — величина Δm_{LS}^{SD-WW} (28);
- (б) Нормировка. Фиксация вклада от больших расстояний: $\Delta m_{LS}^{LD} = \Delta m_{LS}^{exp} - \Delta m_{LS}^{SD-WW}$;
- (в) Расчет расщепления масс в рамках выбранной модели (МССМ II) по формуле (45), при фиксированном значении Δm_{LS}^{LD} .

Вклады от WW -диаграмм рассчитываются на малых расстояниях, где действует теория возмущений, а, значит, в выражения для функций Высоцкого—Инами—Лима необходимо подставлять массы “токовых” кварков, а не “конституэнтных”. Именно “токовые” массы перечислены в табл. 1, и именно они в дальнейшем подставляются в выражения для вкладов от диаграмм с обменами заряженными скалярами и используются при последующем численном анализе. Нормировка на значения WW -диаграмм является теоретически обоснованной, так как приведенные выше расчеты также относятся к анализу вкладов на малых расстояниях и используют единые теоретические основания.

Особо отметим, что прямая подстановка “токовых” масс (без фиксации вклада $\Delta m_{LS}^{LD!}$), как показано, например, в [27], может приводить к существенной недооценке получаемых выражений в сравнении с имеющимися экспериментальными данными. В частности: $\frac{\Delta m_{WW}^K}{\Delta m_{exp}^K} \approx 0.6 \pm 0.2$, а для систем D^0 -мезонов, как уже было показано выше, вклад от обменов на больших расстояниях может приводить к увеличению соответствующей наблюдаемой практически на порядок. Другим недостатком указанного подхода является необходимость сравнения полученных результатов с предсказаниями, сделанными в рамках СМ, которые, в свою очередь, имеют существенные теоретические неопределенности. Основными источниками последних служат:

- (a) Пертурбативные КХД-поправки — в первую очередь, параметр $\eta_1 = 1.3 \pm 0.2$, определенный с точностью не выше 15 %.
- (b) Непертурбативные КХД-поправки, идущие от анализа спиральных структур в мезонных обкладках. В частности, $B_K = 1 \pm 0.1$, но при этом в литературе встречаются и существенно меньшие (вплоть до 0.3) значения указанной постоянной.

Оба типа КХД-поправок (подробнее см. разд. 4.3) существенно зависят от энергетического масштаба, т.е. от значений “бегущих” масс кварков, относительно которых они рассчитываются.

2. Нормировка на “эксперимент” (непертурбативный режим). При нормировке на экспериментальные значения в выражения для наблюдаемых подставляются не “токовые” массы кварков, а “конституэнтные”, что позволяет получить численный результат, близкий к опытным данным и в какой-то мере учесть вклады от больших расстояний. Однако подобная прямая подстановка “конституэнтных” масс является спорной с теоретической точки зрения. Во-первых, так как указанное значение массы является функцией энергетического масштаба, на котором происходит рассмотрение процессов смешивания (использование ТВ), а, во-вторых, так как и пертурбативные, и непертурбативные КХД-поправки также существенно зависят от выбранного значения массы конституэнта (либо соответствующего ему

энергетического масштаба), причем в настоящее время удовлетворительных методик оценки η_i и B при бегущих массах кварков не существует. Указанные соображения приводят к тому, что нормировка на “эксперимент” в сущности становится подстройкой плохо определенных теоретических параметров под имеющееся экспериментальное значение наблюдаемой. В связи с этим, в настоящей работе используется более корректная и теоретически обоснованная нормировка на значения WW -диаграмм СМ, рассчитанных в пределе малых расстояний с последующей фиксацией вклада Δm_{LS}^{LD} .

5.3 K^0 -мезоны

5.3.1 Четырехфермионное приближение

В рамках приближенного расчета мы получаем три основные наблюдаемые, характеризующие смешивание в системе нейтральных каонов. Первоначальные вычисления проводились для первого приближения по пертурбативным КХД-поправкам, при котором $\eta_i = \eta_{i+3,6}$, $i = 1 \div 3$. В табл. 3 приведены данные по величине расщепления масс в зависимости от основных параметров скалярного сектора МССМ II — отношения вакуумных средних скалярных дублетов $\text{tg}\beta$ и массы заряженного бозона Хиггса m_{H^\pm} .

Из таблицы видно, что во всем рассматриваемом диапазоне значений параметров МССМ суммарный вклад диаграмм с обменами заряженными скалярами, WW -диаграмм СМ, а также от слагаемого больших расстояний с хорошим запасом попадает в 15%-ный интервал теоретической неопределенности, задаваемый погрешностью расчета пертурбативной КХД-поправки η_1 . В тоже время сравнение полученных данных с экспериментальными данными в интервале абсолютной погрешности (относительная погрешность равна $\delta(\Delta m_{LS})/\Delta m_{LS} = 0.17\%$), позволяет выявить значения, не попадающие в указанный интервал. Они выделены курсивом.

Анализ данных табл. 3 показывает, что вклады как от HW -, так и от HH -диаграмм являются малыми по сравнению с результатом, получаемым в рамках СМ. Наибольшие значения ($> 1\sigma$) получаются в области $\text{tg}\beta < 18$, в которой наблюдается также и резкая (степенная) зависимость вкладов МССМ от

Таблица 3: Расщепление масс нейтральных K -мезонов в вакууме в рамках СМ и МССМ II в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса и отношения вакуумных средних двух скалярных дублетов в хиггсовском секторе в четырехфермионном приближении. Первая строка — величина $\text{tg}\beta$. Первый столбец — масса заряженного бозона Хиггса (в ГэВ). На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение суммарной величины расщепления масс Δm_{LS} , выраженное в 10^{-15} ·ГэВ. $\eta_i = \eta_{i+3,6}$, $i = \{1, 2, 3\}$. Экспериментальное значение для расщепления масс: $\Delta m_{LS}^{exp} = (3.483 \pm 0.006) \cdot 10^{-15}$ ГэВ.

m_{H^\pm} (ГэВ) / $\text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	<i>3.590</i>	<i>3.509</i>	<i>3.492</i>	3.484	3.479	<i>3.474</i>	<i>3.469</i>	<i>3.464</i>	<i>3.452</i>
75	<i>3.591</i>	<i>3.509</i>	<i>3.494</i>	3.487	3.483	3.480	2.477	<i>3.474</i>	<i>3.468</i>
100	<i>3.592</i>	<i>3.510</i>	<i>3.494</i>	3.488	3.485	3.482	3.480	3.478	<i>3.474</i>
125	<i>3.593</i>	<i>3.510</i>	<i>3.495</i>	3.489	3.486	3.484	3.481	3.480	3.478
150	<i>3.594</i>	<i>3.511</i>	<i>3.495</i>	3.489	3.486	3.484	3.483	3.482	3.479
175	<i>3.595</i>	<i>3.511</i>	<i>3.495</i>	3.489	3.486	3.485	3.483	3.482	3.480
200	<i>3.596</i>	<i>3.511</i>	<i>3.495</i>	3.489	3.487	3.485	3.484	3.483	3.481
250	<i>3.597</i>	<i>3.511</i>	<i>3.495</i>	<i>3.490</i>	3.487	3.485	3.484	3.483	3.482
300	<i>3.599</i>	<i>3.512</i>	<i>3.496</i>	<i>3.490</i>	3.487	3.486	3.485	3.484	3.483
350	<i>3.600</i>	<i>3.512</i>	<i>3.496</i>	<i>3.490</i>	3.487	3.486	3.485	3.484	3.483
400	<i>3.600</i>	<i>3.512</i>	<i>3.496</i>	<i>3.490</i>	3.487	3.486	3.485	3.484	3.483
450	<i>3.601</i>	<i>3.512</i>	<i>3.496</i>	<i>3.490</i>	3.487	3.486	3.485	3.484	3.483
500	<i>3.601</i>	<i>3.512</i>	<i>3.496</i>	<i>3.490</i>	3.487	3.486	3.485	3.484	3.483
750	<i>3.603</i>	<i>3.512</i>	<i>3.496</i>	<i>3.490</i>	3.487	3.486	3.485	3.485	3.484
1000	<i>3.604</i>	<i>3.512</i>	<i>3.496</i>	<i>3.490</i>	3.487	3.486	3.485	3.485	3.484

отношения вакуумных средних, превалирующая над зависимостью от массы заряженного скаляра. В результате, при малых изменениях параметра $\text{tg}\beta$ оказывается возможным исключение (относительно величины экспериментальной погрешности) почти всего спектра заряженных скаляров.

В табл. 4 приводится зависимость величины косвенного нарушения CP -инвариантности ε от параметров модели — отношения вакуумных средних скалярных дублетов $\text{tg}\beta$ и массы заряженного бозона Хиггса m_{H^\pm} .

Хорошо заметен минимум в районе $|\varepsilon_K^{tot}| = 0.002225$, достигаемый при умеренных и больших значениях $\text{tg}\beta > 30$. Рассмотрение числового поля табл. 4 и его частичного графического отображения на рис. 9 позволяет также указать область значений (выделены жирным шрифтом), значительно отклоняющихся от прогнозов СМ и выходящих за рамки 15%-ной теоретической погрешности.

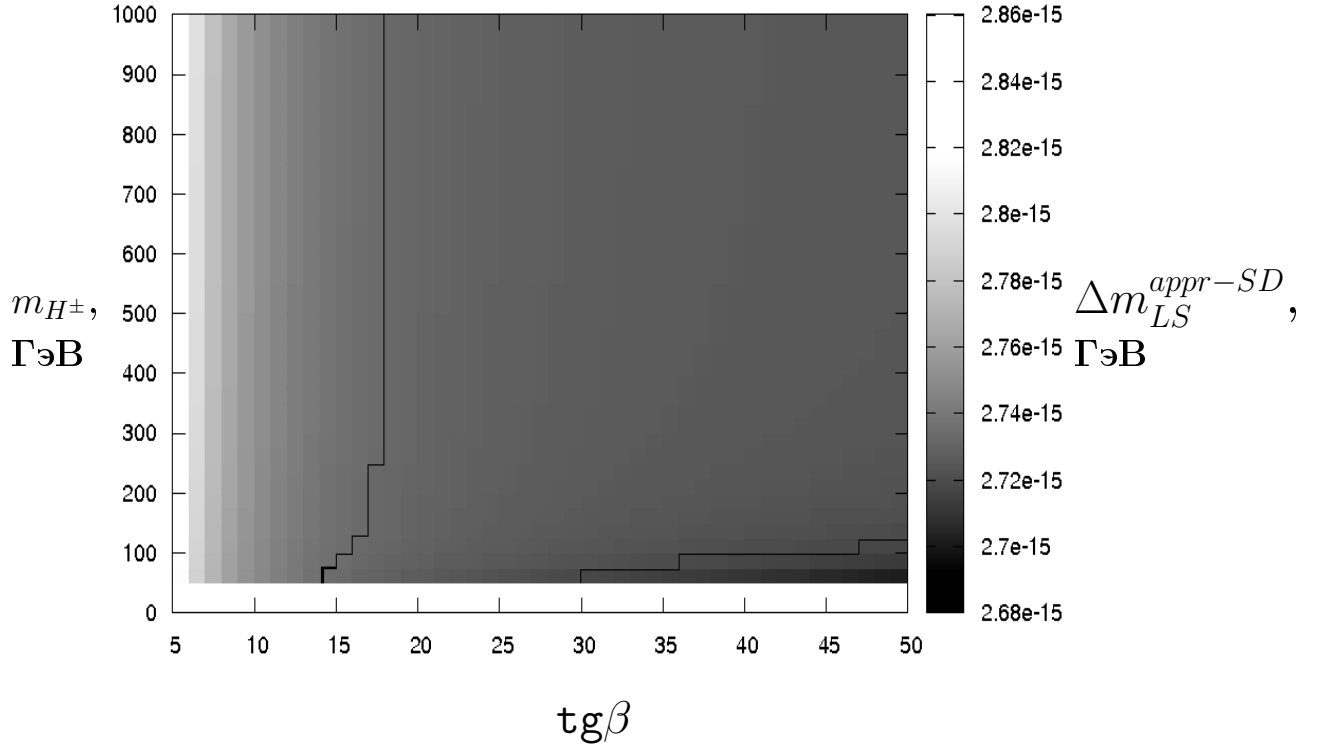


Рис. 8: Зависимость вкладов от малых расстояний ($\Delta m_{LS}^{appr-SD}$) в величину расщепления масс нейтральных каонов в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$) при $\eta_i = \eta_{i+3,6}$, $i = \{1, 2, 3\}$. Четырехфермионное приближение. Вклад от диаграмм СМ $\Delta m_{LS}^{WW} = 2.724 \cdot 10^{-15}$ ГэВ. Черный контур соответствует одному стандартному отклонению $1\sigma'$. Подробности в тексте работы.

Курсивом выделены значения, не попадающие в значение одного стандартного отклонения $1\sigma = 0.012$ в интервале относительной экспериментальной погрешности, равной (для ε_K^{tot}) 0.54 %. Легко видеть, что указанный диапазон значений затрагивает $\text{tg}\beta < 20$ при больших $m_{H^\pm} > 300$ ГэВ и очень малых $m_{H^\pm} < 90$ ГэВ.

Результаты, отраженные в табл. 3 и 4, а также на относящихся к ним рис. 8 и 9, соответствуют “наивному” выбору соотношений между пертурбативными КХД-поправками η_i , отраженному в работах [1] и [2]. Рассмотрим теперь более точный и обоснованный выбор коэффициентов, при котором:

$$\eta_1 = 1.3, \eta_4 = 0.2, \eta_7 = 0.07, \quad (62)$$

$$\eta_2 = \eta_5 = \eta_8 = 0.57, \quad (63)$$

$$\eta_3 = 0.47, \eta_6 = \eta_9 = 0.2. \quad (64)$$

Данные, соответствующие уточненным значениям η_i , изображены на рис. 10 и

Таблица 4: Абсолютная величина косвенного нарушения CP -инвариантности в системе нейтральных K -мезонов в вакууме в рамках СМ и МССМ II в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса и отношения вакуумных средних двух скалярных дублетов в хиггсовском секторе в четырехфермионном приближении. Первая строка — величина $\text{tg}\beta$. Первый столбец — масса заряженного бозона Хиггса (в ГэВ). На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение величины $|\varepsilon_{LS}^{tot}|$, домноженное на 10^{-3} и определяемое из (50). $\eta_i = \eta_{i+3,6}$, $i = \{1, 2, 3\}$. Экспериментальное значение $|\varepsilon_{LS}^{exp}| = (2.229 \pm 0.012) \cdot 10^{-3}$.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	2.158	2.206	2.217	2.222	2.226	2.230	2.234	2.238	2.248
75	2.191	2.214	2.219	2.222	2.224	2.225	2.227	2.229	2.234
100	2.233	2.225	2.224	2.224	2.224	2.225	2.225	2.226	2.228
125	2.280	2.237	2.229	2.226	2.225	2.225	2.225	2.225	2.225
150	2.329	2.250	2.234	2.229	2.227	2.226	2.225	2.225	2.225
175	2.377	2.263	2.240	2.232	2.229	2.227	2.226	2.225	2.225
200	2.413	2.274	2.245	2.235	2.231	2.228	2.227	2.226	2.225
250	2.506	2.295	2.255	2.240	2.234	2.230	2.228	2.227	2.225
300	2.576	2.313	2.263	2.245	2.237	2.232	2.229	2.228	2.225
350	2.634	2.328	2.269	2.249	2.239	2.234	2.231	2.228	2.226
400	2.682	2.341	2.275	2.252	2.241	2.235	2.232	2.229	2.226
450	2.721	2.351	2.280	2.254	2.243	2.236	2.232	2.230	2.227
500	2.754	2.359	2.283	2.257	2.243	2.237	2.233	2.230	2.227
750	2.807	2.387	2.295	2.263	2.244	2.240	2.235	2.232	2.228
1000	2.908	2.399	2.301	2.267	2.251	2.242	2.237	2.233	2.229

11 и приведены в табл. 5 и 6. Данные по парциальным вкладам HW - и HH -диаграмм в величину расщепления масс приведены в приложении С.

Совместный анализ данных таблиц 5, 6, 16, 17, а также рисунков 10 и 11 позволяет сделать следующие выводы:

1. Использование уточненных значений для пертурбативных КХД-поправок η_i приводит к серьезному снижению вкладов в величину расщепления масс от диаграмм с обменами скалярными частицами. Особенно четко данный эффект проявляется при граничных значениях ключевых параметров МС-СМ II: малых $\text{tg}\beta$ и больших значениях m_{H^\pm} . В свою очередь, резкое уменьшение вкладов МССМ II приводит к пересмотру сделанных в Приложении С ограничений на указанные параметры. В табл. 5 значения, не

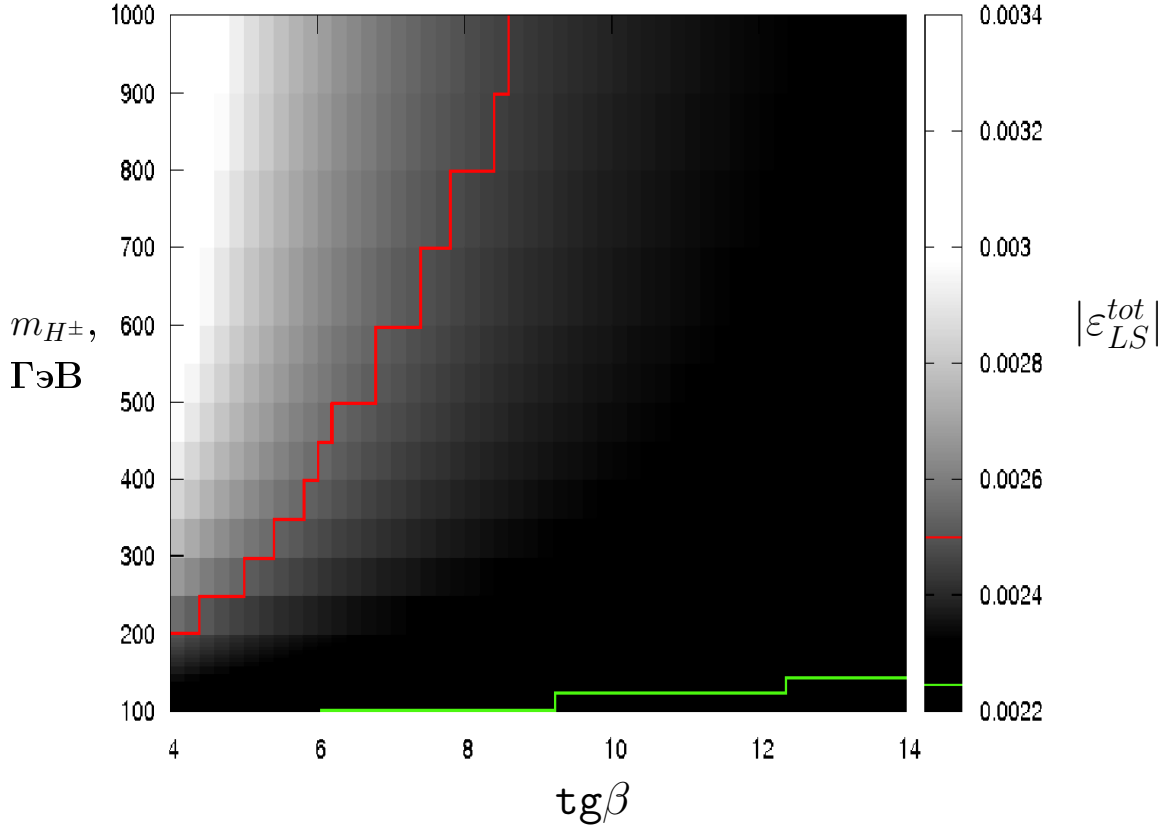


Рис. 9: Зависимость абсолютной величины косвенного нарушения CP -инвариантности в системе нейтральных каонов ($|\varepsilon_{LS}^{tot}|$) от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$) при $\eta_i = \eta_{i+3,6}$, $i = \{1, 2, 3\}$ в области малых значений $\text{tg}\beta$. Красный контур соответствует 15%-ной теоретической неопределенности в определении ε_{LS}^{K-WW} ; зеленый контур — одно стандартное отклонение от экспериментального значения. Четырехфермионное приближение. Подробности см. в тексте работы.

попадающие в одно стандартное отклонение (1σ), выделены курсивом. Таким образом, мы получаем следующие ограничения на параметры МССМ II: $\text{tg}\beta > 7$ для любого значения в диапазоне: $125 \text{ ГэВ} < m_{H^\pm} < 300 \text{ ГэВ}$ и $\text{tg}\beta > 8$ при средних и больших $m_{H^\pm} > 300 \text{ ГэВ}$ — существенно менее строгие, нежели при “наивном” выборе коэффициентов η_i .

2. Рассмотрение величины косвенного нарушения CP -инвариантности $|\varepsilon_K|$ позволяет более строго ограничить перечисленные параметры. Ориентируясь на значение погрешности эксперимента, мы можем “исключить” область средних $12 < \text{tg}\beta < 18$ при больших $m_{H^\pm} > 250 \text{ ГэВ}$, а также почти всю область малых $\text{tg}\beta < 12$, оставляя лишь небольшой островок значений для легкого заряженного скаляра $m_{H^\pm} < 75 \text{ ГэВ}$. Однако, если мы примем во внимание упомянутую 15%-ную теоретическую недоопределенность

Таблица 5: Расщепление масс нейтральных K -мезонов в вакууме в рамках СМ и МССМ II в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса и отношения вакуумных средних двух скалярных дублетов в хиггсовском секторе при выполнении условий (62, 63, 64). Первая строка — величина $\text{tg}\beta$. Первый столбец — масса заряженного бозона Хиггса (в ГэВ). На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение суммарной величины расщепления масс Δm_{LS} , выраженное в 10^{-15} ГэВ. Экспериментальное значение для расщепления масс: $\Delta m_{LS}^{exp} = (3.483 \pm 0.006) \cdot 10^{-15}$ ГэВ. Подробности см. в тексте работы.

m_{H^\pm} (ГэВ) / $\text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	<u>3.490</u>	3.484	3.483	3.483	3.483	3.482	3.482	3.482	3.481
75	<u>3.490</u>	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.482	3.482
100	<u>3.491</u>	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.482
125	<u>3.491</u>	3.485	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
150	<u>3.491</u>	3.485	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
175	<u>3.491</u>	3.485	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
200	<u>3.491</u>	3.485	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
250	<u>3.492</u>	3.485	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
300	<u>3.492</u>	3.485	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
350	<u>3.492</u>	3.485	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
400	<u>3.493</u>	3.485	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
450	<u>3.493</u>	3.485	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
500	<u>3.494</u>	3.486	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
750	<u>3.494</u>	3.486	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
1000	<u>3.495</u>	3.486	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483

пертурбативных КХД-поправок (синий контур на рис. 11), то ограничение становится менее строгим (см. табл. 6): исключается небольшой островок значений $\text{tg}\beta < 6$ при $m_{H^\pm} > 350$ ГэВ, при этом диапазон значений, который подвергался “исключению” при анализе экспериментальных погрешностей, остается открытым. В дальнейшем используется именно это ограничение.

- Анализ табл. 16 и 17 (см. Приложение С) указывает на сильное подавление вкладов с обменами заряженными скалярами. В частности двускалярный обмен подавлен примерно на 8-10 порядков по сравнению с векторным обменом СМ. Мы видим также сильное доминирование HW -диаграмм над HH -диаграммами; причем с изменением величины $\text{tg}\beta$ HH -вклады меня-

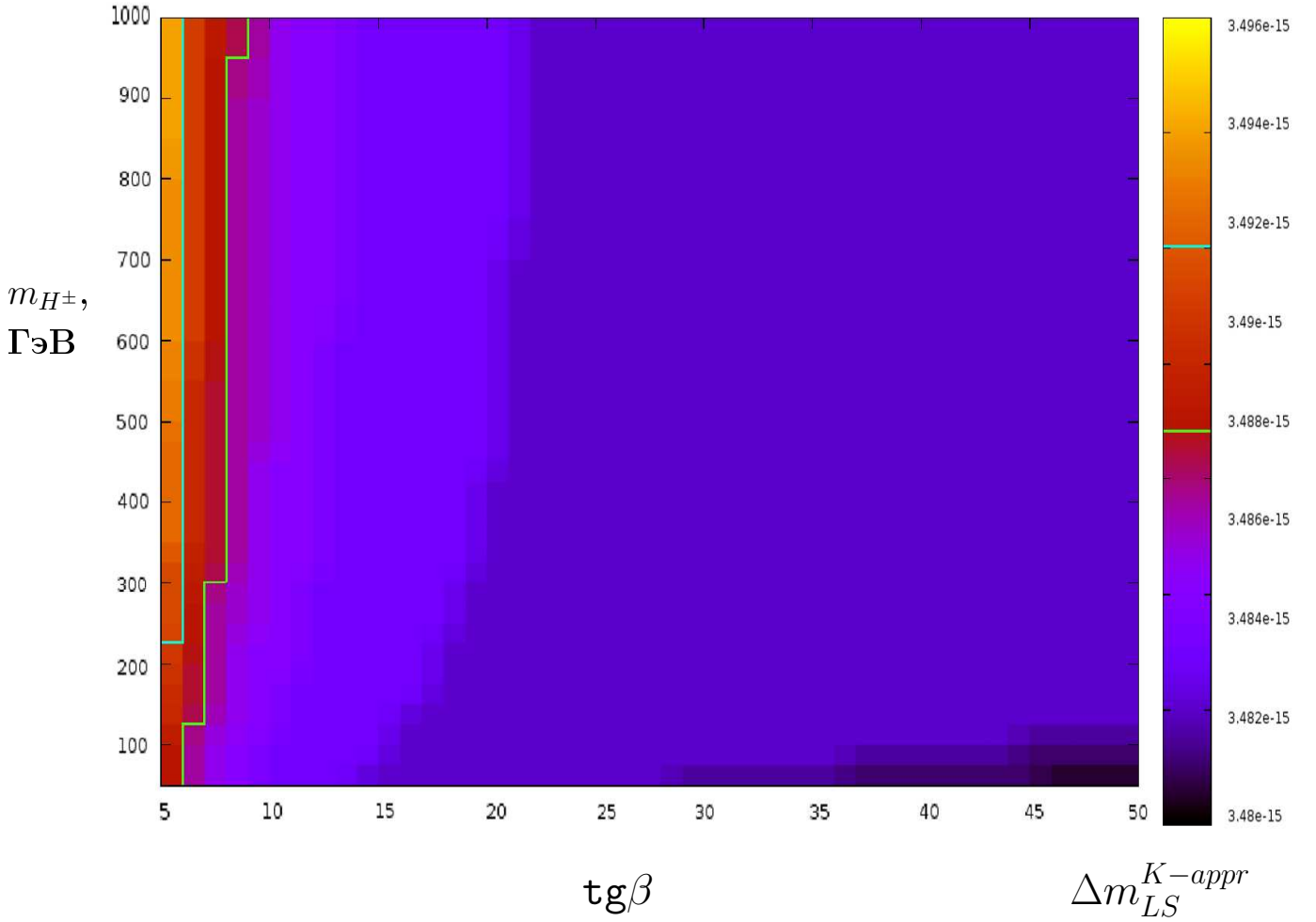


Рис. 10: Зависимость величины расщепления масс нейтральных каонов (Δm_{LS}^{K-appr}) в ГэВ от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$) при выполнении условий (62, 63, 64). Зеленый контур соответствует одному стандартному отклонению 1σ . Четырехфермионное приближение. Подробности см. в тексте работы.

ются намного резче, что не должно удивлять, так как основной вклад от этих диаграмм пропорционален четвертой степени тангенса (а не второй, как в случае HW -диаграмм).

4. Метод Битюкова-Красникова позволяет установить область значений управляющих параметров МССМ, в пределах которых обнаружение вкладов от обменов заряженными скалярами свидетельствовало бы о наличии “новой физики” при достигнутой на сегодняшний день экспериментальной точности наблюдений. При $\Delta m_{LS}^{appr-K} > 3.492 \cdot 10^{-15}$ ГэВ, что соответствует одновременно $\text{tg}\beta < 7$ и $m_H > 225$ ГэВ, обнаружение вкладов с условной различимостью $> 86\%$ возможно с достоверностью $> 1.05\sigma$. Большие значения различимости (и, соответственно, достоверности) достигаются лишь в таких областях пространства параметров МССМ, которые были исклю-

чены в более ранних исследованиях. Значения величины расщепления, при которых возможно обнаружение вкладов “новой физики” с указанной выше различимостью, отмечены подчеркивание в табл. 5 и отделены голубым контуром на рис. 10. Анализ величины $|\varepsilon_K|$ проводится ниже.

Таблица 6: Абсолютная величина косвенного нарушения CP -инвариантности в системе нейтральных K -мезонов в вакууме в рамках СМ и МССМ II в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса и отношения вакуумных средних двух скалярных дублетов в хиггсовском секторе при выполнении условий (62, 63, 64). Первая строка — величина $\text{tg}\beta$. Первый столбец — масса заряженного бозона Хиггса (в ГэВ). На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение величины $|\varepsilon_{LS}^{tot}|$, домноженное на 10^{-3} и определяемое из (50). Экспериментальное значение $|\varepsilon_{LS}^{exp}| = (2.229 \pm 0.012) \cdot 10^{-3}$. Четырехфермионное приближение.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	2.230	2.224	2.223	2.223	2.222	2.222	2.222	2.222	2.222
75	<u>2.246</u>	2.228	2.225	2.223	2.223	2.223	2.222	2.222	2.222
100	<u>2.266</u>	2.233	2.227	2.225	2.224	2.223	2.223	2.222	2.222
125	<u>2.289</u>	2.239	2.229	2.226	2.224	2.224	2.223	2.223	2.222
150	<u>2.314</u>	<u>2.245</u>	2.232	2.228	2.225	2.224	2.223	2.223	2.222
175	<u>2.338</u>	<u>2.251</u>	2.235	2.229	2.226	2.225	2.224	2.223	2.222
200	<u>2.363</u>	<u>2.257</u>	2.238	2.231	2.227	2.226	2.224	2.224	2.223
250	<u>2.407</u>	<u>2.268</u>	<u>2.243</u>	2.234	2.229	2.227	2.225	2.224	2.223
300	<u>2.446</u>	<u>2.278</u>	<u>2.249</u>	2.236	2.233	2.228	2.226	2.225	2.224
350	2.480	<u>2.286</u>	<u>2.251</u>	2.238	2.232	2.229	2.227	2.226	2.224
400	2.506	<u>2.293</u>	<u>2.254</u>	2.240	2.233	2.230	2.228	2.226	2.224
450	2.529	<u>2.299</u>	<u>2.256</u>	2.241	2.235	2.230	2.228	2.227	2.225
500	2.548	<u>2.304</u>	<u>2.258</u>	2.242	2.235	2.231	2.228	2.227	2.225
750	2.608	<u>2.319</u>	<u>2.265</u>	<u>2.246</u>	2.237	2.233	2.230	2.228	2.226
1000	2.638	<u>2.326</u>	<u>2.268</u>	<u>2.248</u>	2.239	2.234	2.230	2.228	2.226

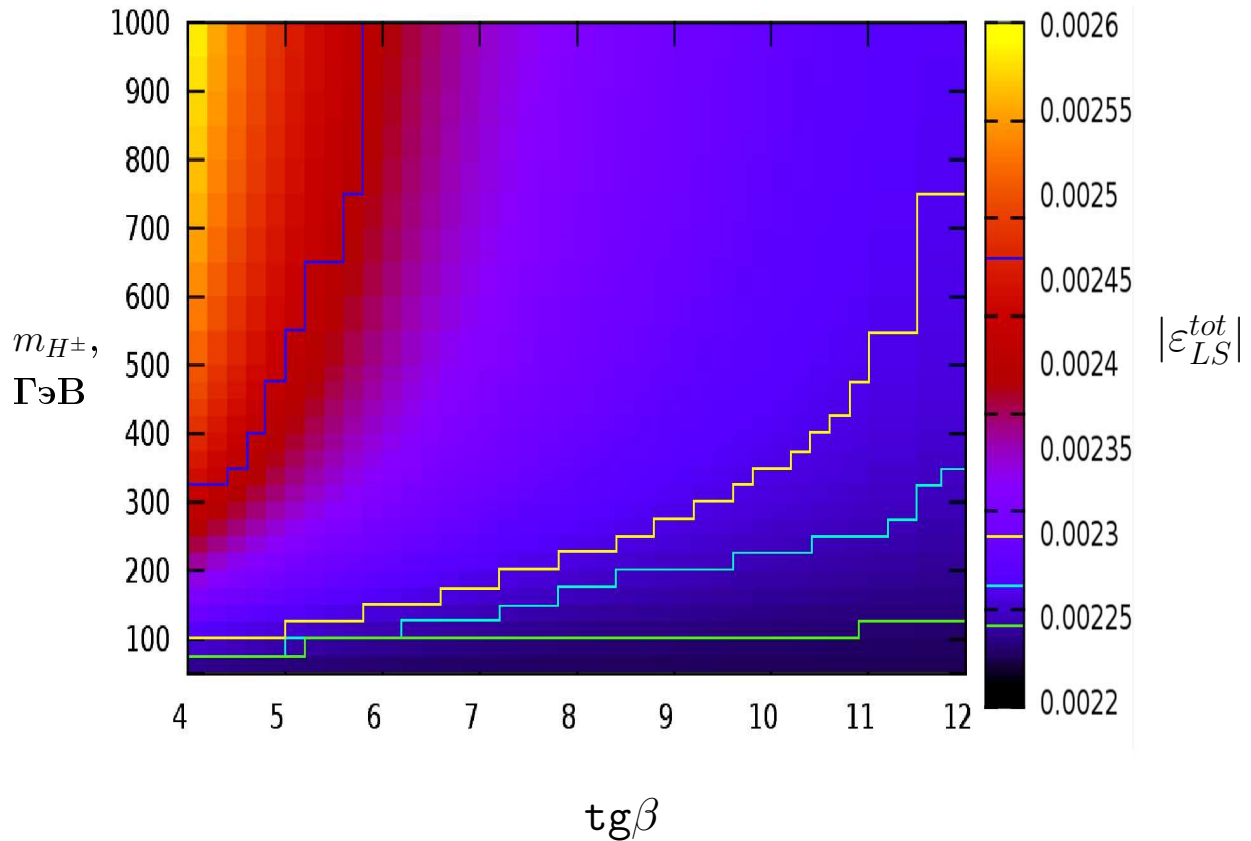


Рис. 11: Зависимость величины косвенного нарушения CP -инвариантности ($|\varepsilon_{LS}^{tot}|$) от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$) при выполнении условия (62, 63, 64). Четырехфермионное приближение. О цветах контуров см. ниже в тексте работы.

5.3.2 Точный расчет

Данные по расщеплению масс $\Delta m_{LS}^{K-exact}$ и величине косвенного нарушения CP -инвариантности в системе нейтральных K -мезонов приведены в табл. 7 и 8. В настоящем параграфе используются результаты точного расчета, в рамках которого мы учитываем зависимость от импульса в пропагаторах промежуточных бозонов (скалярных и векторных) и, используя калибровку 'т-Хоофта-Фейнмана для W -бозонов, дополнительные диаграммы с обменами нефизическими скалярами с массой, равной массе заряженного вектора. Зависимость величины расщепления от положения точки на плоскости $(\text{tg}\beta, m_{H^\pm})$ изображена на рис. 12 (величина $|\varepsilon_{LS}^{K-exact}|$ — на рис. 13). Парциальные вклады в значение $\Delta m_{LS}^{K-exact}$ приведены в Приложении С.

Перечислим основные характерные особенности полученных нами результатов:

1. Вклады диаграмм МССМ II с обменами заряженными скалярами в об-

Таблица 7: Расщепление масс нейтральных K -мезонов в вакууме в рамках СМ и МССМ II в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса и отношения вакуумных средних двух скалярных дублетов в хиггсовском секторе. Точный расчет. Обозначения соответствуют обозначениям табл. 5. Подробности см. в тексте работы.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	<i>3.494</i>	3.486	3.484	3.483	3.483	3.483	3.482	3.482	3.481
75	<i>3.491</i>	3.485	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.482	3.482
100	3.489	3.484	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.482
125	3.488	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
150	3.487	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
175	3.487	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
200	3.486	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
250	3.485	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
300	3.485	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
350	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
400	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
450	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
500	3.484	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
750	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483
1000	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483	3.483

щую величину расщепления масс, полученные в рамках точного расчета, оказываются подавленными по сравнению с этими же вкладами, вычисленными в пределе четырехфермионного приближения, что не позволяет провести жесткое ограничение на интересующие нас параметры. Из табл. 7 и 19 (Приложение С) видно, что основной вклад в величину Δm_{LS}^{K-ex} идет от диаграмм с обменом одним заряженным скаляром и одним промежуточным векторным бозоном (HW). Вклад Δm_{LS}^{K-HW} примерно на три порядка меньше вклада от диаграмм СМ. Вклады же от HG - (табл. 20) и HH - (табл. 18) диаграмм — особенно от последних — оказываются еще более незначительными и практически не влияют на величину Δm_{LS}^{K-ex} .

- В амплитуде каждого из типов диаграмм (HH -, HW - и HG -квадратики) имеются выколотые точки при соблюдении равенств $m_{H^\pm} = m_{W^\pm}$ и $m_{H^\pm} = m_t$. В численном анализе соответствующим функциям J_{ij}^{AB} , где $AB = HH, HW, HG$, а $i, j = 1, 2, 3, 4$, в их выколотых точках присваива-

лись предельные значения, получавшиеся по правилам Лопиталю. Альтернативное, более точное, но одновременно и намного более громоздкое решение состоит в использовании точных выражений для пропагаторов участвующих во взаимодействиях частиц, учитывающих, в частности, отличную от нуля ширину заряженного скаляра и виртуального t -кварка (“Приближение Брейта-Вигнера”) — подробнее см. Приложение Б. Для упрощения численного анализа в настоящей работе приближение Брейта-Вигнера использовалось лишь для контроля точности проводимых расчетов.

Таблица 8: Зависимость абсолютной величины косвенного нарушения CP -инвариантности ($|\varepsilon_{LS}^{tot}|$) от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$). Точный расчет. Обозначения соответствуют обозначениям табл. 6.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	<i>2.399</i>	<i>2.266</i>	<i>2.242</i>	2.233	2.229	2.227	2.226	2.225	2.224
75	<i>2.379</i>	<i>2.261</i>	2.239	2.232	2.228	2.226	2.225	2.225	2.224
100	<i>2.362</i>	<i>2.257</i>	2.237	2.231	2.228	2.226	2.225	2.224	2.224
125	<i>2.346</i>	<i>2.253</i>	2.236	2.230	2.227	2.225	2.225	2.224	2.223
150	<i>2.334</i>	<i>2.250</i>	2.234	2.229	2.226	2.225	2.225	2.224	2.223
175	<i>2.323</i>	<i>2.247</i>	2.233	2.228	2.226	2.225	2.224	2.224	2.223
200	<i>2.313</i>	<i>2.245</i>	2.232	2.228	2.226	2.225	2.224	2.223	2.223
250	<i>2.298</i>	2.241	2.230	2.227	2.225	2.224	2.224	2.223	2.223
300	<i>2.286</i>	2.238	2.229	2.226	2.225	2.224	2.224	2.223	2.223
350	<i>2.277</i>	2.236	2.228	2.225	2.224	2.224	2.223	2.223	2.223
400	<i>2.270</i>	2.234	2.227	2.225	2.224	2.223	2.223	2.223	2.223
450	<i>2.264</i>	2.233	2.227	2.225	2.224	2.223	2.223	2.223	2.222
500	<i>2.260</i>	2.231	2.226	2.224	2.224	2.223	2.223	2.223	2.222
750	<i>2.245</i>	2.228	2.225	2.223	2.223	2.223	2.222	2.222	2.222
1000	2.238	2.226	2.224	2.223	2.223	2.222	2.222	2.222	2.222

3. На рис. 12 и 13 отображены значения рассматриваемых наблюдаемых на плоскости $(\text{tg}\beta, m_{H^\pm})$. Зеленый контур соответствует одному стандартному отклонению от экспериментальных данных и выделяет значения, плохо согласующиеся с опытными (выделены курсивом в таблицах). Легко видеть, что при увеличении массы заряженного скаляра на всех рисунках контур смещается влево в сторону меньших значений $\text{tg}\beta$, т.е. при $m_{H^\pm} \rightarrow +\infty$ возможные ограничения на параметры МССМ ослабляются.

Это связано с уменьшением вкладов всех трех типов диаграмм (см. табл. 18, 19 и 20) с ростом массы заряженного бозона Хиггса (как и должно быть в точных решениях ТВ) и, одновременно, с их резким возрастанием при уменьшении отношения вакуумных средних скалярных дублетов МССМ II. Необходимо отметить, что в четырехфермионном приближении наблюдается иная картина (см., например, табл. 5 и рис. 10): контур одного стандартного отклонения смещается вправо с увеличением m_{H^\pm} . Это связано с расходимостью HW -диаграммы в четырехфермионном приближении при неограниченном увеличении параметра обрезания, т.е. верхнего предела соответствующего петлевого интеграла (полагаемого равным массе заряженного скаляра).

4. Функция абсолютной величины косвенного нарушения CP -инвариантности $|\varepsilon^{K-ex}|$ также имеет выколотую точку на плоскости $(\text{tg}\beta, m_{H^\pm})$ при $m_{H^\pm} = m_t$. Сильное CP -нарушение в системе нейтральных каонов наблюдается при малых значениях угла разворота вакуумных средних скалярных дублетов модели и, одновременно, при малых значениях массы заряженного скаляра. С ростом обоих параметров отклонение величины $|\varepsilon^{K-ex}|$ от рассчитанного в рамках СМ резко убывает, и последняя практически превращается в постоянную, не зависящую от m_{H^\pm} , при больших и умеренных $\text{tg}\beta > 20$.
5. Если проводить ограничения на варьируемые параметры МССМ II, основываясь на сравнении с погрешностями опытных данных: $\delta(\Delta m) = 0.006$ ГэВ и $|\delta\varepsilon| = 0.012$, то получить разумные оценки для них возможно лишь из анализа $|\varepsilon_{LS}^{K-ex}|$, так как величина Δm_{LS}^{ex-K} очень слабо зависит от вкладов “новой” физики, которые в широком диапазоне параметров МССМ II не выходят за рамки одного стандартного отклонения от экспериментального значения. На рис. 13 значения ε_{LS}^{K-ex} , выходящие за 1σ , находятся слева от зеленого контура.

Из таблицы 8 видно, что при этом исключенной следует считать область малых $\text{tg}\beta < 5$ практически по всему спектру заряженных бозонов Хиггса в рассматриваемом диапазоне. В интервале умеренных значений $m_{H^\pm} < 325$ ГэВ указанное ограничение можно усилить распространяя ее на об-

ласть $5 < \text{tg}\beta < 10$. При еще меньших значениях массы заряженного скаляра ($m_{H^\pm} < 100$ ГэВ) область исключения можно расширить вплоть до $5 < \text{tg}\beta < 15$.

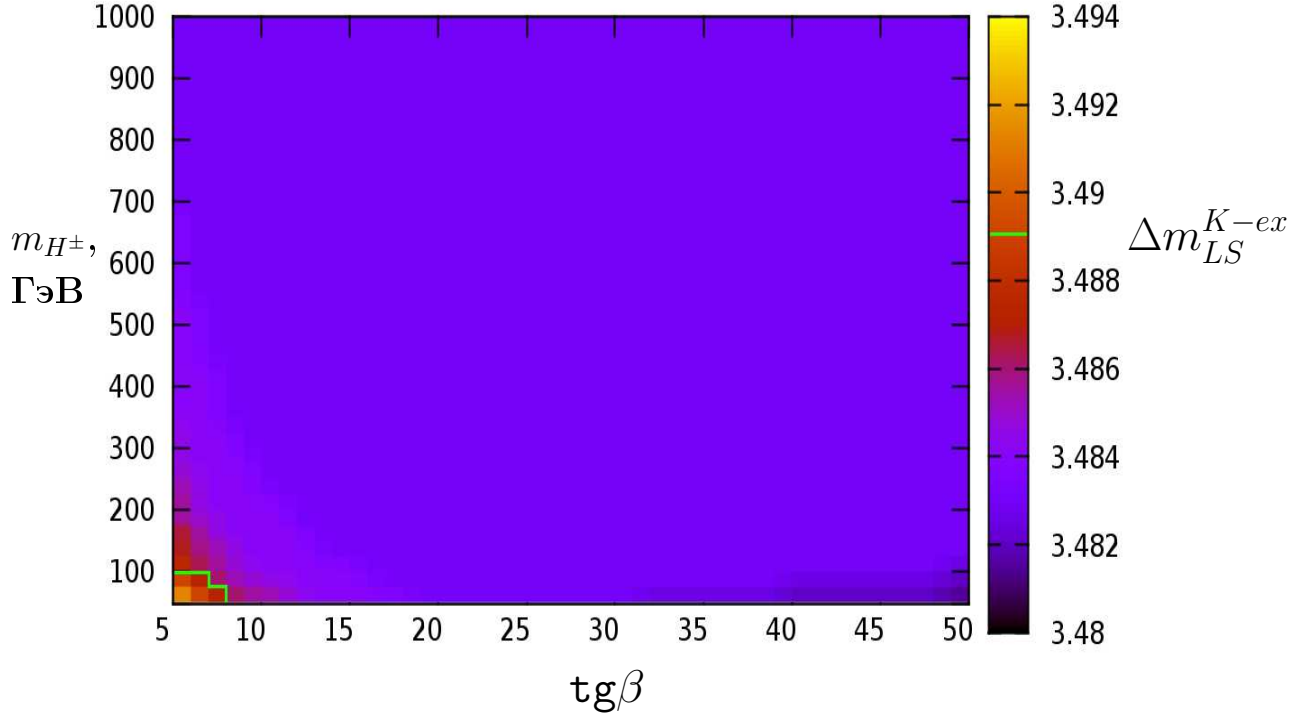


Рис. 12: Зависимость величины расщепления масс нейтральных каонов (Δm_{LS}^{K-ex}) от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$) при выполнении точного расчета на плоскости $(m_{H^\pm}, \text{tg}\beta)$. Зеленый контур соответствует одному стандартному отклонению 1σ . Δm_{LS}^{ex-K} выражено в $10^{-15} \cdot$ ГэВ. Подробности см. в тексте работы.

6. С помощью метода Битюкова-Красникова установим область значений управляющих параметров МССМ, в пределах которых обнаружение вкладов от обменов заряженными скалярами свидетельствовало бы о наличии “новой физики” при достигнутой на сегодняшний день экспериментальной точности наблюдений. Малость вкладов “новой физики” не позволяет выделить указанные области из анализа величины расщепления масс Δm_{LS}^{K-ex} , однако ограничения могут быть установлены при рассмотрении $\varepsilon_{LS}^{K-appr}$ и ε_{LS}^{K-ex} . Соответствующие контуры отмечены цветом на рис. 11 (для четырехфермионного предела) и 13.

Зеленый контур соответствует одному стандартному отклонению (1σ) от средневзвешенного экспериментального результата. Это соответствует различимости $\kappa = 1 - \tilde{k} = 79.2\%$ при статистической достоверности $\zeta = 0.81\sigma$.

Аналогично, белый контур — 2σ (уровень различимости $\kappa = 91.3\%$ при статистической достоверности $\zeta = 1.35\sigma$); голубой контур — 3σ (уровень различимости $\kappa = 96.7\%$ при статистической достоверности $\zeta = 1.84\sigma$); желтый контур — 5σ (уровень различимости $\kappa = 99.7\%$ при статистической достоверности $\zeta = 2.73\sigma$).

- Сравнение результатов точного и приближенного расчетов показывает, что ограничения, накладываемые на область варьируемых параметров МССМ II при учете точных выражений для бозонных пропагаторов, являются существенно менее строгими, чем в случае стягивания последних в одну точку.

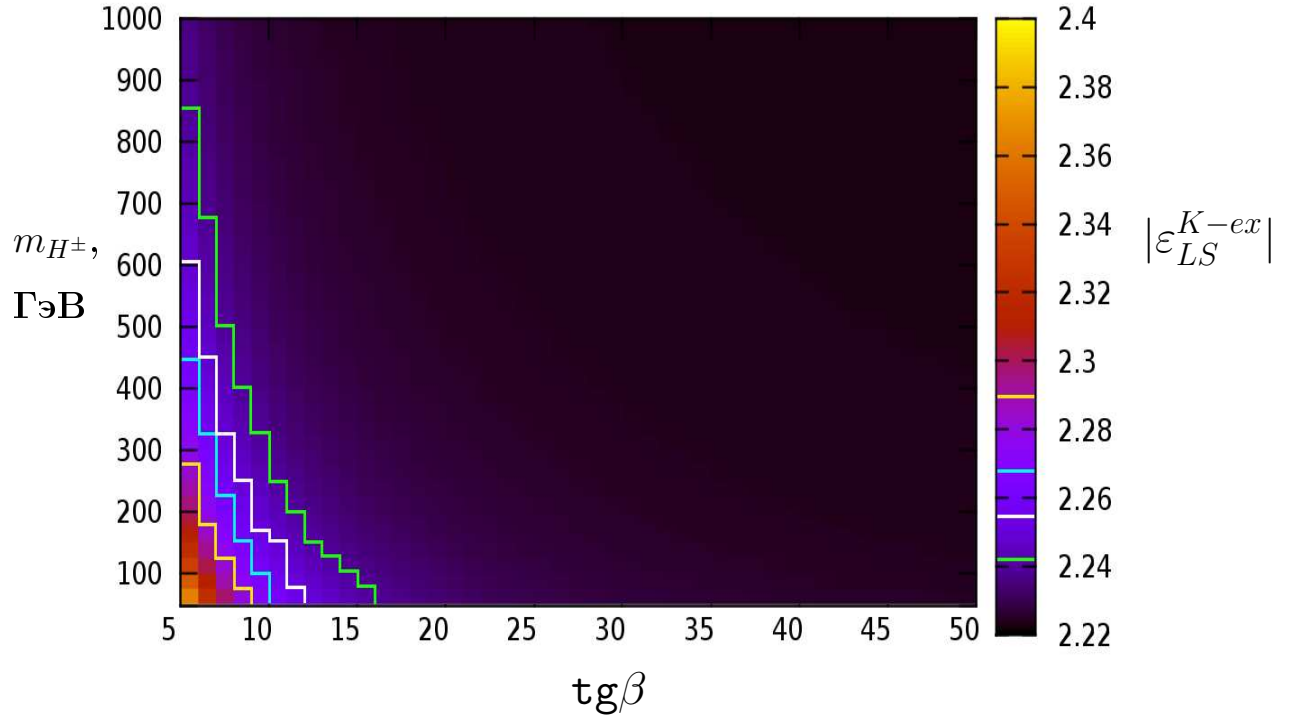


Рис. 13: Зависимость абсолютной величины косвенного нарушения CP -инвариантности ($10^3 \cdot |\epsilon_{LS}^{K-exact}|$) от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$) при выполнении точного расчета на плоскости $(m_{H^\pm}, \text{tg}\beta)$. Зеленый контур соответствует одному стандартному отклонению от экспериментального значения (1σ), белый — 2σ , голубой — 3σ , а желтый — 5σ . Подробности см. в тексте работы.

5.4 D^0 -мезоны

Как уже было отмечено ранее, в отличие от системы нейтральных каонов при смешивании легчайших очарованных мезонов эффекты от процессов на больших расстояниях являются очень значительными, повышая величину Δm_{LS}^D как минимум на один порядок. В связи с тем, что расчеты для переходов $D^0 \rightarrow \bar{D}^0$ в вакууме проводились без учета импульсов внешних фермионов, а также пертурбативных КХД-поправок (постоянная вакуумного прокладывания B_D также нуждается в дополнительном рассмотрении и уточненных оценках), получить четкие ограничения на параметры МССМ II, исходя из имеющихся данных, возможным не представляется. Немаловажным является и то обстоятельство, что относительная погрешность опытного определения величины Δm_{LS}^D является значительной, достигая 30% на нижнем пределе [24].

Поэтому для анализа основных особенностей выражений (55, 57, 58) были выбраны отношения вкладов с обменами заряженными скалярами к суммарной величине расщепления масс Δm_{LS}^D . В табл. 9 и 10 указаны значения для величин $\frac{\Delta m_{LS}^{D-HH}}{\Delta m_{LS}^D}$ и $\frac{\Delta m_{LS}^{D-HW}}{\Delta m_{LS}^D}$ соответственно. Графические отображения отношений абсолютных значений вкладов представлены на рис. 14 и 15. Выбирались “токовые” значения масс s - и c -кварков (для вычисления абсолютных значений вкладов разумнее, однако, брать их “конституэнтные” массы - см. разд. 5.2).

Из приведенных таблиц видно, что, в отличие от системы нейтральных K -мезонов, вклады диаграмм МССМ II немалы даже в четырехфермионном приближении. При этом доминирующими являются отрицательные вклады от HH -диаграмм, которые достигают пиковых значений при больших $\text{tg}\beta$ и малых m_{H^\pm} и резко усиливают вклады от HW -диаграмм, также идущие со знаком “минус”, подавляя вклады от WW -диаграмм СМ. В противоположность системам нейтральных каонов для легких нейтральных очарованных мезонов придется, вероятно, ограничивать пространство параметров МССМ II со стороны больших значений $\text{tg}\beta > 20$ (“запрещенные” области отмечены цветом, в отличие от черной “разрешенной” области).

В табл. 11 приведены численные значения абсолютной величины косвенного CP -нарушения в рассматриваемой системе. Перекрестные вклады от диаграмм с обменом одним заряженным скалярным и одним заряженным векторными бо-

Таблица 9: Отношение $\frac{\Delta m_{LS}^{D-HH}}{\Delta m_{LS}^{D-tot}}$ вкладов HH -диаграмм с обменом двумя заряженными скалярами к величине суммарного расщепления от диаграмм всех трех типов в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$). На пересечении строк и столбцов указано абсолютное значение отношения, выраженное в процентах. Все вклады от HH -диаграмм — отрицательные.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	0.14	2.29	13.15	61.54	$4 \cdot 10^3$	186.32	130.00	113.91	103.91
75	0.06	0.99	5.31	19.37	68.11	636.17	252.13	151.42	114.37
100	0.03	0.55	2.90	9.87	28.57	88.13	770.58	283.38	133.33
125	0.02	0.35	1.83	6.05	16.35	41.75	123.63	$2 \cdot 10^3$	170.12
150	0.02	0.25	1.26	4.11	10.57	25.39	60.94	188.14	257.23
175	0.01	0.18	0.92	2.98	7.63	17.35	38.09	90.25	652.81
200	0.01	0.14	0.70	2.26	5.72	12.71	26.59	56.38	839.83
250	0.01	0.09	0.45	1.43	3.58	7.74	15.41	29.65	129.34
300	0.00	0.06	0.31	0.99	2.47	5.23	10.18	18.77	63.54
350	0.00	0.04	0.23	0.72	1.79	3.79	7.26	13.09	39.68
400	0.00	0.03	0.17	0.54	1.36	2.87	5.48	9.70	27.68
450	0.00	0.03	0.14	0.45	1.07	2.25	4.26	7.50	20.61
500	0.00	0.02	0.11	0.35	0.87	1.81	3.42	5.98	16.04
750	0.00	0.02	0.05	0.16	0.37	0.80	1.49	2.57	6.52
1000	0.00	0.01	0.02	0.09	0.21	0.45	0.83	1.43	3.56

зонами вносят существенный вклад в $|\varepsilon_{LS}^{tot-D}|$ в той же области пространства параметров МССМ II, для которой характерны большие величины расщепления масс (малые m_{H^\pm} и большие $\text{tg}\beta$). В первом приближении можно считать величину косвенного CP -нарушения в отмеченной области полностью определяемой HW -диаграммами. Действительно, используя параметризацию Вулфенштейна для ККМ-матрицы, мы получаем:

$$V_{us} = \lambda,$$

$$V_{cs} = 1 - \frac{\lambda^2}{2},$$

где λ — вещественный параметр. Поскольку произведение представленных выше 2-х матричных элементов исчерпывает выражения для Δm_{LS}^{D-WW} и Δm_{LS}^{D-HH} (см. разд 1. и 3.3 главы II), то основное нарушение в этом случае идет от неглавного (но существенного) слагаемого в амплитуде HW -диаграммы. Таким обра-

Таблица 10: Отношение $\frac{\Delta m_{LS}^{D-HW}}{\Delta m_{LS}^D}$ вкладов HW -диаграмм с обменом двумя заряженными скалярами к величине суммарного расщепления от диаграмм всех трех типов в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$). На пересечении строк и столбцов указано абсолютное значение отношения, выраженное в процентах. Отметим: все вклады от HW -диаграмм являются отрицательными.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	0.49	2.05	5.22	13.74	603.42	18.49	9.48	6.36	3.71
75	0.24	0.97	2.31	4.74	10.46	69.21	20.13	9.25	4.47
100	0.14	0.58	1.34	2.56	4.75	10.17	65.33	18.39	5.54
125	0.10	0.38	0.88	1.64	2.84	5.03	10.95	152.23	7.39
150	0.07	0.28	0.63	1.15	1.93	3.17	5.59	13.21	11.56
175	0.05	0.21	0.47	0.86	1.41	2.23	3.60	6.52	30.19
200	0.04	0.16	0.37	0.67	1.08	1.67	2.57	4.17	39.78
250	0.03	0.11	0.24	0.44	0.70	1.06	1.55	2.28	6.37
300	0.02	0.08	0.18	0.31	0.50	0.74	1.05	1.49	3.23
350	0.01	0.06	0.13	0.24	0.37	0.55	0.77	1.07	2.07
400	0.01	0.05	0.10	0.18	0.29	0.42	0.59	0.81	1.47
450	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.34	0.47	0.64	1.12
500	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.28	0.38	0.51	0.88
750	0.00	0.01	0.03	0.06	0.09	0.13	0.18	0.23	0.38
1000	0.00	0.01	0.02	0.03	0.05	0.08	0.10	0.14	0.22

зом, CP -нарушение в этой системе оказывается Кабиббо-подавленным, как и должно быть в СМ.

Таблица 11: Зависимость абсолютной величины косвенного нарушения CP -инвариантности в системе D^0 -мезонов ($|\varepsilon_{LS}^{tot-D}|$) от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$). На пересечении строк и столбцов значение $|\varepsilon_{LS}^{tot-D}| \cdot 10^{-3}$.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	0.88	3.54	7.48	11.14	12.77	12.27	10.71	9.00	6.23
75	0.46	1.85	4.05	6.62	8.75	9.77	9.66	8.85	6.75
100	0.29	1.15	2.55	4.32	6.10	7.44	8.04	7.96	6.71
125	0.20	0.79	1.77	3.06	4.44	5.70	6.55	6.90	6.38
150	0.15	0.58	1.30	2.26	3.37	4.47	5.34	5.88	5.91
175	0.11	0.45	1.00	1.75	2.64	3.56	4.39	5.01	5.39
200	0.09	0.35	0.79	1.40	2.12	2.91	3.66	4.28	4.88
250	0.06	0.24	0.54	0.95	1.46	2.04	2.63	3.19	3.95
300	0.04	0.17	0.39	0.69	1.07	1.51	1.98	2.45	3.21
350	0.03	0.13	0.30	0.53	0.82	1.16	1.54	1.93	2.63
400	0.03	0.11	0.24	0.42	0.65	0.92	1.23	1.56	2.19
450	0.02	0.09	0.19	0.34	0.53	0.75	1.01	1.28	1.84
500	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.63	0.84	1.08	1.57
750	0.01	0.03	0.08	0.14	0.21	0.31	0.41	0.54	0.81
1000	0.01	0.02	0.05	0.08	0.13	0.18	0.25	0.32	0.49

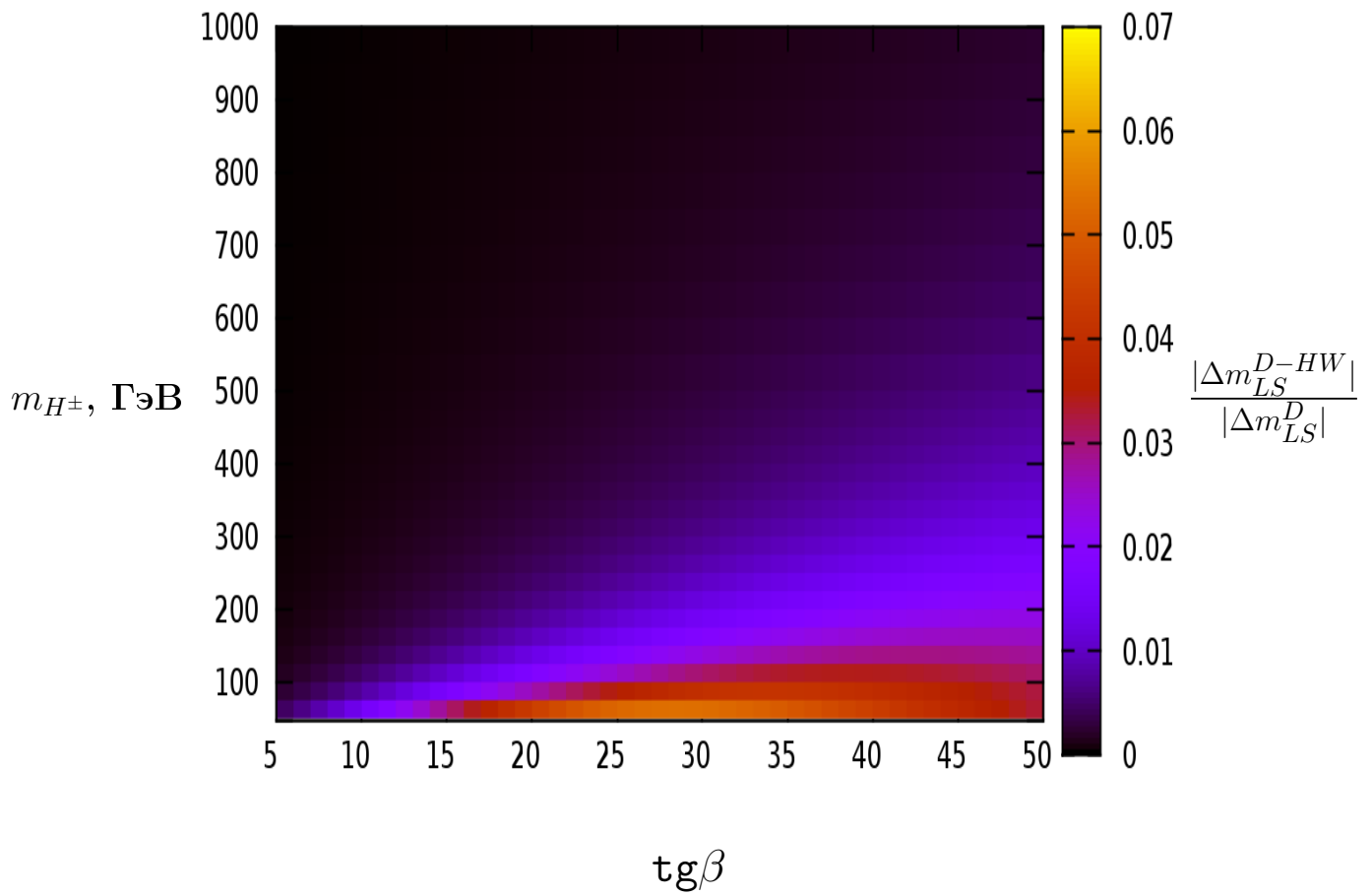


Рис. 14: Отношение $\frac{|\Delta m_{LS}^{D-HW}|}{|\Delta m_{LS}^D|}$ вкладов HW -диаграмм с обменом одним заряженным скаляром к величине суммарного расщепления от диаграмм всех трех типов в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$).

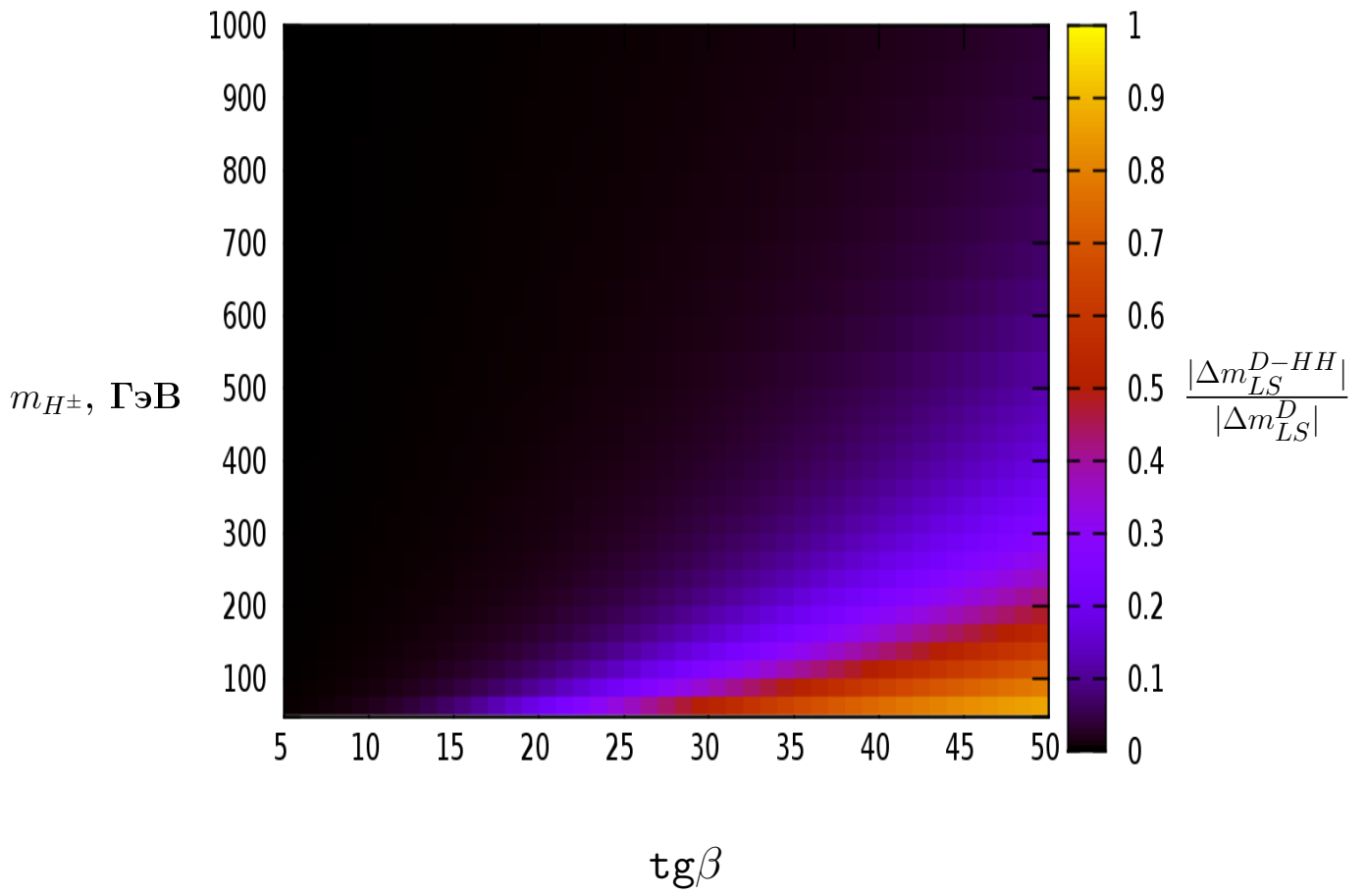


Рис. 15: Отношение $\frac{|\Delta m_{LS}^{D-HH}|}{|\Delta m_{LS}^D|}$ вкладов HH -диаграмм с обменом двумя заряженными скалярами к величине суммарного расщепления от диаграмм всех трех типов в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$).

5.5 $B_{d,s}^0$ -мезоны

При рассмотрении B -мезонов мы остановимся только на численном анализе результатов точного расчета. Четырехфермионное приближение было подробнее рассмотрено в предыдущих статьях авторов (в т.ч. в работе, находящейся на момент публикации данного препринта в печати журнала “Вестник МГУ. Серия Физика”). Численные оценки ограничения пространства параметров МССМ II, полученные в указанных работах, остаются справедливыми практически без изменений.

5.5.1 B_d^0 -мезоны

Величина расщепления масс в системе B_d^0 -мезонов в зависимости от параметров МССМ II представлена в табл. 12 и на рис. 16.

Из приведенных данных видно, что рассматриваемая зависимость является общей по своей структуре с аналогичной зависимостью для расщепления масс, наблюдаемого в системе нейтральных каонов (см. табл. 7 и рис. 12 для точного расчета), что не должно удивлять, так как мы используем те же выражения (42), (43) и (44), заменяя массы нижних кварков в соответствии с модификациями внутренних фермионных линий. Также очевидным является и отличие данной системы от нейтральных D -мезонов, где происходит перемешивание не нижних, а верхних кварков. Неизменными остаются и зависимости отдельных вкладов от управляющих параметров МССМ II.

Интересными, однако, представляются количественные соотношения между вкладами различного типа в конечную величину расщепления масс. В системе K^0 -мезонов между ними соблюдается четкая иерархия с доминированием HW -диаграмм над HG -диаграммами, а последних — над HH -вкладами (см. Приложение С). Для B_d -мезонов ситуация существенно меняется, так как HH - и HW -вклады примерно равны по порядку величины, а диаграммы с нефизическими скалярами, наоборот, существенно подавлены (на два-три порядка). При этом в области малых и средних m_{H^\pm} и средних значений $\text{tg}\beta \approx 25 - 30$ доминируют вклады от обменов двумя заряженными скалярами, но при больших значениях m_{H^\pm} HH -вклад стремительно спадает, и с ним начинают конкурировать вклады от HW -диаграмм, которые в области тяжелых скаляров дают

величины на один-два порядка больше HH -вкладов, но с положительными знаками. В области больших $\text{tg}\beta > 40$ и малых значений массы заряженного скаляра, вклад от HW -диаграмм, однако, меняет знак, что приводит к убыванию суммарного значения расщепления масс ниже значения WW -диаграмм СМ. Общей, по-прежнему, является тенденция к подавлению суммарной величины расщепления масс с ростом $\text{tg}\beta$, однако она ярко выражена лишь в области малых $\text{tg}\beta < 10$, а при больших значениях этого параметра все виды вкладов практически перестают зависеть от дальнейшего его изменения.

Таблица 12: Расщепление масс нейтральных B_d -мезонов в вакууме в рамках МССМ II в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса и отношения вакуумных средних двух скалярных дублетов в хиггсовском секторе. Точный расчет. На пересечении строк и столбцов указано значение $\Delta m_{LS}^{B_d-ex}$, выраженное в 10^{-13} . ГэВ. Обозначения соответствуют обозначениям табл. 26.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	3.351	3.333	3.329	3.328	3.327	3.327	3.326	3.325	3.324
75	3.350	3.333	3.330	3.329	3.329	3.328	3.328	3.327	3.326
100	3.349	3.334	3.331	3.330	3.329	3.329	3.328	3.328	3.327
125	3.347	3.334	3.331	3.330	3.330	3.329	3.329	3.329	3.328
150	3.346	3.334	3.331	3.330	3.330	3.330	3.329	3.329	3.328
175	3.345	3.333	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.329	3.329
200	3.344	3.333	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.330	3.329
250	3.342	3.333	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.330	3.329
300	3.340	3.333	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.330	3.330
350	3.339	3.332	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.330	3.330
400	3.338	3.332	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.330	3.330
450	3.337	3.332	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.330	3.330
500	3.336	3.332	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.330	3.330
750	3.334	3.331	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.330	3.330
1000	3.333	3.331	3.331	3.330	3.330	3.330	3.330	3.330	3.330

Ограничения, которые можно получить из рассмотрения расщепления масс в системе нейтральных B_d -мезонов при достигнутой на настоящий момент экспериментальной точности, являются менее строгими, чем получаемые в системах нейтральных каонов. Резкие ограничения со стороны малых величин отношения вакуумных средних можно получить лишь в области $\text{tg}\beta < 5$. В частности, полностью исключенной (т.е. по всему спектру заряженных скаляров) оказы-

вается область плоскости $(m_{H^\pm}, \text{tg}\beta)$ при $\text{tg}\beta < 2$ (различимость $\kappa > 97.5\%$ при статистической достоверности $\zeta > 2\sigma$). В диапазоне $2 < \text{tg}\beta < 4.5$, граница исключаемых данных стремительно уменьшается по m_{H^\pm} с ростом $\text{tg}\beta$. В области $\text{tg}\beta > 4.5$ разрешенным оказывается почти весь спектр значений m_{H^\pm} (достоверность обнаружения $\zeta < 0.5\sigma$ при различимости $\kappa < 70\%$).

Абсолютная величина косвенного нарушения CP -инвариантности $|\varepsilon_{B_d}|$, которая является второстепенной характеристикой процессов CP -нарушения для нейтральных B_s -мезонов (в отличие от определяемой через нее асимметрии полупертоновых распадов), практически не испытывает влияния вкладов МССМ II. Ее центральное (СМ) значение равно $3.632 \cdot 10^{-1}$ и незначительно меняется за счет вкладов от HW -, HG - и HH -диаграмм только в третьем знаке после запятой.

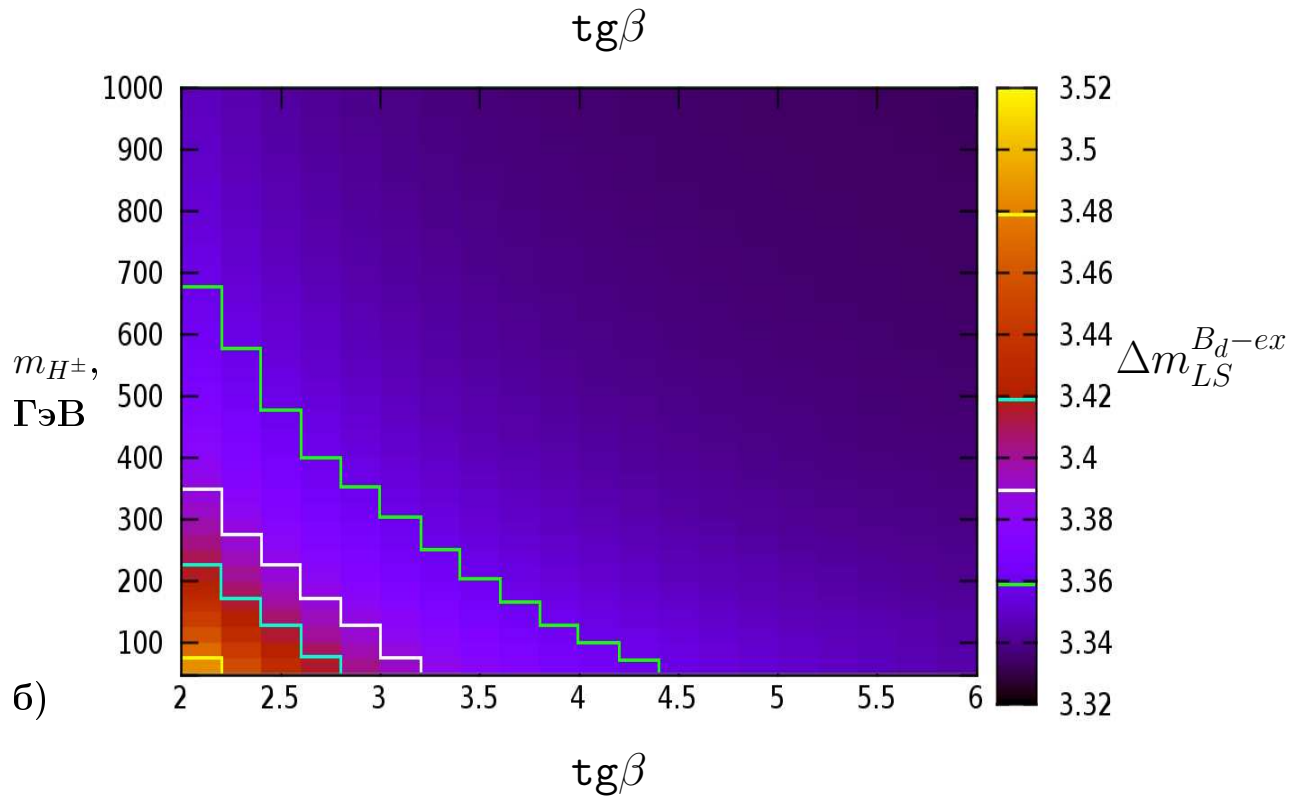
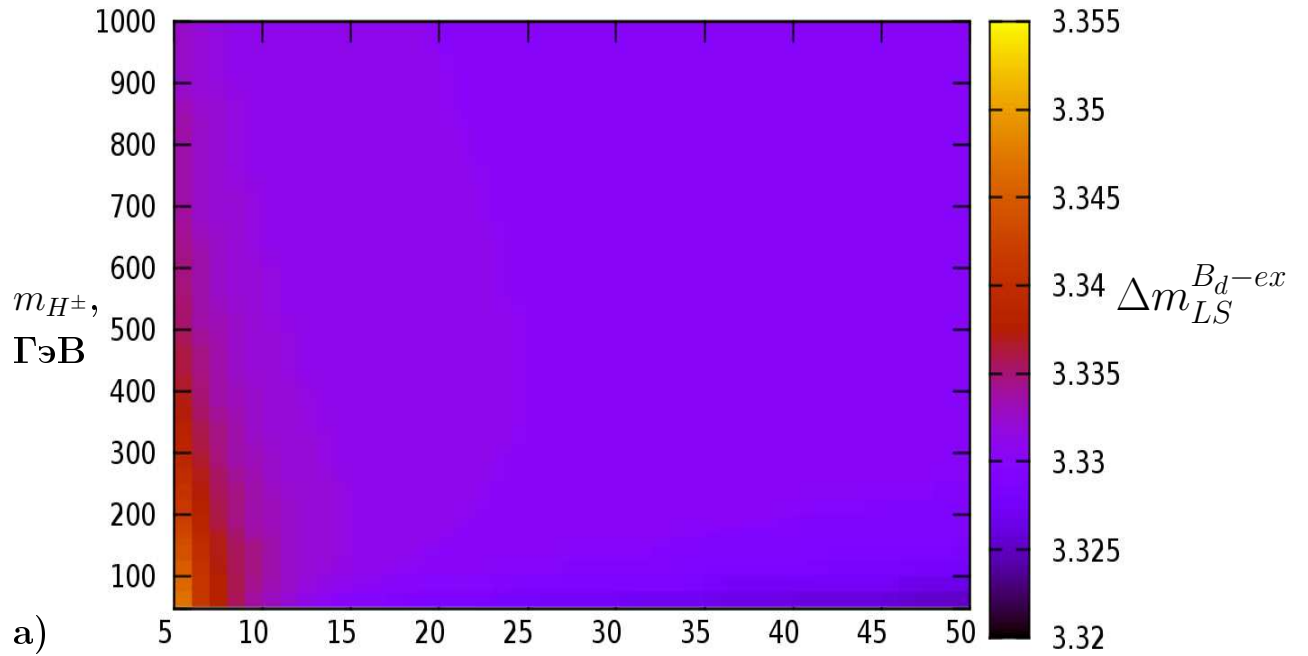


Рис. 16: Зависимость величины расщепления масс нейтральных B_d ($\Delta m_{LS}^{B_d-ex}$), выраженной в 10^{-13} ГэВ, от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$) при выполнении точного расчета в двух областях плоскости $(m_{H^\pm}, \text{tg}\beta)$. Зеленый контур соответствует отклонению в 1σ от $\Delta m_{LS}^{B_d(exp)} = (3.33 \pm 0.03) \cdot 10^{-13}$ ГэВ, белый — 2σ , голубой — 3σ , а желтый — 5σ .

5.5.2 B_s^0 -мезоны

В нижеследующих таблицах и на графике рис. 17 представлены основные характеристики смешивания в системе B_s^0 -мезонов. Качественное поведение величин $\Delta m_{LS}^{B_s-exact}$ и $|\varepsilon_{LS}^{tot-B_s}| \cdot 10^{-2}$ ничем не отличается от похожих зависимостей, рассмотренных ранее для нейтральных каонов или легчайших нейтральных B -мезонов.

Таблица 13: Расщепление масс нейтральных B_s -мезонов в вакууме в рамках СМ и МССМ II в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса и отношения вакуумных средних двух скалярных дублетов в хиггсовском секторе. Точный расчет. На пересечении строк и столбцов указано значение $\Delta m_{LS}^{B_s-ex}$, выраженное в 10^{-12} . ГэВ.

m_{H^\pm} (ГэВ) / $\text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	11.76	11.67	11.65	11.62	11.60	11.57	11.55	11.52	11.47
75	11.76	11.68	11.65	11.64	11.61	11.59	11.57	11.54	11.48
100	11.75	11.68	11.66	11.64	11.63	11.61	11.58	11.56	11.50
125	11.75	11.68	11.66	11.65	11.64	11.62	11.60	11.58	11.53
150	11.74	11.68	11.67	11.65	11.64	11.63	11.61	11.59	11.55
175	11.74	11.68	11.67	11.66	11.65	11.64	11.62	11.61	11.57
200	11.73	11.68	11.67	11.66	11.65	11.64	11.63	11.62	11.59
250	11.72	11.68	11.67	11.66	11.66	11.65	11.64	11.63	11.61
300	11.72	11.68	11.67	11.67	11.66	11.65	11.65	11.64	11.62
350	11.71	11.68	11.67	11.67	11.66	11.66	11.65	11.65	11.63
400	11.71	11.68	11.67	11.67	11.67	11.66	11.66	11.65	11.64
450	11.70	11.68	11.67	11.67	11.67	11.66	11.66	11.66	11.65
500	11.69	11.68	11.67	11.67	11.67	11.66	11.66	11.66	11.65
750	11.69	11.68	11.67	11.67	11.67	11.67	11.67	11.67	11.66
1000	11.68	11.68	11.67	11.67	11.67	11.67	11.67	11.67	11.67

Имеются, однако, определенные количественные отличия, выделяющие систему B_s^0 -мезонов из подобных ей систем с нижними кварками на виртуальных фермионных линиях. Основной особенностью настоящей системы является усиленная зависимость величины вкладов от значения массы заряженных скаляров, что особенно ярко проявляется в табл. 13 и 15. Помимо характерной для всех трех систем (B_d^0 , B_s^0 и K^0) области малых $\text{tg}\beta < 5$, в которой немалые амплитуды HW -диаграмм имеют положительный знак и приводят к существенному расхождению с опытными данными (за пределами 1σ), появляется новый

участок плоскости $\text{tg}\beta$, m_{H^\pm} при значительных значениях $\text{tg}\beta > 30$ и малых величинах $m_{H^\pm} < 150$ ГэВ, в котором вклады “новой” физики также значительны, но имеют уже отрицательный знак (отмечены курсивом в табл. 13). Примечательно, что примерно при тех же значениях контролирующих параметров начинаются отклонения от значения СМ и в рамках четырехфермионного приближения. При этом при $\text{tg}\beta > 40$ и малых величинах $m_{H^\pm} < 125$ ГэВ вклады МССМ II становятся достаточно различимыми: различимость $\kappa > 92\%$ при статистической достоверности $\zeta > \sqrt{2}\sigma$. Появление значительных вкладов со знаком минус связано с переходом от приближения (39) к аппроксимации (40) как раз на участке $\text{tg}\beta > 30$ и в области легких скаляров.

Любопытным источником информации об относительном значении вкладов МССМ II для различных систем может служить отношение величин расщепления масс для B_s^0 - и B_d^0 -мезонов в зависимости от управляющих параметров МССМ II, отображенное в табл. 14 и на рис. 17. Хорошо заметно отклонение $\frac{\Delta m_{B_s}^0}{\Delta m_{B_d}^0}$ от значения указанного отношения для СМ ($\frac{\Delta m_{B_s}^{exp}}{\Delta m_{B_d}^{exp}} = 35.05$) в отмеченной уже “плохой” области $\text{tg}\beta > 30$ и $m_{H^\pm} < 150$ ГэВ. Характерно также, что при $\text{tg}\beta \rightarrow +\infty$ отношение расщеплений стремится к своему опытному значению в области тяжелых заряженных скаляров, но не легких. Данные отклонения могут быть использованы в дальнейшем для анализа возможных отклонений от предсказаний СМ в области больших $\text{tg}\beta$, где вклады диаграмм МССМ в конкурирующих системах (за исключением D -мезонов) являются подавленными. Необходимо также отметить, что значение отношения $\frac{\Delta m_{B_s}^{exp}}{\Delta m_{B_d}^{exp}} = 35.05$ значительно отличается от отношения вкладов WW -диаграмм на коротких расстояниях (приближение ТВ) — $\frac{\Delta m_{B_s}^{WW}}{\Delta m_{B_d}^{WW}} = 44.20$ — что свидетельствуют о важности существенно пертурбативных вкладов от больших расстояний.

Данные таблицы 15 можно использовать для расчета величин CP -асимметрии в полупертоновых распадах в первом приближении по ε_{B_s} . Величина $|\varepsilon_{B_s}|$ не является основной характеристикой процессов нарушения CP -инвариантности в системах $B_{d,s}$ -мезонов, что связано с приближением относительной фазы физических состояний $\phi_{B_{LS}}$ к 90 градусам (для нейтральных каонов она равна 45°); вместо нее используется переменная A_{SL} (см. подробнее разд. 4.5).

Из табл. 15 видно, что значения ε_{B_s} группируются вокруг $1.0 \cdot 10^{-2}$. Выбирая

Таблица 14: Отношение величин расщепления масс $\left(\frac{\Delta m_{B_s}^{tot}}{\Delta m_{B_d}^{tot}}\right)$ в системах нейтральных B -мезонов в случае точного расчета с учетом вкладов МССМ II. Экспериментальный результат: $\frac{\Delta m_{B_s}^{exp}}{\Delta m_{B_d}^{exp}} = 35.05$.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	35.10	35.03	34.98	34.92	34.86	34.79	34.71	34.64	34.50
75	35.10	35.03	34.99	34.95	34.89	34.83	34.76	34.68	34.50
100	35.09	35.04	35.01	34.97	34.92	34.87	34.81	34.74	34.58
125	35.09	35.04	35.01	34.98	34.95	34.90	34.85	34.79	34.65
150	35.09	35.04	35.02	34.99	34.96	34.92	34.88	34.83	34.71
175	35.09	35.05	35.03	35.00	34.98	34.94	34.91	34.86	34.76
200	35.08	35.05	35.03	35.01	34.99	34.96	34.93	34.89	34.80
250	35.08	35.05	35.04	35.02	35.00	34.98	34.96	34.93	34.86
300	35.07	35.05	35.04	35.03	35.01	35.00	34.98	34.96	34.90
350	35.07	35.05	35.04	35.03	35.02	35.01	34.99	34.98	34.93
400	35.07	35.05	35.04	35.04	35.03	35.02	34.00	34.99	34.95
450	35.07	35.05	35.04	35.04	35.03	35.02	34.01	35.13	34.97
500	35.06	35.05	35.04	35.04	35.03	35.03	34.02	35.14	34.98
750	35.06	35.05	35.05	35.04	35.04	35.04	34.03	35.17	35.02
1000	35.06	35.05	35.05	35.05	35.04	35.04	34.04	35.19	35.03

данное значение в качестве центрального можно оценить величину:

$$A_{SL}^{B_s} \approx 1 - |q/p|^2 \approx \text{Im} \left(\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right) \approx 0.7 \cdot 10^{-4},$$

где учтено, что (из соотношений между величинами Γ , $\Delta\Gamma_{LS}$, Δm_{LS}) $\phi_{B_{LS}} \approx 89^\circ$, а также определение величины ε , приведенное выше. Полученное теоретическое ограничение на величину зарядовой асимметрии полулептонных распадов значительно (на два-три порядка) уступает экспериментальному ограничению $A_{SL}^s = -0.0030 \pm 0.0101$. Потребуется дополнительные исследования на мезонных фабриках и коллайдерах нового поколения для того, чтобы приблизиться к теоретическому ограничению для A_{SL}^s ; в настоящее время получить ограничения для пространства параметров МССМ на основе анализа зарядовой асимметрии не представляется возможным.

Таблица 15: Зависимость абсолютной величины косвенного нарушения CP -инвариантности в системе B_s^0 -мезонов ($|\varepsilon_{LS}^{tot-B_s}|$) от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$). На пересечении строк и столбцов значение $|\varepsilon_{LS}^{tot-B_s}| \cdot 10^{-2}$.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	1.03	1.07	1.07	1.05	1.03	1.00	0.96	0.92	0.82
75	1.03	1.08	1.07	1.06	1.04	1.02	0.99	0.96	0.88
100	1.04	1.08	1.08	1.07	1.05	1.03	1.00	0.98	0.92
125	1.04	1.08	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03	1.00	0.95
150	1.05	1.08	1.08	1.08	1.07	1.05	1.04	1.02	0.98
175	1.05	1.08	1.08	1.08	1.07	1.06	1.05	1.03	0.99
200	1.05	1.08	1.09	1.08	1.07	1.07	1.06	1.04	1.01
250	1.06	1.09	1.09	1.09	1.08	1.07	1.07	1.05	1.03
300	1.07	1.09	1.09	1.09	1.08	1.08	1.08	1.06	1.05
350	1.07	1.09	1.09	1.09	1.09	1.08	1.08	1.07	1.06
400	1.07	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.08	1.08	1.06
450	1.08	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.08	1.07
500	1.08	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.08	1.07
750	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09
1000	1.09	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.09	1.09	1.09

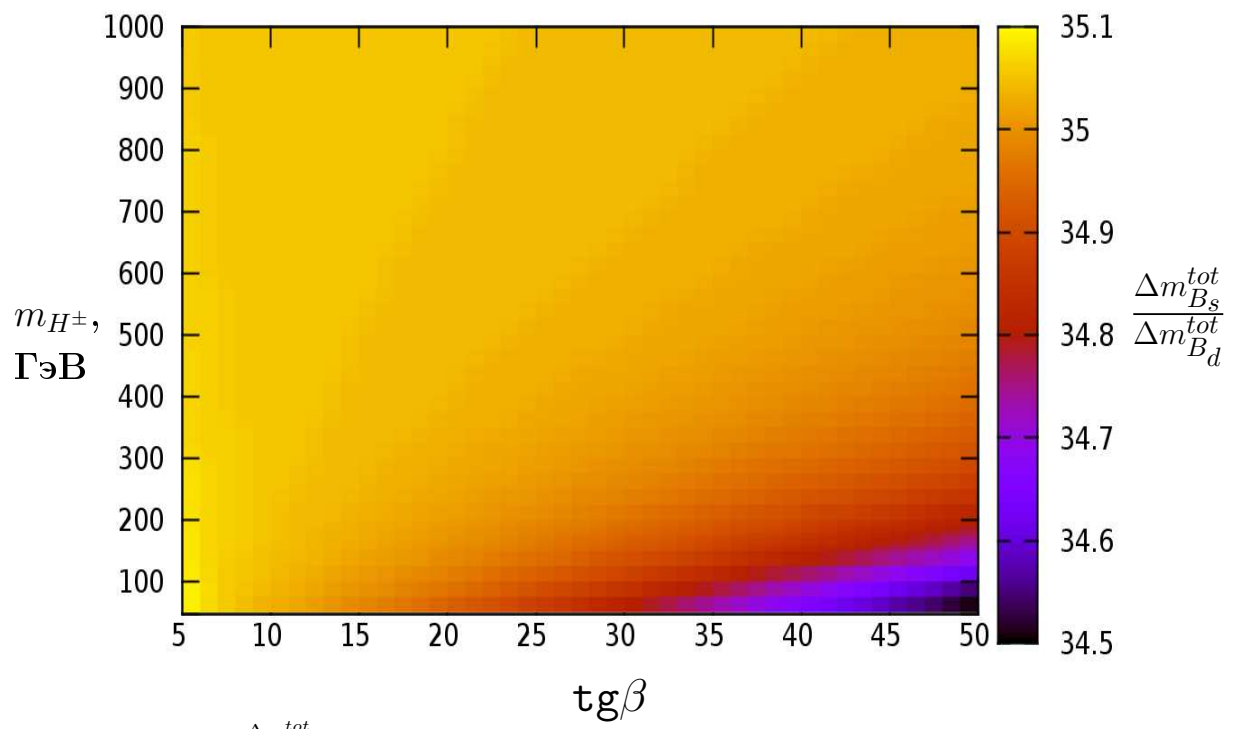


Рис. 17: Отношение $\frac{\Delta m_{B_s}^{tot}}{\Delta m_{B_d}^{tot}}$ в зависимости от массы заряженного бозона Хиггса (m_{H^\pm}) и отношения вакуумных средних скалярных дублетов модели ($\text{tg}\beta$) при выполнении точного расчета.

6 Заключение

В настоящей работе рассмотрен сценарий “отщепления” тяжелых скаляров (‘decoupling limit’) минимальной суперсимметричной модели с юкавским сектором типа II (МССМ II) и явным нарушением CP -инвариантности в эффективном хиггсовском потенциале на масштабе масс m_t . В рамках эффективной теории потенциал МССМ (5), явно описывающий взаимодействия суперчастиц и бозонов Хиггса на масштабе масс больших, чем M_{SUSY} , на меньшем масштабе масс порядка m_t заменяется на эффективный “остаток”, включающий лагранжевы члены вида стандартной модели с двухдублетным хиггсовским сектором. Лагранжевы члены, явно описывающие взаимодействия суперчастиц (в том числе процессы с участием суперпартнеров, находящихся “на массовой поверхности”), опускаются. Эффективные параметры λ_i ($i=1, \dots, 7$) двухдублетного потенциала при этом учитывают существование тяжелых суперчастиц, поскольку содержат однопетлевые квантовые поправки за счет обменов суперпартнерами кварков третьего поколения и зависят от параметров сектора “скалярные кварки — бозоны Хиггса” (9), а также масс скалярных кварков порядка M_{SUSY} , которые играют роль ультрафиолетовых регуляторов. Представленная модель допускает существование достаточно легкого заряженного бозона Хиггса $m_{H^\pm} \sim 50$ ГэВ, обмены которым могли бы вносить нестандартные вклады в слабое смешивание нейтральных мезонов.

В рамках эффективного низкоэнергетического приближения ($k^2 \gg p_i^2$) в МССМ II вычислены основные величины, характеризующие смешивание нейтральных K , $B_{d,s}$ и D -мезонов в вакууме — разница масс физических состояний в каждой из четырех систем, а также абсолютная величина косвенного нарушения CP -симметрии $|\varepsilon_i|$. Анализ показывает, что в четырехфермионном приближении вклад диаграмм МССМ II в смешивание K -мезонов мал, т.е. основной вклад в расщепление масс $\Delta m_{LS}^{K-approx}$ и в параметр смешивания $|\varepsilon^{K-approx}|$ определяются стандартным вкладом WW -диаграмм. В широкой области значений m_{H^\pm} и $\text{tg}\beta$ поправки к расщеплению масс в СМ являются пренебрежимо малыми и находятся за пределами точности экспериментальных методов наблюдения.

Точный расчет (в рамках которого мы учитываем зависимость от петлево-

го импульса в знаменателях виртуальных бозонов), не выявляет существенно-го отклонения от результатов четырехфермионного приближения. Численный анализ аналитических выражений (см. разд. 4.2 и прил. С), проведенный в разд. 5.3., позволяет ограничить доступную область пространства параметров МССМ II. В частности, исключается практически весь спектр заряженных скаляров при малых $\text{tg}\beta < 5$. В области больших значений $5 < \text{tg}\beta < 15$ спектр возможных масс заряженных бозонов Хиггса расширяется (к меньшим значениям m_{H^\pm}) при росте $\text{tg}\beta$.

Аналогично, для систем $B_{d,s}^0$ -мезонов вклад диаграмм МССМ II в переходы $B^0-\bar{B}^0$ является малозначительным как при рассмотрении четырехфермионного приближения, так и при использовании точного расчета. Анализ численных данных подтверждает выводы, полученные для системы K^0 -мезонов, и исключает область пространства параметров МССМ II, соответствующую малым $\text{tg}\beta < 4$. Кроме того, по всей видимости, появляется участок легчайших скаляров $m_{H^\pm} < 125$ ГэВ, которой также генерирует вклады, значимые в сравнении с СМ, в области больших $\text{tg}\beta > 40$. Необходимо упомянуть о ключевом влиянии неопределенностей теоретического характера при определении значений пертурбативных и непертурбативных КХД-поправок. Отмеченные неопределенности существенно превосходят погрешности экспериментального определения рассматриваемых величин, что приводит к тому, что получаемыми численными ограничениями пространства параметров МССМ II необходимо оперировать с известной долей осторожности. Наиболее ярким примером этого является система нейтральных D -мезонов, в которой учет процессов на больших расстояниях приводит к увеличению значений физических наблюдаемых не менее чем на порядок.

Используемые приближения достаточно хорошо соотносятся с экспериментальными данными и адекватно отражают физику процесса при на малых расстояниях. Численный анализ полученных результатов проводился с активным использованием метода Битюкова—Красникова для анализа вероятности обнаружения вкладов “новой физики”, что позволило исследовать ограничения на пространство параметров МССМ со статистической точки зрения.

7 Приложение А

В этом приложении будет рассмотрен вопрос вычисления базовых интегралов по внутреннему импульсу k^μ в рамках четырехфермионного приближения, т.е. в рамках приближенного расчета HH - и HW -диаграмм.

7.1 Интегралы I_{11} и I_{12}

Начнем с простейшего из интегралов $I_{11}^{k_\mu k_\nu}(m_q^2)$. Исходное выражение для данного интеграла имеет вид:

$$I_{11}^{k_\mu k_\nu}(m_q^2) = \int \frac{d^4 k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i k^4 (k^2 - m_q^2)^2} = .$$

Преобразуем это соотношение при помощи метрического тензора $k^\mu k^\nu = \frac{g_{\mu\nu}}{4} \cdot k^2$, учитывая, что $d^4 k = \pi^2 k^2 dk^2$, и одновременно осуществляя поворот Вика от псевдоевклидового к евклидовому пространству, за счет изменения знака переменной интегрирования $k^2 = -\chi^2$. В результате получаем, продолжая исходное равенство:

$$= \frac{g_{\mu\nu}}{4} \cdot \frac{-i\pi^2}{(2\pi)^4} \cdot \int \frac{d\chi^2}{i \cdot (\chi^2 + m_q^2)^2} = .$$

Производим замену переменной интегрирования на линейную: $\chi^2 = t$ (одновременно подставляем $a = m_q^2$), и учитываем, что при этом изменяются пределы интегрирования:

$$= -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(t+a)^2} = -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2 m_q^2}.$$

Данный интеграл является, очевидно, сходящимся.

Аналогично для I_{12} получаем следующую цепочку равенств:

$$\begin{aligned} I_{11}^{k_\mu k_\nu}(m_{q_1}^2, m_{q_2}^2) &= \int \frac{d^4 k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i k^4 (k^2 - m_{q_1}^2)(k^2 - m_{q_2}^2)} = \\ &= \frac{g_{\mu\nu}}{4} \cdot \frac{-i\pi^2}{(2\pi)^4} \cdot \int \frac{d\chi^2}{i \cdot (\chi^2 + m_{q_1}^2)(\chi^2 + m_{q_2}^2)} = \\ &= -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(t+a)(t+b)} = -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \cdot \frac{1}{m_{q_2}^2 - m_{q_1}^2} \cdot \ln \left(\frac{m_{q_2}^2}{m_{q_1}^2} \right). \end{aligned}$$

Этот интеграл также сходится.

7.2 Интегралы I_{21} и I_{31}

Перейдем к рассмотрению расходящихся интегралов и вычислим их для случая одинаковых кварков по “верхней” и “нижней” фермионным линиям.

Интеграл для $I_{21}^{k_\mu k_\nu}(m_q^2)$ можно первоначально записать в следующем виде:

$$I_{21}^{k_\mu k_\nu}(m_q^2) = \int \frac{d^4 k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i k^2 (k^2 - m_q^2)^2} =$$

Обратим внимание на то, что в данном случае ГИМ-механизм, основанный на унитарности ККМ-матрицы, уже не действует в полной мере. Это связано с тем, что вершинные множители для юкавского взаимодействия содержат массы и нижних, и верхних кварков. Последнее приводит к тому, что лишь одно из слагаемых, получаемых при перемножении двух вершинных множителей, не даст зависимости от m_q , $q = \{u, c, t\}$ в числителе соответствующей ей дроби, и к нему можно будет, путем вычитания нуля, применить механизм компенсации вкладов. Этому слагаемому соответствуют как раз интегралы I_{11} и I_{12} , знаменатель интеграндов которых пропорционален 8-й степени по k . Интегралы I_{21} и I_{22} соответствуют перекрестным членам, когда к одной из фермионных линий возможно применить ГИМ-механизм и увеличить степень знаменателя на 2 по k , а к другой нет.

После поворота Вика и перехода к интегрированию по одной переменной получаем:

$$= \frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{t dt}{(t+a)(t+b)} =$$

Воспользуемся табличным [56] интегралом

$$\int \frac{x dx}{z_1^2} = \frac{a}{b^2 z_1} + \frac{1}{b^2} \ln z_1,$$

где $z_1 = a + bx$. В нашем случае: $a = a$, $b = 1$, следовательно в наших переменных:

$$\int \frac{x dx}{z_1^2} = \frac{a}{t+a} + \ln(t+a)$$

и для исходного интеграла получаем

$$= \frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \left[\frac{a}{t+a} + \ln(t+a) \right] \Big|_0^\infty = \frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \left[\ln \left(\frac{\Lambda + m_q^2}{m_q^2} \right) - \frac{\Lambda}{\Lambda + m_q^2} \right],$$

где Λ — параметр обрезания расходящегося интеграла. Интеграл является расходящимся логарифмически (по параметру обрезания, который полагается равным квадрату “массы обрезания”, так как мы интегрируем не по импульсу, а по его квадрату) при $\Lambda \longrightarrow +\infty$. Очевидно, аналогичное поведение будет характерно и для интеграла I_{22} , хотя из-за неравенства масс верхних кварков на разных линиях конечное выражение будет чуть более громоздким.

Исследуем теперь интеграл I_{31} . Его исходная форма

$$I_{31}^{k_\mu k_\nu}(m_q^2) = \int \frac{d^4k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i (k^2 - m_q^2)^2} =$$

говорит о том, что в данном случае ГИМ-механизм не работает ни для одной из фермионных линий. В результате этого мы лишаемся четвертой степени k в знаменателе нашего интегранда, что ведет к расходимости конечного выражения, причем уже из вида интегранда и его сравнения с интеграндом для I_{21} видно, что интеграл I_{31} будет расходиться линейно (по Λ). Действительно,

$$= -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{t^2 dt}{(t+a)(t+b)} =$$

Далее мы пользуемся табличным интегралом:

$$\int \frac{x dx}{z_1^2} = \frac{x}{b^2} - \frac{a^2}{b^3 z_1} - \frac{2a}{b^3} \ln z_1,$$

где $z_1 = a + bx$. В нашем случае: $a = a$, $b = 1$, откуда в текущих переменных:

$$\int \frac{x dx}{z_1^2} = \frac{t^2 + at - a^2}{t+a} - 2a \ln(t+a),$$

и для исходного интеграла получаем

$$= -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \left[\frac{t^2 + at - a^2}{t+a} - 2a \ln(t+a) \right] \Big|_0^\infty = -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \left[\Lambda \frac{\Lambda + 2m_q^2}{\Lambda + m_q^2} + 2m_q^2 \ln \left(\frac{m_q^2}{\Lambda + m_q^2} \right) \right].$$

Наше предположение о линейной расходимости I_{31} при $\Lambda \longrightarrow +\infty$ получает, тем самым, свое подтверждение. Аналогичное, но более громоздкое выражение может быть получено и для I_{32} .

Интегралы I_{41} и I_{42} рассчитываются в точной аналогии с I_{21} и I_{22} , однако конечные выражение будут в 4 раза меньше из-за отсутствия в числителе интеграндов скалярного произведения петлевых импульсов.

8 Приложение Б

В настоящем приложении мы рассмотрим проблемы расчета интегралов по внутреннему петлевому импульсу k^μ без использования четырехфермионного приближения. В рамках точных вычислений мы используем “полные” выражения для бозонных пропагаторов, однако пренебрегаем внешними импульсами p_i , $i = 1, 2, 3, 4$ по сравнению с импульсом в петле (обрезание внешних “ног” диаграммы). Последнее позволяет избежать расчета “векторных” интегралов, линейных по k^μ (вида $\int f(k) \cdot k^\mu d^4k$), так как в конечном выражении для них будет входить внешний импульс p_μ , по нашему выбору полагаемый равным нулю.

Основным следствием учета k^μ в знаменателях бозонных пропагаторов становится, с одной стороны, точная сходимость интегралов в собственном смысле, а, с другой, повышение громоздкости проводимых вычислений. Мы подробно рассмотрим механизм вычисления интегралов на примере простейшего из них — J_{11}^{HH} .

8.1 Интеграл J_{11}^{HH}

Настоящий интеграл соответствует первому слагаемому в (42) для вклада от квадратных диаграмм типа $-ccHH-$ и $-ttHH-$. Исходное выражение для интеграла имеет вид:

$$J_{11}^{HH}(m_H^2, m_q^2) = \int \frac{d^4k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i k^4 \cdot (k^2 - m_H^2)^2 \cdot (k^2 - m_q^2)^2} = .$$

Анализируя поведение интеграла в зависимости от внутреннего импульса k^μ в петле и подсчитывая степени k в числителе и знаменателе интегранда, получаем, что (не забывая о том, что интегрирование идет по *квадрату* импульса в петле):

$$J_{11}^{HH}(m_H^2, m_q^2) \sim \frac{1}{k^8}.$$

Полезно сравнить данную оценку с оценками для интегралов приближенных вычислений:

$$I_{11} \sim I_{12} \sim \frac{1}{k^4}$$

$$I_{21} \sim I_{22} \sim I_{41} \sim I_{42} \sim \frac{1}{k^2}$$

$$I_{31} \sim I_{32} \sim 1$$

Проведем переобозначения $m_H^2 = a$ и m_q^2 , после чего осуществим поворот Вика и сведем интеграл по квадрату векторной величины к интегрированию по одной скалярной переменной

$$= -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(t+a)^2(t+b)^2} = .$$

В дальнейшем мы опустим фактор $\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2}$, перенеся его сразу в конечный ответ.

Преобразуем наше выражение к:

$$= -\frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(t^2 + (a+b)t + ab)^2} =$$

Воспользуемся табличным интегралом

$$\int \frac{dx}{R^2} = \frac{b+2cx}{\Delta R} + \frac{2c}{\Delta} \int \frac{dx}{R},$$

где $R = a + bx + cx^2$, $\Delta = 4ac - b^2$, а

$$\int \frac{dx}{R} = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \left(\frac{b+2cx - \sqrt{-\Delta}}{b+2cx + \sqrt{-\Delta}} \right), \quad \Delta < 0.$$

В нашем случае $a = ab$, $b = a + b$, $c = 1$, а, значит, $\Delta < 0$. Подставляя все величины в выражение для неопределенного интеграла, получаем:

$$\int \frac{dx}{R^2} = -\frac{a+b+2t}{(a-b)^2(t^2 + (a+b)t + ab)} - \frac{2}{(a-b)^3} \ln \left(\frac{b+t}{a+t} \right).$$

Переходя к пределу интегрирования снизу ($t = 0$) и сверху ($t = +\infty$), окончательно имеем:

$$J_{11}^{HH} = \left(\frac{m_H^2 + m_q^2}{m_H^2 m_q^2 (m_q^2 - m_H^2)^2} + \frac{2}{(m_q^2 - m_H^2)^3} \ln \left(\frac{m_H^2}{m_q^2} \right) \right).$$

Это же выражение можно написать через безразмерные переменные. Для этого введем следующие шесть параметров (см. также разд. 4.2.):

$$\xi_1 = \left(\frac{m_c}{m_W} \right)^2, \quad \xi_2 = \left(\frac{m_t}{m_W} \right)^2, \quad \xi_3 = \left(\frac{m_t}{m_c} \right)^2,$$

и

$$\xi_4 = \left(\frac{m_c}{m_H}\right)^2, \quad \xi_5 = \left(\frac{m_t}{m_H}\right)^2, \quad \xi_6 = \left(\frac{m_H}{m_W}\right)^2.$$

Тогда:

$$J_{11}^{HH}(m_c^2, m_t^2) = \frac{1}{m_H^6} \cdot \left(\frac{1 + \xi_{4,5}}{\xi_{4,5}(\xi_{4,5} - 1)^2} - \frac{2}{(\xi_{4,5} - 1)^3} \ln \xi_{4,5} \right). \quad (65)$$

В скобках в левой части равенства величины, от которых зависит значение интеграла, выписаны явно — в виде квадратов масс соответствующих частиц; в правой части они заменены на безразмерные переменные ξ_i . Здесь и далее масштабные факторы $m_H^{-2,4,6}$ уже включены в выражения (42, 43, 44).

Из выражения (65) видно, что интеграл J_{11}^{HH} сходится к действительной функции, имеющей полюса 2-го порядка в точках $m_H = m_q$. В окрестности особой точки выражение (65) можно разложить в ряд Лорана, однако исследование свойств этого ряда не входило в рамки настоящей работы. Можно также отметить, что функция J_{11}^{HH} по своей сути является частичным обобщением функций Высоцкого—Инами—Лима СМ на случай минимальной суперсимметрии.

8.2 Интегралы J_{21}^{HH} , J_{31}^{HH} и J_{41}^{HH}

Интегралы $J_{21,31}^{HH}$, также как и предыдущий, характеризуют процессы $-ccHH-$ и $-ttHH-$ (слагаемые 2, 3 и 4). Подсчитывая степени k в числителе и знаменателе интегранда, получаем:

$$J_{21}^{HH}(m_H^2, m_q^2) = \int \frac{d^4k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i k^2 \cdot (k^2 - m_H^2)^2 \cdot (k^2 - m_q^2)^2} \sim \frac{1}{k^6},$$

и

$$J_{31}^{HH}(m_H^2, m_q^2) = \int \frac{d^4k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i (k^2 - m_H^2)^2 \cdot (k^2 - m_q^2)^2} \sim \frac{1}{k^4}.$$

Как и в предыдущем случае, результаты расчетов удобно выразить в безразмерных величинах.

$$J_{21}^{HH}(m_c^2, m_t^2) = J_{41}^{HH}(m_c^2, m_t^2) = \frac{1}{m_H^4} \cdot \left(\frac{2}{(\xi_{4,5} - 1)^2} - \frac{1 + \xi_{4,5}}{(\xi_{4,5} - 1)^3} \ln \xi_{4,5} \right), \quad (66)$$

и

$$J_{31}^{HH}(m_c^2, m_t^2) = \frac{1}{m_H^2} \cdot \left(\frac{1 + \xi_{4,5}}{(\xi_{4,5} - 1)^2} - \frac{2\xi_{4,5}}{(\xi_{4,5} - 1)^3} \ln \xi_{4,5} \right). \quad (67)$$

8.3 Интегралы J_{12}^{HH} , J_{22}^{HH} , J_{32}^{HH} , J_{42}^{HH} , J_{11}^{HW} и J_{21}^{HW}

Особенностью следующих трех интегралов является то, что они включают в себя пропагаторы трех различных частиц (отличающихся по массам), а, следовательно, могут быть интерпретированы двояко, как относящиеся, с одной стороны, к диаграммам типа $-ctHH-$, а, с другой, к $-ccHW-$ и $-ttHW-$. Начнем с интегралов, соответствующих HH -диаграмме.

$$J_{12}^{HH}(m_H^2, m_c^2, m_t^2) = \int \frac{d^4k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i k^4 \cdot (k^2 - m_H^2)^2 \cdot (k^2 - m_c^2) \cdot (k^2 - m_t^2)} \sim \frac{1}{k^8},$$

$$J_{22}^{HH}(m_H^2, m_c^2, m_t^2) = \int \frac{d^4k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i k^2 \cdot (k^2 - m_H^2)^2 \cdot (k^2 - m_c^2) \cdot (k^2 - m_t^2)} \sim \frac{1}{k^6},$$

и

$$J_{32}^{HH}(m_H^2, m_c^2, m_t^2) = \int \frac{d^4k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i (k^2 - m_H^2)^2 \cdot (k^2 - m_c^2) \cdot (k^2 - m_t^2)} \sim \frac{1}{k^4}.$$

После интегрирования получаем следующие выражения:

$$J_{12}^{HH}(m_H^2, m_c^2, m_t^2) = \frac{1}{m_H^6} \cdot \left[\frac{\xi_4(1 + 2\ln\xi_5) - \xi_4^2(\ln\xi_5 + 1) + \xi_4^2\xi_5 - \xi_4\xi_5^2}{(1 - \xi_4)^2(\xi_5^3 + 2\xi_4 + \xi_5^2 - \xi_4^2 - 2\xi_4\xi_5 + \xi_4^2\xi_5)} + \right. \\ \left. + \frac{\xi_5^2(1 - \ln\xi_4) - \xi_5(1 - 2\ln\xi_4) + \ln\xi_3}{(1 - \xi_4)^2(\xi_5^3 + 2\xi_4 + \xi_5^2 - \xi_4^2 - 2\xi_4\xi_5 + \xi_4^2\xi_5)} \right]. \quad (68)$$

$$J_{22}^{HH}(m_H^2, m_c^2, m_t^2) = \frac{1}{m_H^4} \cdot \left[\frac{\xi_5(1 + \ln\xi_5) - \xi_4(\ln\xi_4 - 1) + \xi_4^2 - \xi_5^2}{(1 - \xi_4)^2(1 - \xi_5^2)(\xi_4 - \xi_5)} + \right. \\ \left. + \frac{2\xi_4\xi_5\ln\xi_3 + \xi_4^2\xi_5(\ln\xi_5 - 1) + \xi_4\xi_5^2(1 - \ln\xi_4)}{(1 - \xi_4)^2(1 - \xi_5^2)(\xi_4 - \xi_5)} \right], \quad (69)$$

$$J_{32}^{HH}(m_H^2, m_c^2, m_t^2) = \frac{1}{m_H^2} \left[\frac{(\xi_4 - \xi_5) + \xi_4^2(\ln\xi_4 - 1) + \xi_5^2(1 - \ln\xi_5)}{(1 - \xi_4)^2(1 - \xi_5^2)(\xi_4 - \xi_5)} + \right. \\ \left. + \frac{\xi_4^2\xi_5(1 - \ln\xi_4) + \xi_4\xi_5^2(\ln\xi_5 - 1) - \xi_4^2\xi_5^2\ln\xi_3}{(1 - \xi_4)^2(1 - \xi_5^2)(\xi_4 - \xi_5)} \right], \quad (70)$$

$$J_{42}^{HH}(m_H^2, m_c^2, m_t^2) = 4 \cdot J_{22}^{HH}(m_H^2, m_c^2, m_t^2). \quad (71)$$

Отметим, что четверка в выражении (71), также как и масштабный фактор $m_H^{-2,4,6}$, уже включена в выражение (42).

Интегралы (68 — 71) можно интерпретировать и иначе, применив их к HW -диаграммам. В этом случае мы получим следующие отношения между уже

рассчитанными интегралами и возникающими при рассмотрении $-ccHW$ и $-ttHW$ -квадратных диаграмм:

$$J_{11}^{HW} \Leftrightarrow J_{32}^{HH}$$

и

$$J_{21}^{HW} \Leftrightarrow J_{22}^{HH}.$$

Удобнее, однако, указанные выражения выразить в другой форме:

$$J_{11}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_{q_{c,t}}^2) = \frac{1}{m_W^2} \left[\frac{\xi_{1,2}^3(\xi_6 - 1) - \xi_{1,2}^2 \xi_6^2 (\ln \xi_{1,2} + 1) + \xi_{1,2}^2 (1 - \ln \xi_{1,2})}{(\xi_{1,2} - \xi_6)^2 (\xi_{1,2} - 1) (\xi_6 - 1)} + \frac{\xi_6^2 \xi_{1,2} (1 + \ln \xi_{4,5}) - \xi_{1,2} \xi_6 (\ln \xi_{1,2} + 1) + \xi_6^2 \ln \xi_6}{(\xi_{1,2} - \xi_6)^2 (\xi_{1,2} - 1) (\xi_6 - 1)} \right], \quad (72)$$

и

$$J_{21}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_{q_{c,t}}^2) = \frac{1}{m_W^4} \left[\frac{\xi_{1,2}^2 \xi_6 (1 + \ln \xi_{4,5}) - \xi_{1,2}^2 (1 - \ln \xi_{1,2}) + \xi_6^2 \xi_{1,2} - \xi_{1,2}}{(\xi_{1,2} - \xi_6)^2 (\xi_{1,2} - 1) (\xi_6 - 1)} + \frac{2\xi_{1,2} \xi_6 \ln \xi_6 - \xi_6^2 \xi_5 (\ln \xi_{1,2} + 1) + \xi_6 (1 + \ln \xi_{4,5})}{(\xi_{1,2} - \xi_6)^2 (\xi_{1,2} - 1) (\xi_6 - 1)} \right]. \quad (73)$$

Наконец, свяжем наши результаты с интегралами по внутреннему импульсу k^μ для HG -диаграмм. Получаем следующие соотношения:

$$J_{21}^{HG}(m_H^2, m_W^2, m_{q_{c,t}}^2) = \frac{J_{21}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_{q_{c,t}}^2)}{4}, \quad (74)$$

$$J_{31}^{HG}(m_H^2, m_W^2, m_{q_{c,t}}^2) = J_{11}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_{q_{c,t}}^2), \quad (75)$$

$$J_{41}^{HG}(m_H^2, m_W^2, m_{q_{c,t}}^2) = J_{21}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_{q_{c,t}}^2), \quad (76)$$

Особо стоит выделить интеграл J_{11}^{HG} , для которого не существует аналогов среди HW -интегралов, и мы вынуждены возвращаться к выражению (68), переписывая его в более подходящих безразмерных переменных:

$$J_{11}^{HG}(m_H^2, m_W^2, m_{q_{c,t}}^2) = \frac{1}{m_W^6} \left[\frac{\xi_{1,2} \xi_6^2 (\ln \xi_{1,2} - 1) + \xi_{1,2}^2 \xi_6 (1 - 2 \ln \xi_{1,2}) + \xi_6^2 - \xi_6}{\xi_{1,2} (\xi_{1,2} - \xi_6)^2 (1 + 2\xi_{1,2} + \xi_6^2 - \xi_{1,2}^2 - 2\xi_{1,2} \xi_6 + \xi_{1,2}^2 \xi_6)} + \frac{\xi_{1,2} (1 - \ln \xi_{4,5}) - \xi_{1,2}^2 (1 - 2 \ln \xi_{4,5}) + x i_{1,2}^3 \ln \xi_6}{\xi_{1,2} (\xi_{1,2} - \xi_6)^2 (1 + 2\xi_{1,2} + \xi_6^2 - \xi_{1,2}^2 - 2\xi_{1,2} \xi_6 + \xi_{1,2}^2 \xi_6)} \right]. \quad (77)$$

8.4 Интегралы J_{12}^{HW} , J_{22}^{HW} , J_{22}^{HG} , J_{32}^{HG} и J_{42}^{HG}

Особенность интегралов J_{12}^{HW} и J_{22}^{HW} состоит в том, что они появляются исключительно в HW - и HG -диаграммах и соответствуют таким обменам, при которых по внутренним линиям проходят четыре частицы с различными массами. В нашем случае, это c - и t -кварки, заряженный скалярный бозон H^\pm и заряженный векторный бозон W^\pm .

$$J_{12}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2) = \int \frac{d^4 k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i (k^2 - m_H^2)(k^2 - m_W^2)(k^2 - m_c^2)(k^2 - m_t^2)}$$

и

$$J_{12}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2) \sim \frac{1}{k^4},$$

$$J_{22}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2) = \int \frac{d^4 k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i \cdot k^2 (k^2 - m_H^2)(k^2 - m_W^2)(k^2 - m_c^2)(k^2 - m_t^2)}$$

и

$$J_{22}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2) \sim \frac{1}{k^6}.$$

После интегрирования получаем следующие выражения:

$$J_{12}^{HW}(m_{c,t,H,W}^2) = \frac{1}{m_W^2} \left[\frac{\xi_6^2 \ln \xi_6 (\xi_2 - \xi_1) + \xi_2^2 \ln \xi_2 (\xi_1 - \xi_6) + \xi_1^2 \ln \xi_1 (\xi_6 - \xi_2)}{(1 - \xi_6)(\xi_1 - 1)(\xi_2 - \xi_6)(\xi_2 - 1)(\xi_1 - \xi_6)(\xi_1 - \xi_2)} + \right. \\ \left. + \frac{\xi_2^2 \xi_6^2 \ln \xi_5 (1 - \xi_1) + \xi_1^2 \xi_6^2 \ln \xi_4 (\xi_2 - 1) + \xi_1^2 \xi_2^2 \ln \xi_3 (\xi_6 - 1)}{(1 - \xi_6)(\xi_1 - 1)(\xi_2 - \xi_6)(\xi_2 - 1)(\xi_1 - \xi_6)(\xi_1 - \xi_2)} \right]. \quad (78)$$

$$J_{22}^{HW}(m_{c,t,H,W}^2) = \frac{1}{m_W^4} \left[\frac{\xi_1 \xi_6 \ln \xi_4 (1 - \xi_2^2) + \xi_1 \ln \xi_2 (\xi_2^2 - \xi_6^2) + \xi_6 \ln \xi_6 (\xi_1^2 - \xi_2^2)}{(1 - \xi_2)(\xi_1 - 1)(1 - \xi_6)(\xi_2 - \xi_6)(\xi_1 - \xi_6)(\xi_1 - \xi_2)} + \right. \\ \left. + \frac{\xi_1 \xi_2 \ln \xi_3 (1 - \xi_6^2) + \xi_2 \ln \xi_2 (\xi_6^2 - \xi_1^2) + \xi_2 \xi_6 \ln \xi_5 (\xi_1^2 - 1)}{(1 - \xi_2)(\xi_1 - 1)(1 - \xi_6)(\xi_2 - \xi_6)(\xi_1 - \xi_6)(\xi_1 - \xi_2)} \right]. \quad (79)$$

Масштабные факторы, как обычно, выносятся непосредственно в конечные выражения для вклада HW -диаграммы в расщепление масс нейтральных каонов.

Очевидными являются следующие соотношения между интегралами:

$$J_{22}^{HG}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2) = \frac{J_{22}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2)}{4}, \quad (80)$$

$$J_{32}^{HG}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2) = J_{12}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2), \quad (81)$$

$$J_{42}^{HG}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2) = J_{22}^{HW}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2). \quad (82)$$

8.5 Интеграл J_{12}^{HG}

Последним оставшимся интегралом является интеграл J_{12}^{HG} , который встречается только при рассмотрении HG -диаграмм. Поведение интегранда в зависимости от степени петлевого импулься в интегранде устанавливаем обычным способом.

$$J_{12}^{HG}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2) = \int \frac{d^4k \cdot k_\mu k_\nu}{(2\pi)^4 \cdot i (k^2 - m_H^2)(k^2 - m_W^2)(k^2 - m_c^2)(k^2 - m_t^2)}$$

и

$$J_{12}^{HG}(m_H^2, m_W^2, m_c^2, m_t^2) \sim \frac{1}{k^6},$$

Получаем 4-частичный аналог интегралов J_{11}^{HH} и J_{11}^{HH} :

$$J_{12}^{HG}(m_{c,t,H,W}^2) = \frac{1}{m_W^6} \left[\frac{\xi_2 \ln \xi_4 (\xi_2 - 1) + \xi_6 \ln \xi_3 (\xi_6 - 1) + \xi_1 \ln \xi_5 (1 - \xi_2)}{A \cdot B \cdot C} + \frac{\xi_1 \xi_6 \ln \xi_2 (\xi_1 - \xi_6) + \xi_1 \xi_2 \ln \xi_6 (\xi_2 - \xi_1) + \xi_2 \xi_6 \ln \xi_1 (\xi_6 - \xi_2)}{A \cdot B \cdot C} \right], \quad (83)$$

где

$$A = (\xi_1 - \xi_2),$$

$$B = (\xi_2 \xi_6 - \xi_1 \xi_2 \xi_6 - \xi_6 + \xi_1 \xi_6 + 1 - \xi_2 + \xi_1 \xi_2 - \xi_1),$$

$$C = (\xi_6^2 - \xi_1 \xi_6 - \xi_2 \xi_6 + \xi_1 \xi_2).$$

Таким образом мы получили выражения для всех интегралов точного расчета.

8.6 Метод Пассарино—Вельтмана

Возможен и иной подход к расчету интегралов, рассмотренных выше. Данный подход основан на использовании параметризации Фейнмана для сведения исходных интегралов по петлевому импульсу к многоточечным функциям (“функции Пассарино—Вельтмана”), которые в дальнейшем рассчитываются с помощью метода размерной регуляризации. Подробнее смотрите в [57]. При расчете указанных выше диаграмм могли бы быть использованы четырех-точечные функции:

$$D_0(0, 0, 0, 0, 0, 0, m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{1}{i\pi^2} \int d^n k \frac{1}{d_0 d_1 d_2 d_3},$$

соответствующая скаляру, и

$$D_{\mu\nu}(0, 0, 0, 0, 0, 0, m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{1}{i\pi^2} \int d^m k \frac{k_\mu k_\nu}{d_0 d_1 d_2 d_3},$$

представляющая тензор второго ранга. Здесь $n = 4$, а m_i пробегает значения m_H, m_W, m_c, m_t , среди которых могут быть и повторяющиеся. Использование функций Пассарино-Вельтмана для расчета рассмотренных выше амплитуд не входило в рамки настоящего материала.

8.7 О резонансном поведении петлевых интегралов

Внимательный анализ выражений (65) — (83) указывает на наличие особенностей при обращении какой-либо из безразмерных переменных ξ_i в единицу, когда и числитель, и знаменатель соответствующего выражения обращаются в ноль, приводя к неопределенности (выколотой точки на гладком графике функции J_{ij}^{AB}). Особенно любопытными, с практической точки зрения, являются пределы $\xi_5 \rightarrow 1$ и $\xi_6 \rightarrow 1$, что эквивалентно равенствам массы заряженного скаляра массе t -кварка и промежуточного векторного бозона соответственно. Прежде чем рассматривать специфические интегралы J_{ij}^{AB} для диаграмм с обменов заряженными скалярами ($AB = HH, HW, HG; i, j = 1, 2, 3, 4$) остановимся на поведении петлевых интегралов СМ.

Резонансное поведение функций $I(\xi_i)$

Вклады WW -диаграмм с одинаковыми виртуальными фермионами (c - или t -кварками) на внутренних линиях описываются функцией (31):

$$I(\xi) = \left\{ \frac{\xi^2 - 11\xi + 4}{4(\xi - 1)^2} - \frac{3\xi^2 \ln \xi}{2(1 - \xi)^3} \right\},$$

где $\xi = \frac{m_{c,t}^2}{m_W^2}$. Остановимся на интересном, с теоретической точки зрения, предельном случае $m_t \rightarrow m_{W^\pm}$ (экспериментальные значения для соответствующих масс — $m_t = 171$ ГэВ и $m_{W^\pm} = 80.4$ ГэВ — [24]). Первое слагаемое является расходящимся при $m_t \rightarrow m_{W^\pm}$ (что аналогично $\xi \rightarrow 1$), а второе приводит к неопределенности типа $\frac{0}{0}$, причем знаменатель стремится к нулю по степенному закону, а числитель — по логарифмическому. Однако, если привести выражение к общему знаменателю, окажется, что остается лишь неопределенность типа $\frac{0}{0}$,

которую можно раскрыть, трижды воспользовавшись правилом Лопиталья:

$$\begin{aligned}\lim_{\xi \rightarrow 1} I(\xi) &= \lim_{\xi \rightarrow 1} \left(\frac{\xi^3 - 12\xi^2 + 6\xi^2 \ln \xi + 15\xi - 4}{4 \cdot (\xi - 1)^3} \right) = \\ &= \lim_{\xi \rightarrow 1} \left(\frac{3\xi^2 - 18\xi + 12\xi \ln \xi + 15}{12 \cdot (\xi - 1)^2} \right) = \lim_{\xi \rightarrow 1} \left(\frac{6\xi - 6 + 12 \ln \xi}{24 \cdot (\xi - 1)} \right) = \\ &= \lim_{\xi \rightarrow 1} \left(\frac{6 + \frac{12}{\xi}}{24} \right) = \frac{3}{4}.\end{aligned}$$

Таким образом, неопределенность интеграла раскрывается, и он принимает конечное значение.

Как показано в работе [31], функцию $I(\xi)$ можно представить в виде суммы трех отдельных слагаемых, которые отвечают WW -диаграмме в калибровке т'Хоофта—Фейнмана, а также WG - и GG -диаграммам, в которых одна или две внутренние линии промежуточных векторных бозонов заменены на линии нефизических скаляров с той же массой m_{W^\pm} :

$$I(\xi) = I^{WW}(\xi) + I^{WG}(\xi) + I^{GG}(\xi),$$

причем

$$\begin{aligned}\lim_{\xi \rightarrow 1} I^{WW}(\xi) &= \lim_{\xi \rightarrow 1} \left[\frac{1}{(1 - \xi)^2} + \frac{\xi}{(1 - \xi)^2} + \frac{2\xi}{(\xi - 1)^3} \ln \left(\frac{1}{\xi} \right) \right] = \frac{1}{3}, \\ \lim_{\xi \rightarrow 1} I^{GG}(\xi) &= \lim_{\xi \rightarrow 1} \left[\frac{\xi(1 + \xi)}{4 \cdot (1 - \xi)^2} + \frac{2\xi^2}{4 \cdot (1 - \xi)^3} \ln \frac{1}{\xi} \right] = \frac{1}{12}, \\ \lim_{\xi \rightarrow 1} I^{WG}(\xi) &= \lim_{\xi \rightarrow 1} \left[\frac{2\xi(1 + \xi)}{(1 - \xi)^3} \ln \left(\frac{1}{\xi} \right) - \frac{4\xi}{(1 - \xi)^2} \right] = \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Суммируя все три предела, получаем то же значение $\lim_{\xi \rightarrow 1} I(\xi) = \frac{3}{4}$, что и выше. Сходимость не только конечного выражения, но и парциальных слагаемых является проявлением симметрии исходной диаграммы относительно перемены фермионных и бозонных внутренних линий местами по отдельности.

Аналогичным образом можно показать, что:

$$\lim_{\xi_2 \rightarrow 1} I(\xi_2, \xi_3) = \frac{-8 \cdot \ln \xi_3 - 3}{8 \cdot \sqrt{\xi_3}},$$

где (см. 32)

$$I(\xi_2, \xi_3) = \xi_3^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\ln(\xi_3) - \frac{3\xi_2}{4 \cdot (1 - \xi_2)} - \frac{3\xi_2^2 \ln \xi_2}{4 \cdot (1 - \xi_2)^2} \right].$$

Следовательно, результаты СМ для WW -диаграмм не содержат сингулярностей, как этого и следовало ожидать.

Отсутствие сингулярных особенностей в выражениях для HH -, HW - и HG -диаграмм

Рассмотрим простейший петлевой интеграл $J_{11}^{HH}(m_H^2, m_t^2)$, рассчитанный в п. 2.1. настоящего приложения и приводящий к функции (65):

$$J_{11}^{HH}(m_H^2, m_t^2) = \frac{1}{m_H^6} \cdot \left(\frac{1 + \xi_5}{\xi_5(\xi_5 - 1)^2} - \frac{2}{(\xi_5 - 1)^3} \ln \xi_5 \right),$$

где $\xi_5 = \frac{m_t^2}{m_H^2}$. Как и в случае СМ, мы имеем сумму двух слагаемых в круглых скобках, одно из которых является расходящимся, а другое приводит к неопределенности типа $\frac{0}{0}$. Действуя в полном соответствии с проведенным выше рассмотрением, получаем по правилу Лопиталья:

$$\begin{aligned} \lim_{\xi_5 \rightarrow 1} J_{11}^{HH}(\xi_5) &= \frac{1}{m_H^6} \cdot \lim_{\xi_5 \rightarrow 1} \left(\frac{\xi_5^2 - 1 - 2\xi_5 \ln \xi_5}{\xi_5 \cdot (\xi_5 - 1)^3} \right) = \\ &= \frac{1}{m_H^6} \cdot \lim_{\xi \rightarrow 1} \left(\frac{2\xi - 2 - 2\ln \xi}{(\xi - 1)^3 + 3\xi(\xi - 1)^2} \right) = \frac{1}{m_H^6} \cdot \lim_{\xi \rightarrow 1} \left(\frac{1}{3\xi(12\xi - 6)} \right) = \frac{1}{18 \cdot m_H^6}. \end{aligned}$$

Таким же образом можно показать, что сингулярные особенности не возникают и в интегралах $J_{21,31,41}^{HH}$, т.е. в выражениях для вкладов $-ccHH$ - и $-ttHH$ -квадратных диаграмм. Более громоздким является доказательство отсутствия расходимостей при $\xi \rightarrow 1$ для интегралов $J_{12,22,32,42}^{HH}$, характеризующих перекрестные $-ctHH$ - диаграммы, однако, и его можно провести аналогичным образом. Подтверждением отсутствия пика для всех типов HH -диаграмм являются парциальные вклады, представленные в Приложении С.

Данные таблиц того же Приложения указывают и на отсутствие расходимостей при $m_{H^\pm} \rightarrow m_t$ и во вкладах HW - и HG -диаграмм. Из соотношений дуальности (см. разд. 3 настоящего Приложения) между J_{i2}^{HH} (для $-ctHH$ - диаграмм) и J_{j1}^{HW} и J_{k1}^{HG} (для $-ccHW$ -, $-ttHW$ -, $-ccHG$ - и $-ttHG$ -диаграмм) можно прийти к выводу, что в соответствующих интегралах сингулярные особенности также не возникают. Таким образом, остается рассмотреть только поведение интегралов вида J_{j2}^{HW} и J_{k2}^{HG} , отвечающих $-ctHW$ - и $-ctHG$ -диаграммам с четырьмя различными массивными частицами на внутренних линиях диаграммы.

Рассмотрим, например, выражение J_{12}^{HG} , вывод которого был разобран в п.5. настоящего Приложения. Учтем, что, при $\xi_5 \rightarrow 1$, $\xi_2 = \xi_6$, а $\xi_4 = \xi_3^{-1}$. В этом

случае, очевидно, что знаменатель обращается в ноль за счет множителя C , а числитель также равен нулю, т.к. третье и шестое слагаемые равны нулю, а остальные попарно сокращают друг друга (первое со вторым, четвертое — с пятым), в результате чего получается все та же неопределенность типа $\frac{0}{0}$. Выражение J_{12}^{HG} является мультипеременным с несколькими зависимостями, поэтому целесообразно записать его в явном виде через переменную $x = m_{H^\pm}^2$, после чего необходимо будет трижды применить правило Лопиталья. Конечный, достаточно громоздкий ответ, в настоящем приложении не приводится.

Использование приближения Брейта—Вигнера

Хотя все функции J_{ij}^{AB} сходятся при $\xi_{5,6} \rightarrow 1$, значения величин Δm_{LS}^k и ε_{LS}^k в этих точках неопределены. Кроме того, анализ различных тонких эффектов, связанных с явлениями смешивания в системах нейтральных мезонов, требует возможно более точных конечных выражений. Одним из способов добиться большей точности (что, однако, приводит и к существенному усложнению расчетов) является использование уточненных выражений для пропагаторов частиц на внутренних линиях диаграммы.

Между тем, наличие неинтегрируемой сингулярности в пропагаторах виртуальных фермионов (и массивных виртуальных частиц вообще) является известным фактом квантовой теории поля. Для того чтобы сместить полюс с действительной оси фазового пространства, в пропагатор виртуальной частицы добавляют чисто мнимый малый параметр $i\varepsilon$. Например, в скалярной теории амплитуда распространения частицы (пропагатор Фейнмана) записывается в виде:

$$D_F(x - y) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \cdot \frac{i}{k^2 - m^2 + i\varepsilon} \cdot e^{-ik \cdot (x-y)},$$

что позволяет ввести в рассмотрение технологию хронологического упорядочивания и сформулировать в дальнейшем правила Фейнмана для скалярных частиц.

При расчете петлевых интегралов в настоящей работе пропагатор виртуального t -кварка первоначально брался в нулевом приближении в виде:

$$\Pi_t^0 = \frac{i}{\hat{k} - m_t} = i \frac{\hat{k} + m_t}{k^2 - m_t^2} \sim \frac{1}{k^2 - m_t^2}$$

(мы пренебрегаем числителем пропагатора, т.к. он уже учтен при классификации петлевых интегралов, а также мнимой единицей, которая совместно с сигнатурой остальных вершин и пропагаторов будет давать единицу). Нулевое приближение соответствует простейшей функции распространения фермиона без одночастично неприводимых (далее — *ОЧН*) вставок. Суммируя все возможные *ОЧН*-вставки для двухчастичных функций распространения, можно получить пропагатор фермиона с учетом вклада его собственной энергии:

$$\Pi_t^{1'} = \frac{1}{\hat{k} - m_t - \Sigma(k)},$$

где $\Sigma = A(k^2) + \hat{k} B(k^2)$, или:

$$\Pi_t^{1'} \sim \frac{1}{k^2 - m_t^2 - M^2(k^2)}.$$

Выражая полную ширину нестабильной частицы Γ через мнимую часть ее собственной энергии в точке резонанса:

$$\Gamma = -\frac{Z}{m} \text{Im} M^2(m^2),$$

(где Z — постоянная перенормировки), мы приходим к стандартному представлению Брейта-Вигнера для пропагатора фермиона вблизи исследуемого полюса:

$$\Pi_t^1 = i \frac{\hat{k} + m_t}{k^2 - m_t^2 + im_t \Gamma_t} \sim \frac{1}{k^2 - m_t^2 + im_t \Gamma_t}$$

или

$$\Pi_t^1 = \frac{k^2 - m_t^2}{(k^2 - m_t^2)^2 + m_t^2 \Gamma_t^2} + i \frac{m_t \Gamma_t}{(k^2 - m_t^2)^2 + m_t^2 \Gamma_t^2}.$$

Рассмотрим поведение простейшего петлевого интеграла J_{11}^{HH} в его выколотой точке:

$$J_{11}^{HH}(m_H^2, m_t^2) = \int d^4k (\Pi_H^0)^2 \cdot (\Pi_t^1)^2 = \int_0^{+\infty} \frac{dt \cdot [(t+a)^2 - c^2]}{[(t+a)^2 + c^2]^2 \cdot (t+b)^2},$$

где $t = k^2$, $a = m_t^2$, $b = m_H^2$, $c = m_t \Gamma_t$. Интегрирование приводит к достаточно громоздкому выражению, которое, однако, не только оказывается конечным при $m_{H^\pm} \rightarrow m_t$, но и не содержит неопределенность типа $\frac{0}{0}$ при $m_{H^\pm} \rightarrow m_t$. Еще проще это можно показать, если перейти к пределу $k^2 \rightarrow m_t^2$ под знаком

исходного интеграла: $(\Pi_t^1)^2$ имеет характерную форму релятивистского распределения Брейта-Вигнера и дает величину $c^2 = m_t^2 \Gamma_t^2$ в знаменателе интегранда приближенного сходящегося интеграла

$$J_{11'}^{HH} = \frac{1}{c^2} \cdot \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(t+b)^2}$$

Аналогичным образом можно показать сходимость остальных интегралов, содержащих пропагатор t -кварка в первом приближении (т.е. в форме Брейта-Вигнера), и отсутствие неопределенностей типа $\frac{0}{0}$ в конечных выражениях. При этом в смешанных интегралах (относящихся к $-ctHL$ -квадратам, где $L = H, W, G$), содержащих произведение пропагаторов и c -, и t -кварков под знаком интеграла требуется дополнительный учет малой ширины c -кварка. Рассматривая таким образом все приведенные выше петлевые интегралы для $-ctHW$ - и $-ctHG$ -диаграмм, возможно получить резонансное асимптотическое выражение для искомой амплитуды, которое не будет содержать неопределенностей вовсе.

Уместно сделать несколько замечаний:

- Пропагатор Брейта-Вигнера является достаточно грубым приближением для полной функции распространения виртуальной частицы (в частности фермиона), хотя оно и позволяет избавиться от особенностей, проявляющихся при интегрировании по фазовому пространству. Более точные приближения возможно получить, если рассматривать “бегущие” массы и ширины кварков, т.е. перенормировать вклад от диаграмм собственной энергии (пропагатор $\Pi_t^{1'}$). В тоже время для виртуального t -кварка приближение Брейта-Вигнера является достаточно адекватным, так как $\Gamma_t \ll m_t$.
- Правила Фейнмана выводятся из эрмитового лагранжиана и формулируются для асимптотических состояний. Необходимость использования приближений (в частности приближения Брейта-Вигнера) связана с тем, что рассматриваемые состояния виртуальных частиц являются существенно промежуточными, а не асимптотическими. При этом можно показать, что при суммировании по всем вкладам диаграмм собственной энергии в функцию распространения частицы мы получаем лишь первый член ряда Лорана при разложении пропагатора в окрестности калибровочно-инвариантного

полюса k_{pole}^2 [58]. Таким образом, использование “наивного” приближения Брейта-Вигнера может приводить к исчезновению калибровочной инвариантности как в выражении для пропагатора, так и в формулах для наблюдаемых [59]. Проявлением этого является невыполнение тождества Уорда для пропагатора Π_t^1 . Возможный выход был предложен в [59] и заключается в использовании пропагатора вида

$$\Pi_t^2 = i \frac{\hat{k} + m_t - i\frac{\Gamma_t}{2}}{k^2 - m_t^2 + im_t\Gamma_t - \frac{\Gamma_t^2}{4}}$$

вместо стандартного Π_t^1 . Альтернативный подход к восстановлению калибровочной инвариантности, нарушаемой пропагатором Брейта-Вигнера, рассмотрен в [60] на примере древесных диаграмм с t -канальными фотонами.

- Точный расчет требует также учета малой ширины не только виртуальных фермионов, но и виртуальных бозонов (векторов и скаляров). Для упрощения вышеприведенных выкладок приближение Брейта-Вигнера использовалось только для пропагаторов кварков.

9 Приложение С

В настоящее приложение включены таблицы парциальных вкладов различных диаграмм в величину расщепления масс нейтральных K, B_d, B_s -мезонов. Вычисления проводились как в четырехфермионном приближении, так и с использованием точных выражений для пропагаторов участвующих во взаимодействиях частиц. Суммарные по всем вкладам значения представлены в разд. 5.

9.1 K^0 -мезоны

9.1.1 Четырехфермионное приближение

Таблица 16: Вклад HW -диаграмм (рис. 4б) в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных K -мезонов $\Delta m_{LS}^{K-approx}$. Первая строка — величина $\text{tg}\beta$. Первый столбец — масса заряженного бозона Хиггса (в ГэВ). На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-18} ГэВ.

m_{H^\pm} (ГэВ) / $\text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
50	5.98	1.43	0.51	0.10	-0.19	-0.46	-0.73	-1.01	-1.32	-1.67
75	6.28	1.54	0.62	0.25	0.03	-0.14	-0.30	-0.46	-0.63	-0.81
100	6.63	1.64	0.69	0.33	0.13	-0.01	-0.13	-0.24	-0.35	0.47
125	7.01	1.74	0.75	0.38	0.19	0.06	-0.04	-0.13	-0.21	-0.30
150	7.39	1.84	0.80	0.42	0.23	0.11	0.02	-0.06	-0.13	-0.20
175	7.77	1.94	0.84	0.45	0.26	0.14	0.06	-0.01	-0.07	-0.13
200	8.13	2.03	0.89	0.48	0.28	0.17	0.08	0.02	-0.03	-0.08
250	8.78	2.19	0.97	0.53	0.32	0.20	0.12	0.06	0.01	-0.03
300	9.33	2.33	1.03	0.57	0.35	0.23	0.15	0.09	0.05	0.01
350	9.79	2.44	1.08	0.60	0.38	0.25	0.17	0.11	0.07	0.03
400	10.16	2.54	1.12	0.63	0.39	0.26	0.18	0.13	0.08	0.05
450	10.47	2.62	1.16	0.65	0.41	0.28	0.19	0.14	0.09	0.06
500	10.73	2.68	1.19	0.66	0.42	0.29	0.20	0.14	0.10	0.07
750	11.54	2.88	1.28	0.72	0.46	0.31	0.23	0.16	0.12	0.10
1000	11.93	2.98	1.33	0.74	0.47	0.33	0.24	0.17	0.13	0.11

Таблица 17: Вклад HH -диаграмм (рис. 4в) в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных K -мезонов $\Delta m_{LS}^{K-approx}$. Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-23} ГэВ.

m_{H^\pm} (ГэВ) / $\text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
50	54.15	5.93	3.37	3.00	3.03	3.24	3.64	4.28	5.22	6.52
75	77.56	6.31	2.50	1.88	1.73	1.72	1.77	1.89	2.06	2.32
100	102.41	7.46	2.38	1.53	1.30	1.24	1.23	1.25	1.30	1.38
125	122.88	8.49	2.37	1.35	1.07	0.97	0.94	0.94	0.95	0.98
150	137.13	9.21	2.37	1.22	0.90	0.79	0.75	0.73	0.73	0.74
175	145.11	9.57	2.33	1.11	0.77	0.66	0.61	0.59	0.58	0.58
200	147.92	9.65	2.25	1.01	0.67	0.55	0.50	0.47	0.46	0.46
250	143.20	9.21	2.05	0.84	0.51	0.39	0.34	0.32	0.31	0.30
300	131.64	8.40	1.81	0.70	0.40	0.29	0.24	0.22	0.21	0.21
350	117.76	7.49	1.58	0.59	0.32	0.22	0.18	0.16	0.15	0.14
400	104.30	6.61	1.38	0.50	0.26	0.17	0.14	0.12	0.11	0.10
450	92.04	5.82	1.20	0.43	0.21	0.14	0.11	0.09	0.08	0.08
500	81.24	5.13	1.05	0.37	0.18	0.11	0.08	0.07	0.06	0.06
750	45.89	2.88	0.58	0.19	0.09	0.05	0.03	0.03	0.02	0.02
1000	28.68	1.80	0.36	0.12	0.05	0.03	0.02	0.01	0.01	0.01

9.1.2 Точный расчет

Таблица 18: Вклад HH -диаграмм (рис. 4в) в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных K -мезонов Δm_{LS}^{ex-K} . Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-23} ГэВ.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	937.02	56.31	9.22	1.34	-0.72	-1.30	-1.31	-0.97	0.62
75	770.81	46.81	8.08	1.58	-0.18	-0.78	-0.99	-1.03	-0.79
100	641.28	39.17	6.96	1.54	0.07	-0.46	-0.66	-0.74	-0.72
125	539.72	33.09	5.99	1.43	0.19	-0.25	-0.44	-0.52	-0.55
150	459.11	28.23	5.18	1.30	0.24	-0.13	-0.29	-0.37	-0.41
175	394.35	24.30	4.51	1.17	0.26	-0.06	-0.20	-0.26	-0.31
200	341.90	21.11	3.94	1.06	0.27	-0.02	-0.14	-0.19	-0.22
250	263.20	16.29	3.08	0.86	0.25	0.03	-0.06	-0.11	-0.14
300	208.24	12.90	2.46	0.70	0.22	0.05	-0.03	-0.06	-0.09
350	168.43	10.45	2.00	0.58	0.19	0.05	-0.01	-0.04	-0.06
400	138.69	8.62	1.66	0.49	0.17	0.05	0.00	-0.02	-0.04
450	116.11	7.22	1.39	0.43	0.15	0.05	0.01	-0.01	-0.03
500	98.56	6.13	1.12	0.36	0.13	0.05	0.01	-0.01	-0.02
750	50.32	3.14	0.61	0.19	0.07	0.03	0.01	0.00	0.00
1000	30.26	1.89	0.37	0.11	0.04	0.02	0.01	0.00	0.00

Таблица 19: Вклад HW -диаграмм (рис. 4б) в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных K -мезонов Δm_{LS}^{ex-K} . Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-19} ГэВ.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	109.92	26.88	10.80	4.35	0.45	-2.64	-5.51	-8.41	-14.72
75	79.48	19.58	8.15	3.75	1.27	-0.54	-2.12	-3.65	-6.85
100	61.31	15.16	6.41	3.11	1.33	0.08	-0.96	-1.93	-3.90
125	49.27	12.21	5.21	2.61	1.23	0.30	-0.45	-1.13	-2.48
150	40.75	10.11	4.34	2.21	1.10	0.37	-0.20	-0.71	-1.70
175	34.43	8.55	3.69	1.91	0.98	0.39	-0.07	-0.47	-1.23
200	29.59	7.35	3.18	1.66	0.88	0.38	0.01	-0.32	-0.92
250	22.70	5.65	2.45	1.29	0.71	0.35	0.08	-0.15	-0.56
300	18.10	4.50	1.96	1.04	0.59	0.30	0.10	-0.07	-0.37
350	14.83	3.69	1.61	0.86	0.49	0.26	0.10	-0.03	-0.26
400	12.42	3.09	1.35	0.73	0.42	0.23	0.10	-0.01	-0.19
450	10.59	2.64	1.15	0.62	0.36	0.20	0.09	0.00	-0.15
500	9.15	2.18	1.00	0.54	0.32	0.18	0.09	0.01	-0.11
750	5.10	1.27	0.56	0.30	0.18	0.11	0.06	0.02	-0.04
1000	3.30	0.82	0.36	0.20	0.12	0.07	0.04	0.01	-0.02

Таблица 20: Вклад HG -диаграмм (рис. 5) в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных K -мезонов Δm_{LS}^{ex-K} . Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-19} ГэВ.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
50	4.14	1.04	0.47	0.28	0.19	0.15	0.14	0.14	0.15
75	3.79	0.95	0.43	0.25	0.17	0.13	0.12	0.11	0.12
100	3.45	0.86	0.39	0.23	0.15	0.12	0.10	0.10	0.10
125	3.14	0.79	0.35	0.20	0.14	0.11	0.09	0.08	0.08
150	2.86	0.72	0.32	0.19	0.12	0.10	0.08	0.08	0.07
175	2.61	0.65	0.29	0.17	0.11	0.09	0.06	0.07	0.06
200	2.40	0.60	0.27	0.15	0.10	0.09	0.06	0.06	0.05
250	2.04	0.51	0.23	0.13	0.09	0.08	0.05	0.06	0.04
300	1.75	0.44	0.20	0.11	0.07	0.06	0.04	0.05	0.03
350	1.52	0.38	0.17	0.10	0.06	0.05	0.04	0.04	0.03
400	1.34	0.33	0.15	0.09	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02
450	1.19	0.30	0.13	0.08	0.05	0.04	0.03	0.03	0.02
500	1.06	0.26	0.12	0.07	0.04	0.04	0.03	0.02	0.02
750	0.66	0.16	0.07	0.04	0.03	0.03	0.02	0.02	0.01
1000	0.45	0.13	0.05	0.03	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01

9.2 $B_{d,s}$ -мезоны. Точный расчет

9.2.1 B_d -мезоны

Таблица 21: Вклад HH -диаграмм в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных B_d -мезонов $\Delta m_{LS}^{ex-B_d}$. Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-17} ГэВ.

m_{H^\pm} (ГэВ) / $\text{tg}\beta$	5	10	20	30	40	50
50	-19.76	-30.10	-30.74	-30.72	-30.57	-30.26
100	-4.46	-11.70	-12.15	-12.16	-12.14	-12.09
150	-0.45	-5.68	-6.00	-6.02	-6.01	-6.00
175	0.35	-4.16	-4.44	-4.45	-4.45	-4.44
200	0.79	-3.12	-3.36	-3.38	-3.37	-3.37
300	1.21	-1.17	-1.33	-1.34	-1.34	-1.34
400	1.06	-0.54	-0.64	-0.64	-0.64	-0.64
500	0.86	-0.28	-0.35	-0.35	-0.35	-0.35
750	0.51	-0.06	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11
1000	0.33	-0.02	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04

Таблица 22: Вклад HW -диаграмм в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных B_d -мезонов $\Delta m_{LS}^{ex-B_d}$. Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-16} ГэВ.

m_{H^\pm} (ГэВ) / $\text{tg}\beta$	5	10	20	30	40	50
50	21.32	5.21	0.83	-0.55	-1.70	-2.97
100	17.97	4.42	0.79	-0.24	-1.04	-1.88
150	15.02	3.70	0.71	-0.09	-0.67	-1.26
175	13.76	3.40	0.67	-0.05	-0.55	-1.05
200	12.65	3.12	0.63	-0.01	-0.45	-0.89
300	9.29	2.30	0.48	0.04	-0.23	-0.50
400	7.12	1.77	0.38	0.06	-0.13	-0.31
500	5.65	1.40	0.31	0.06	-0.08	-0.21
750	3.52	0.88	0.20	0.05	-0.03	-0.10
1000	2.43	0.60	0.14	0.04	-0.01	-0.05

Таблица 23: Вклад HG -диаграмм в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных B_d -мезонов $\Delta m_{LS}^{ex-B_d}$. Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-18} ГэВ.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	20	30	40	50
50	7.02	0.91	0.03	0.90	2.41	4.45
100	6.19	1.05	0.14	0.56	1.43	2.61
150	5.27	0.99	0.17	0.41	0.96	1.73
175	4.86	0.94	0.17	0.36	0.81	1.44
200	4.48	0.89	0.17	0.31	0.69	1.23
300	3.33	0.70	0.15	0.20	0.41	0.71
400	2.57	0.56	0.12	0.14	0.27	0.46
500	2.05	0.45	0.10	0.10	0.19	0.32
750	1.29	0.30	0.06	0.06	0.10	0.16
1000	0.89	0.20	0.05	0.04	0.06	0.10

9.2.2 B_s -мезоны

Таблица 24: Вклад HH -диаграмм в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных B_s -мезонов $\Delta m_{LS}^{ex-B_s}$. Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-16} ГэВ.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	20	30	40	50
50	-85.63	-130.17	-113.43	-28.60	200.19	682.34
100	-19.06	-50.85	-49.43	-34.71	5.19	89.37
150	-1.67	-24.31	-25.05	-20.31	-7.58	19.42
175	1.77	-18.09	-18.64	-15.70	-7.60	9.48
200	3.69	-13.68	-14.20	-12.25	-6.87	4.50
300	5.44	-5.13	-0.57	-0.52	-3.70	-0.62
400	4.73	-2.34	-0.27	-0.26	-2.01	-0.85
500	3.83	-1.20	-0.15	-0.14	-1.17	-0.64
750	2.27	-0.30	-0.05	-0.04	-0.34	-0.27
1000	1.46	-0.09	-0.02	-0.02	-0.17	-0.12

Таблица 25: Вклад HW -диаграмм в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных B_s -мезонов $\Delta m_{LS}^{ex-B_s}$. Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-14} ГэВ.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	20	30	40	50
50	9.24	1.31	-3.67	-9.32	-16.90	-26.55
100	7.83	1.31	-2.25	-5.96	-10.87	-17.09
150	6.57	1.20	-1.46	-4.04	-7.40	-11.66
175	6.02	1.14	-1.20	-3.39	-6.24	-9.83
200	5.54	1.07	-1.00	-2.88	-5.32	-8.39
300	4.08	0.84	-0.53	-1.65	-3.08	-4.87
400	3.13	0.66	-0.31	-1.06	-1.99	-3.15
500	2.49	0.54	-0.20	-0.73	-1.38	-2.20
750	1.55	0.35	-0.08	-0.35	-0.69	-1.09
1000	1.07	0.24	-0.04	-0.21	-0.42	-0.64

Таблица 26: Вклад HG -диаграмм в суммарную величину расщепления масс в системе нейтральных B_s -мезонов $\Delta m_{LS}^{ex-B_s}$. Обозначения соответствуют табл. 16. На пересечении строк и столбцов указано соответствующее значение вклада, выраженное в 10^{-17} ГэВ.

$m_{H^\pm}(\text{ГэВ}) / \text{tg}\beta$	5	10	20	30	40	50
50	0.82	0.51	1.66	3.82	6.87	10.80
100	0.69	0.35	0.98	2.22	3.99	6.27
150	0.58	0.26	0.65	1.46	2.63	4.12
175	0.53	0.23	0.55	1.22	2.19	3.44
200	0.48	0.20	0.46	1.05	1.86	2.92
300	0.36	0.14	0.27	0.59	1.06	1.67
400	0.27	0.10	0.18	0.38	0.69	1.07
500	0.22	0.07	0.12	0.27	0.47	0.74
750	0.13	0.04	0.06	0.13	0.23	0.37
1000	0.09	0.03	0.04	0.08	0.14	0.22

9.3 О вкладах суперпартнеров частиц СМ

Вклады от диаграмм рис. 4 и 5 не исчерпывают всех возможных вкладов в наблюдаемые, которые рассчитывались в основной части настоящей работы. Помимо диаграмм с обменами промежуточными заряженными векторными и/или скалярными бозонами дополнительные вклады в величины расщепления масс в системах нейтральных мезонов и в параметры нарушения CP -инвариантности будут давать также и диаграммы с обменом суперпартнерами известных частиц МССМ. В настоящем параграфе проводится оценка этих вкладов при определенных (достаточно грубых) приближениях.

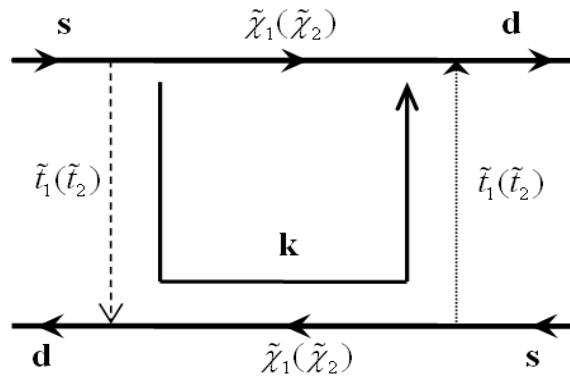


Рис. 18: Диаграмма Фейнмана для процесса $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ в вакууме с обменом суперпартнерами частиц СМ. k — внутренний импульс, по которому проводится интегрирование. $\tilde{t}_{1,2}$ — “верхние” скварки третьего поколения различной киральности; $\tilde{\chi}_{1,2}$ — чарджино двух типов.

Во взаимодействиях со скалярными кварками участвуют различные типы суперпартнеров калибровочных и скалярных бозонов СМ (и МССМ). Однако процессы с обменами глюино (\tilde{g} — диаграммы *первого класса*) и различными типами нейтралино ($\tilde{\delta}_i$ — диаграммы *второго класса*, где $i = 1, 2, 3, 4$) будут запрещены на древесном уровне, если ввести в теоретическую модель подавление FCNC, которые не наблюдаются в экспериментах. Очевидно, что эти же частицы не будут вносить вклад в величину расщепления масс в системе, например, нейтральных каонов также и на уровне квадратных диаграмм. Таким образом, мы приходим к тому, что единственными “-ино”, которые будут давать вклады в рассматриваемые процессы, будут, по всей видимости, заряженные чарджино ($\tilde{\chi}_{1,2}$ — диаграммы *третьего класса*) двух типов в их взаимодействии со скварками, т.е. в вершинах типа “кварк—скварк—чарджино”.

Общее число различных вариантов квадратных диаграмм с вершинами ука-

занного выше типа весьма велико, однако их число можно сократить до 16-ти, если ограничиться рассмотрением взаимодействий двух типов чарджино только лишь с двумя скалярными кварками ($\tilde{t}_{1,2}$) третьего поколения (различной киральности). Общее число диаграмм, которые могут давать при этом давать существенный вклад в наблюдаемые определяется формулой $m^n = 16$, где $m = 2$ — число суперпартнеров для одной частицы СМ, а $n = 4$ — число виртуальных частиц на внутренних линиях диаграммы, при этом отличаться друг от друга они будут лишь по матричным элементам матриц смешивания в соответствующих секторах (6x6 в секторе скалярных кварков, и 2x2 — в секторе чарджино) — см. рис. 18.

Оценочный расчет диаграммы рис. 18 проводился в соответствии с техникой и обозначениями пакета автоматической генерации правил Фейнмана *LanHEP*. Оставляя лишь лидирующие вклады по массам суперпартнеров, получаем:

$$\Delta m_{LS}^{SUSY} = \frac{m_t^4 f_K^2 m_K B_K \cdot |Z_{p22}|^4}{48\pi^2 v^4 \cdot m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 \cdot \sin^4 \beta} \cdot \text{Re}[(V_{td}^* V_{ts})^2 \cdot Q], \quad (84)$$

где

$$Q = (Z_{u63}^* Z_{u33})^2 \cdot J_{\tilde{t}_1, \tilde{t}_1}^{11} + (Z_{u66}^* Z_{u36})^2 \cdot J_{\tilde{t}_2, \tilde{t}_2}^{11} + 2 \cdot Z_{u63}^* Z_{u33} Z_{u66}^* Z_{u36} \cdot J_{\tilde{t}_1, \tilde{t}_2}^{12}.$$

Здесь $Z_{p22} = 0.98$ — матричный элемент массовой матрицы чарджино, а $Z_{u_{ij}}$ — матричные элементы матрицы смешивания скалярных кварков, выражающиеся через контролируемые параметры выбранного сценария МССМ. Безразмерные величины J_{kl}^{11} и J_{kl}^{12} суть аналоги функций J_{31}^{HH} и J_{32}^{HH} , рассчитанных выше (с точностью до замены масс частиц в определении переменных ξ_i), и по порядку величины приблизительно равны единице.

Оценим отношение вкладов от обменов суперпартнерами частиц СМ и вкладов от обменов двумя заряженными скалярами в рамках той же системы. Используя достаточное грубое приближение и полагая все безразмерные величины равными по порядку единице, получаем для лидирующих вкладов:

$$\frac{\Delta m_{LS}^{HH}}{\Delta m_{LS}^{MSSM}} \approx \frac{\sin^4 \beta \cdot m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}{\text{tg}^4 \beta \cdot m_H^2}.$$

Аналогично

$$\frac{\Delta m_{LS}^{WW}}{\Delta m_{LS}^{MSSM}} \approx \frac{\sin^4 \beta \cdot m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 \cdot v^4 \cdot G_F^2}{m_t^2}.$$

Расчеты в настоящей работе проводилась в пределе отщепления масс суперпартнеров — “decoupling limit” — в рамках которого массы частиц МССМ велики и превосходят масштаб нарушения суперсимметрии в скалярном секторе. Полагая $\text{tg}\beta \approx 5$, $m_{H^\pm} \approx 150$ ГэВ и $m_{\tilde{\chi}_1} \approx 5$ ТэВ, что соответствует области наибольших вкладов от HH -диаграмм, получаем:

$$\frac{\Delta m_{LS}^{HH}}{\Delta m_{LS}^{MSSM}} \approx 2, \quad \frac{\Delta m_{LS}^{WW}}{\Delta m_{LS}^{MSSM}} \approx 300$$

Таким образом, вклады от диаграмм с обменами чарджино и скварками третьего поколения, по всей видимости, не превосходят по величине вклады от обменов двумя заряженными скалярами, а, скорее всего, и вовсе уступают им в областях малых и умеренных значений m_{H^\pm} и $\text{tg}\beta$. Однако при $m_{H^\pm} \rightarrow m_{SUSY}$ и $\text{tg}\beta \rightarrow 50$ вклады от обменов суперпартнерами могут доминировать или быть, по крайней мере сравнимыми, со вкладами от диаграмм с заряженными скалярами, оставаясь, тем не менее, существенно меньше вкладов СМ. Необходимо также заметить, что приведенные оценки являются приближенными и не могут быть использованы для точного определения вкладов от суперпартнеров. Кроме того, матричные элементы $Z_{u_{ij}}$ сильно зависят от параметров выбранного сценария МССМ и при определенных значениях могут как увеличивать рассматриваемые вклады до значений, сравнимых с вкладами от СМ, так и уменьшать их до значений, при которых вклады от HW - и HH -диаграмм все равно остаются доминирующими.

10 Приложение Г

Для оценки ограничений на рассматриваемые наблюдаемые из сравнений теоретических данных с экспериментальными в настоящей работе используется метод Битюкова—Красникова, подробно изложенный в [55].

Рассматривается виртуальный эксперимент, который может разделить две конкурирующие гипотезы:

1. H_0 — “новая физика” присутствует в Природе;
2. H_1 — “новая физика” отсутствует в Природе.

Под “новой физикой” подразумевается совокупность теорий, не входящих в общепринятую схему (например, СМ), и дающих малые вклады в некоторые наблюдаемые на опыте величины, измерение которых возможно с достаточно большой степенью точности.

В физике высоких энергий вероятность различных процессов выражается в числе модельных событий $n = \sigma \cdot \Lambda$, где σ — поперечное сечение исследуемого процесса, а Λ — интегральная светимость экспериментальной установки. Пусть $n_b = \sigma_b \cdot \Lambda$ — число фоновых событий СМ, а $n_s = \sigma_s \cdot \Lambda$ — некое число добавочных сигнальных событий, идущих от проявления физики за пределами СМ. Мы предполагаем простую связь между фоновыми и сигнальными событиями так, что общее среднее число всех событий $\langle n \rangle = n_s + n_b$. Таким образом “новая физика” будет проявляться в превышении числа событий над его средним значением в СМ.

В реальном эксперименте вероятность обнаружения n событий описывается распределением Пуассона:

$$f(n; \mu) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu},$$

где $\mu = \langle n \rangle$ — среднее число событий. Таким образом, вопрос об отделении вкладов “новой физики” от предсказаний имеющихся теоретических схем сводится к сравнению двух распределений Пуассона с $\mu_b = n_b$ и $\mu_s = n_b + n_s$. В пределе $n_b \rightarrow +\infty$ распределение Пуассона переходит в распределение Гаусса, и задача сводится к анализу пересечения двух гауссиан.

Обозначим два типа ошибок, которые приводят к неопределенности при разделении двух распределений:

1. $\alpha = P(\text{reject } H_0 | H_0 \text{ is true})$ — вероятность отбросить вклад “новой физики”, когда она действительно существует (*ошибка I-го типа*);
2. $\beta = P(\text{accept } H_1 | H_1 \text{ is false})$ — вероятность обнаружить вклад “новой физики”, когда эта теория является неверной (*ошибка II-го типа*).

Вероятности α и β выражаются в виде сумм (интегралов) по соответствующим функциям распределения. Вклад новой физики будет обнаружен в том случае, когда для фиксированного Δ существует такое $n_0(\Delta)$, что при $n > n_0(\Delta)$ флуктуации фона меньше Δ :

$$\beta(\Delta) = \sum_{n=n_0(\Delta)+1}^{\infty} f(n; n_b) \leq \Delta$$

или

$$\beta \approx \int_{n_0}^{\infty} P_G(x; n_b, n_b) dx.$$

Вероятность $1 - \alpha(\Delta)$ того, что число событий в новой теории будет больше, чем $n_0(\Delta)$:

$$1 - \alpha(\Delta) = \sum_{n=n_0(\Delta)+1}^{\infty} f(n; n_s + n_b) \approx \int_{n_0}^{\infty} P_G(x; n_s + n_b, n_s + n_b) dx.$$

Необходимо отметить, что вероятности α и β являются условными. $1 - \alpha$ — вероятность того, что, в случае наличия “новой физики”, мы измерим число событий $n > n_0$, а вероятность того, что СМ при этих условиях сможет воспроизвести эти результаты $\beta[n_0(\Delta)] < \Delta$, сравнительно мала. На практике мы можем фиксировать вероятность обнаружения “новой физики”, задавая α , а затем находить по форме гауссианы величину n_0 и, как следствие, ошибку II-го типа β .

Вероятность сделать ошибку при сличении гипотез в рамках симметричных распределений (см. [55]) определяется оценочным параметром $\hat{k} = \frac{\hat{\alpha} + \hat{\beta}}{2}$, дающим характеристику математической неопределенности $k = \alpha + \beta$ где $\hat{\alpha}$ — оценочный параметр ошибки типа I, а $\hat{\beta}$ — оценочный параметр ошибки типа II. В случае симметричных распределений случайное значение k равно $k = \alpha + \beta = \hat{k} + e$, причем стохастическое слагаемое $e = \pm \frac{\hat{\alpha} - \hat{\beta}}{2}$.

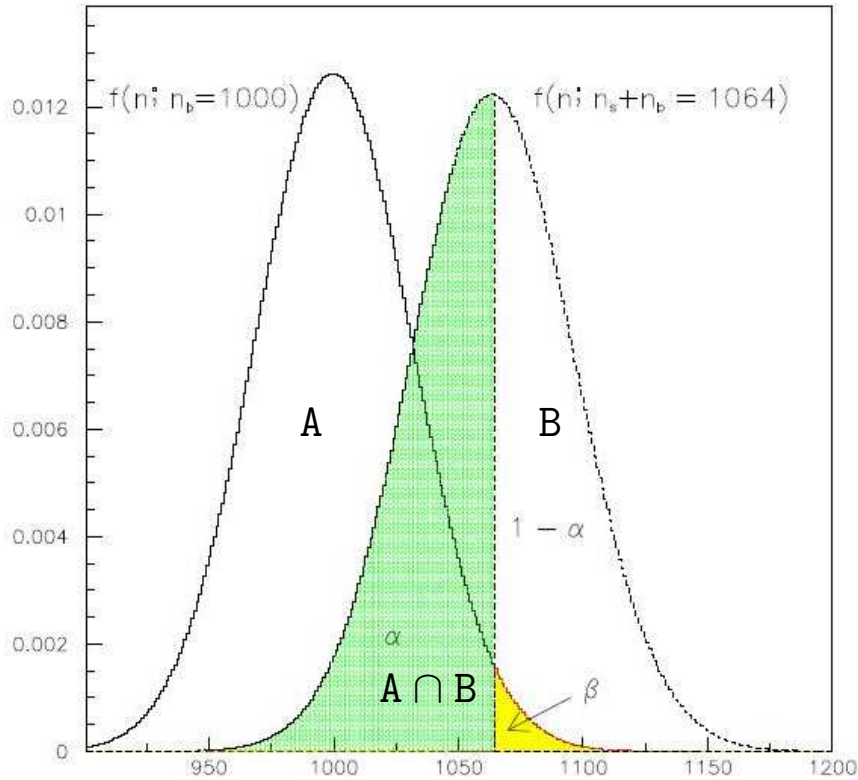


Рис. 19: Геометрический смысл метода Битюкова-Красникова. Для данного рисунка: $\mu_b = 1000$, $\mu_s = 1064$, $1 - \alpha = 0.5 \rightarrow \beta = 0.02275$.

Более оправданным, однако, является использование другого оценочного параметра — *неопределенности*:

$$\tilde{k} = \frac{A \cap B}{A \cup B} = \frac{\hat{\alpha} + \hat{\beta}}{2 - (\hat{\alpha} + \hat{\beta})},$$

а вероятность верного разделения двух теорий в этом случае — *различимость* — равна $\kappa = 1 - \tilde{k}$. При этом возможны три ситуации:

1. Распределения f_b и f_s (отметим, что в данном случае оба распределения могут быть как пуассоновыми, так и гауссовыми) никак не перекрываются. Тогда, очевидно, оба распределения полностью различимы, и $\kappa = 1$, а $\tilde{k} = 0$.
2. Распределения f_b и f_s полностью совпадают одно с другим. В этом случае их невозможно разделить, выбрав тем самым в пользу одной из гипотез: $\kappa = 0$ и $\tilde{k} = 1$.
3. Распределения f_b и f_s перекрываются частично. Тогда обе величины (κ и \tilde{k}) отличны от 0 или 1, а неопределенность связана с математической

неопределенностью следующим образом:

$$\tilde{k} = \frac{\hat{k}}{1 - \hat{k}}.$$

На рис. 19 дано геометрическое обоснование приведенным выше рассуждения. Более подробные сведения содержатся в [55]. При оценке наблюдаемых и связанных с ними ограничений пространства параметров МССМ использовалась специальная расчетная программа на языке FORTRAN. Вводными величинами являлись управляющие параметры нормального распределения: его среднее значение (среднее значение наблюдаемой) и дисперсия (выбираемая оценка экспериментальной погрешности в σ). На выходе получались численные значения различимости $\kappa = 1 - \tilde{k}$ (в относительных единицах или в процентах) и *статистической достоверности* $\zeta = 1 - \hat{k}$ (в терминах σ).

Список литературы

- [1] *Дубинин М.Н., Сукачев А.И.* // Вестник Моск. ун-та. Физ., Астрон., 2008. №4. С. 31.
- [2] *Дубинин М.Н., Сукачев А.И.* // ЯФ, 2008. **71**, №2. С. 395
- [3] *Высоцкий М.И., Невзоров Р.Б.* // УФН, 2001. **171**, № 9. С. 939; *Kazakov D.I.* // *Surveys High Energy Phys*, 1984. **19**. P. 139; *Nilles H.P.* // *Phys. Rep.*, 1984. **110**, N 1-2. P. 1; *Haber H., Kane G.* // *Phys. Rep.*, 1985. **117**. P. 75.
- [4] *Hesselbach S.* // *Acta Phys. Polon. B*, 2004. **35**, N 11. P. 2739; *Branco G.C., Gomez M., Khalil S., Teixeira A.* // *Nucl. Phys. B*, 2003. **659**, N 1-2. P. 119; *Ibrahim T., Nath P.* // *Phys. Rev. D*, 2003. **67**. P. 095003; *Barger V., Falk T., Han T. et al.* // *Phys. Rev. D*, 2001. **64**. P. 056007; *Arnowitz R., Datta B., Santoso Y.* // *Phys. Rev. D*, 2001. **64**. P. 113010.
- [5] *Ахметзянова Э.Н., Долгополов М.В., Дубинин М.Н.* // Физ. элем. част. и ат. ядра, 2006. **37**, №5. С. 677.
- [6] *Chung D.J.H., Everett L., Kane G. et al.* // *Phys. Rep.*, 2005. **407**. P. 1.
- [7] *Abel S.A., Khalil S., Lebedev O.* // *Nucl. Phys. B*, 2001. **606**. P. 151; *Falk T., Olive K.A., Pospelov M., Roiban R.* // *Nucl. Phys. B*, 1999. **560**. P. 3.; *Garisto R., Wells J.D.* // *Phys. Rev. D*, 1997. **55**. P. 1611; *Dugan M., Grinstein B., Hall L.* // *Nucl. Phys. B*, 1985. **255**. P. 413.
- [8] *Buras A.J., Chankowski P.H., Rosiek J., Slawianowska L.* // *Nucl. Phys. B*, 2003. **659**. P. 3; *Demir D.A., Olive K.A.* // *Phys. Rev. D*, 2002. **65**. P. 034007; *Huang C.S., Liao W., Yuan Q.S., Zhu C.H.* // *Phys. Rev. D*, 2001. **63**. P. 114021; *Chankowski P., Slawianowska L.* // *Phys. Rev. D*, 2001. **63**. P. 054012.
- [9] *Ахметзянова Э.Н., Долгополов М.В., Дубинин М.Н.* // ЯФ, 2005. **68**, № 11. С. 1913 // *Phys. Rev. D*, 2005. **71**. P. 075008.
- [10] *Carena M., Ellis J., Pilaftsis A., Wagner C.E.M.* // *Nucl. Phys. B*, 2002. **625**. P. 345; *Heinemeyer S.* // *Eur. Phys. J. C*, 2001. **22**. P. 521; *Choi S.Y., Lee J.S.*

- // Phys. Rev. D, 2000. **61**. P. 015003; *Choi S.Y., Drees M., Lee J.S.* // Phys. Lett. B, 2000. **481**. P. 57; *Pilaftsis A., Wagner C.E.M.* // Nucl. Phys. B, 1999. **553**. P. 3; *Demir D.A.* // Phys. Rev. D, 1999. **60**. P. 055006.
- [11] *The LEP Higgs working group, ALEPH, DELPHI, L3 and OPAL Collab.* // Preprint, 2001. N 2001-113, Conf. 536.
- [12] *Carena M., Ellis J., Pilaftsis A. et al.* // Phys. Lett. B, 2000. **495**. P. 155; *Carena M., Ellis J., Mrenna S. et al.* // Nucl. Phys. B, 2003. **659**. P. 145.
- [13] *Christenson J.H., Cronin J.W., Fitch V.L., Turlay R.* // Phys. Rev. Lett., 1964. **13**. P. 138.
- [14] *Glashow S.L., Weinberg S.* // Phys. Rev. D, 1977. **15**, N 7. P. 1958.
- [15] *Inoue K. et al.* // Progr. Theor. Phys., 1982. **67**, N 6. P. 1889 // Ann. Phys. (N.Y.), 1983. **148**, N 1. P. 95; *Flores R.A., Sher M.* // Ann. Phys. (N. Y.), 1983. **148**. P. 95.
- [16] *H. Haber, R. Hempfling* // Phys.Rev. D, 1993. **48** (1993) P. 4280
- [17] *M. Quiros*, in: *Perspectives on Higgs physics II*, ed. by G.L. Kane (World Scientific. 1998), p.148 (hep-ph/9703412)
- [18] *Ахметзянова Э.Н., Долгополов М.В., Дубинин М.Н.* // ЯФ, 2007. **70**, № 7. С. 1594
- [19] *Dubinin M.N., Semenov A.V.* // Eur. Phys. J. C, 2003. **28**. P. 223.
- [20] *Djouadi A., Kilian W., Muhlleitner M., Zerwas P.M.* // Eur. Phys. J. C, 1999. **10**. P. 27; *Boos E., Djouadi A., Muhlleitner M., Vologdin A.* // Phys. Rev. D, 2002. **66**. P. 055004.
- [21] *Bechtle P.* // Proc. Sci. HEP2005, 2005. P. 325, hep-ex/0602046.
- [22] *CDF Collab. (Affolder T. et al.)* // Phys. Rev. D, 2000. **62**. P. 012004.
- [23] *DELPHI Collab. (Abreu P. et al.)* // Phys. Lett. B, 1999. **460**. P. 484.
- [24] *Particle Data Group: Amsler C. et. al* // Phys. Lett. B, 2008. **667**, P. 1.

- [25] *Ericson D., Mahmoudi F., Stal O.* // JHEP, 2008. **0811**:035.
- [26] *Christova E., Eberl H., Majerotto W., Kraml S.* // Nucl. Phys. B, 2002. **639**. P. 263 // **647**. P. 359. Erratum.
- [27] *Vysotsky M.I.* // Surveys High Energy Phys., 2003. **18**. P. 19.
- [28] *Kobayashi M., Kondo H., Maskawa K.* // Progr. Theor. Phys., 1973. **49**, N 2. P. 652.
- [29] *Glashow S.L., Iliopoulos J., Maiani L.* // Phys. Rev. D, 1970. **2**. P. 1285.
- [30] *Ellis J., Gaillard M.K., Nanopoulos D.V.* // Nucl. Phys. B, 1976. **109**. P. 213
- [31] *Высоцкий М.И.* // ЯФ, 1980. **31**, №1-4. С. 1535.
- [32] *Inami T., Lim C.S.* // Progr. Theor. Phys., 1981. **65**, N 1. P. 297.
- [33] *Urban J., Krauss F., Soff G.* // Nucl. Part. Phys., 1997. **23**. P. 25.
- [34] *Beneke M., Buchalla G., Dunietz I.* // Phys. Rev., 1996. **D54**. P. 4419.
- [35] *Evans R.T. et al* // PoS LAT2006, 2006. P. 081.
- [36] *Liu J., Wolfenstein L.* // Nucl.Phys. B, 1987. **289**, P. 1.
- [37] *Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Новиков В.А., Шифман М.А.* // ЯФ, 1976. **23**. С. 1024.
- [38] *Herrlich S., Nierste U.* // Nucl. Phys. B, 1994. **419**, N 2. P. 292.
- [39] *Herrlich S., Nierste U.* Indirect CP violation in the neutral kaon system beyond leading logarithms // Phys. Rev., 1995. **D52**. P. 6505.
- [40] *Gabrielli E., Giudice G.F.* // Nucl.Phys. B, 1995. **433**, P. 3.
- [41] *Buchalla G. et al.* // Nucl. Phys. B, 1991. **355**, P. 305
- [42] *Buras A.J. et al.* // Nucl. Phys. B, 2000. **565**, P. 3.
- [43] *Buras A.J., et al.* // Nucl. Phys. B, 1990. **347**. P. 491.

- [44] *Chetyrkin K.G., Kataev A.L., Krasulin A.B., Pivovarov A.A.* Calculation of the $K^0 - \bar{K}^0$ mixing parameter via the QCD sum rules at finite energies // Phys. Lett., 1986. **B174**. P. 104.
- [45] *Krasnikov N.V., Pivovarov A.A., Tavkhelidze N.N.* The use of the Finite Energetic Sum Rules for the calculation of the light quark masses // Phys. Lett., 1983. **B123**. P. 93.
- [46] *Ovchinnikov A.A., Pivovarov A.A.* The calculation of the leading m_s corrections to the PCAC relation for the K meson // Phys. Lett., 1985. **B163**. P. 231-235.
- [47] *Hambye T., Köhler G.O., Soldan P.H.* // Eur. Phys. J., 1999. **C10**, P. 271.
- [48] *Korner J.G., Onishchenko A.I., Pertov A.A., Pivovarov A.A.* $B_0 - \bar{B}_0$ mixing beyond factorization // Phys. Rev. Lett., 2003. **91**. P. 192002.
- [49] *Mannel T., Pecjak B.D., Pivovarov A.A.* Analyzing $B_s - \bar{B}_s$ mixing: Non-perturbative corrections to bag parameters from sum rules // E-print, 2007. hep-ph/0703244. PP. 31.
- [50] *Nikitin N., Melikhov D.* Nonfactorizable effects in the $B - \bar{B}$ mixing // Phys. Lett., 2000. **B494**. P. 229.
- [51] *Cea P., Nardulli G.* An estimate of the long distance dispersive contributions to the $K(L) - K(S)$ mass difference // Phys. Lett., 1985. **B152**. P. 251.
- [52] *Hill C.T.* Large distance effects in CP violation and the $K_0 - \bar{K}_0$ mass matrix // Phys. Lett., 1980. **B97**. P. 275.
- [53] *Xiao Z., Guo L.* // Phys. Rev. D, 2004. **69**, P. 014002.
- [54] *Diaz R.A., Martinez R., Sandoval C.* // Eur. Phys. J. C, 2006. **46**, N 2. P. 403.
- [55] *Bityukov S.I., Krasnikov N.V.* // Nucl. Instrum. Meth., A, 2004. **534**, P. 152
- [56] *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* // Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М. Физматгиз, 1963, С. 73-84.
- [57] *CERN Proceedings* // 1999 European School of High Energy Physics, 2000. CERN 2000-007. P. 44.

- [58] *Sirlin A.* Theoretical considerations concerning the Z_0 mass // Phys. Rev. Lett., 1991. **67**. P. 2127.
- [59] *Nowakowski M., Pilaftsis A.* On gauge invariance of Breit-Wigner propagators // Z. Phys., 1993. **C60**. P. 121.
- [60] *Kurihara Y., Perret-Gallix D., Shimizu Y.* $e^+e^- \rightarrow e^-\tilde{\nu}_e u\bar{d}$ from LEP to linear collider energies // Phys. Lett., 1995. **B349**. P. 367.

Михаил Николаевич Дубинин
Алексей Игоревич Сукачев

СМЕШИВАНИЕ НЕЙТРАЛЬНЫХ K^0 -, B^0 - И D^0 -МЕЗОНОВ
В РАМКАХ МССМ С ЯВНЫМ НАРУШЕНИЕМ
 CP -ИНВАРИАНТНОСТИ

Препринт НИИЯФ МГУ № 2009–1/845

Работа поступила в ОНТИ 15.01.2009