

Х. Х. Эрнандес

**МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ В МЕТРИКЕ ФИШЕРА**

Препринт НИИЯФ МГУ 2004-9/748

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М. В. ЛОМОНОСОВА

---

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Д. В. СКОБЕЛЬЦЫНА

Эрнандес Х. Х.

**МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ В МЕТРИКЕ ФИШЕРА**

Препринт НИИЯФ МГУ - 2004-9/748

УДК 528.029.67:530.12

ББК 22.38

Э81

**Hernandez J.J.**

## **MICROLENSING IN THE FISHER'S METRIC**

e-mail address: denisov@srd.sinp.msu.su

Preprint INP MSU - 2004 - 9/748

### Abstract

In this work was made research of the scalar charge influence on the light shine microlensing effect. Is showing the dependence of the amplification coefficient in the scalar star gravitational field of the scalar charge magnitude and of the distance to the central source. The obtained results are in concordance with predictions of the General Theory of the relativity.

**Эрнандес Х. Х.**

## **МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ В МЕТРИКЕ ФИШЕРА**

Препринт НИИЯФ МГУ - 9/748

### Аннотация

Проведено исследование влияния скалярного заряда на эффект микролинзирования световых лучей. Показана зависимость коэффициента усиления в гравитационном поле скалярной звезды от величины скалярного заряда и расстояния до центрального источника. Проверена согласованность данной теории с результатами, полученные в рамках Общей Теории Относительности.

©Эрнандес Х. Х., 2004

©НИИЯФ МГУ, 2004 <http://www.sinp.msu.su>

В настоящее время осуществляется несколько международных научных программ [1-3] по наблюдению эффектов линзирования и микролинзирования. Основной целью таких исследований является оценка по дополнительному каналу информации (т.е. по гравитационному возмущению световых лучей) размеров и масс галактик, а также расстояний до них. При наблюдении микролинзирования появляется возможность независимого измерения аналогичных величин для одиночных звезд.

Однако эффект микролинзирования позволяет оценить и другие характеристики звезд, такие, например, как скалярный заряд. Как известно, ряд теоретических моделей в той или иной степени использует представления о скалярных частиц и поиски таких частиц в настоящее время проводятся на многих ускорителях мира. Но экспериментальное изучение скалярных частиц требует использования больших энергий. Поэтому образование таких частиц, если они существуют в природе, наиболее вероятно в астрофизических условиях, в результате процессов с выделением большого количества энергии, которые невозможно осуществить на Земле.

Таким образом, наиболее вероятными объектами, которые обладают скалярными зарядами являются звезды. Такие звезды мы в дальнейшем, для краткости, будем называть скалярными.

Гравитационное поле, создаваемое согласно уравнениям Эйнштейна звездой массы  $M$  и скалярным зарядом  $Q$ , впервые было найдено в работе Фишера [4] и затем неоднократно переоткрывалось [5-8].

В изотропных сферических координатах метрика Фишера имеет вид:

$$ds^2 = \frac{(4r - r_s)^{2\zeta}}{(4r + r_s)^{2\zeta}} c^2 dt^2 - \frac{(4r + r_s)^{2\zeta+2}}{256r^4(4r - r_s)^{2\zeta-2}} \left[ dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right], \quad (1)$$

где введены обозначения  $r_s^2 = r_g^2 + r_Q^2$ ,  $\zeta = r_g/r_s$ ,  $r_Q^2 = 4GQ^2/c^4$ ,  $r_g = 2GM/c^2$ , а  $G$  - постоянная тяготения.

Гравитационное поле, создаваемое скалярным полем, в предельном случае  $\zeta = 0$  оказывает отталкивающее действие на нерадиальное движение массивных и безмассовых частиц, в результате чего при  $Q \neq 0$  движение фотонов отличается от их движения в метрике Шварцшильда. Поэтому если какая-либо звезда помимо массы  $M$  обладает и скалярным зарядом  $Q$ , то законы микролинзирования в ее гравитационном поле (1) будут отличными от законов микролинзирования в поле Шварцшильда и по величине этих отклонений можно оценить величину скалярного заряда звезды.

Рассмотрим звезду радиус  $R \gg r_s$ , обладающую массой  $M$  и скалярным зарядом  $Q$ . Проводя вычисления, аналогичны представленным в работе

[9], находим угол гравитационного искривления фотонов в гравитационном поле (1):

$$\delta\varphi = \frac{2r_g}{b} + \frac{(15r_g^2 - r_Q^2)\pi}{16b^2}, \quad (2)$$

где  $b$  – прицельное расстояние.

Используя последнее выражение, найдем коэффициент усиления гравитационной линзы в метрике Фишера. Для этого поместим начало координат в центр скалярной звезды и направим ось  $x$  вдоль продолжения линии, соединяющей источник света со скалярной звездой. Эту ось в дальнейшем будем называть оптической осью. Предположим, что наблюдатель находится в точке  $x = L$ ,  $y = \rho$ .

Величину коэффициента усиления света при гравитационном линзировании в метрике Фишера можно получить из следующих простых соображений. Предположим, что на скалярную звезду падает параллельный пучок света, поток энергии которого обозначим через  $I_0$ . Попадая в гравитационное поле рассматриваемого центра, лучи света искривляются в плоскостях, содержащих начало отсчета, на угол (2). Поэтому вся картина лучей будет обладать осевой симметрией.

Предположим далее, что вдали от гравитационного центра в точке с координатами  $x_D = L$ ,  $y_D = \rho$  расположен прибор, регистрирующий зависимость интенсивности света от времени.

Коэффициент гравитационного усиления света  $\kappa$  определяется как отношение интенсивностей света на входной  $I_{in}$  и выходной  $I_{out}$  апертур гравитационной линзы. Из-за осевой симметрии гравитационное искривление лучей в поле Фишера происходит в плоскостях, содержащих гравитационный центр. Поэтому в качестве входной апертуры удобно выбрать кольцо радиуса  $b$  и шириной  $db$ .

Величину прицельного расстояния  $b$  выберем такой, чтобы лучи, проходящие через входную апертуру, попали в выходную апертуру, в качестве которой выберем в плоскости  $x_D = L$  кольцо радиуса  $\rho$  и шириной  $d\rho$ , достаточной для того, чтобы в это кольцо попали все лучи из выходной апертуры. Площадь выходной апертуры  $S_{out}$  равна  $S_{out} = 2\pi\rho d\rho$ .

Так как поток энергии в любом пучке лучей сохраняется при распространении вдоль этого пучка, то имеем  $S_{out}I_{out} = S_{in}I_{in}$ .

В результате гравитационного линзирования через точку наблюдения могут проходить два типа лучей – не пересекающих оптическую ось и пересекающих ее. Основное уравнение, связывающее прицельное расстояние  $b$  и координаты  $L$ ,  $\rho$  точки наблюдения для этих двух типов лучей имеют

ВИД:

$$\begin{aligned}\rho &= b - L\delta\varphi = b - \left[ \frac{2r_g}{b} + \frac{(15r_g^2 - r_Q^2)}{16b^2} \right] L, \\ \rho &= L\delta\varphi - b = \left[ \frac{2r_g}{b} + \frac{(15r_g^2 - r_Q^2)}{16b^2} \right] L - b.\end{aligned}\quad (3)$$

Рассмотрим первое из уравнений (3):

$$b^3 - \rho b^2 - 2r_g L b - \frac{(15r_g^2 - r_Q^2)\pi L}{16} = 0. \quad (4)$$

Нас интересуют положительные корни этого уравнения. Используя теоремы алгебры, несложно убедиться, что если величина  $\beta = \frac{27}{32}\pi L (15r_g^2 - r_Q^2)$  удовлетворяет условию

$$\beta > -\frac{32}{27\pi L} \left[ \rho^3 + 9r_g L \rho - (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}} \right],$$

то уравнение (4) имеет один действительный положительный корень:

$$b_1 = \frac{\rho}{3} + \left( -q_1 + \sqrt{D_1} \right)^{\frac{1}{3}} + \left( -q_1 - \sqrt{D_1} \right)^{\frac{1}{3}},$$

где использованы обозначения:

$$D_1 = p^3 + q_1^2 \quad , \quad p = -\frac{1}{9} (\rho^2 + 6r_g L)$$

и

$$q_1 = -\frac{1}{27} [\rho^3 + 9r_g L \rho + \beta]. \quad (5)$$

Положительным корнем уравнения (4) при условии

$$0 < \beta < -\left[ \rho^3 + 9r_g L \rho - (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}} \right]$$

является выражение:

$$b_2 = \frac{1}{3} \left( \rho + 2\sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1}{3} \right),$$

где

$$\cos \alpha_1 = \frac{|\rho^3 + 9r_g L \rho + \beta|}{(\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}}. \quad (6)$$

Если же выполняется условие:

$$-\left[ \rho^3 + 9r_g L \rho \right] < \beta < 0$$

положительными решениями уравнения (4) являются полученное ранее выражение  $b_2$  и соотношение:

$$b_3 = \frac{1}{3} \left( \rho - 2\sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} \right).$$

И наконец, находим положительные корни уравнения (4) в области

$$-\left[\rho^3 + 9r_g L\rho + (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}\right] < \beta < -[\rho^3 + 9r_g L\rho]$$

в виде:

$$b_4 = \frac{1}{3} \left( \rho + 2\sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1 - \pi}{3} \right)$$

$$b_5 = \frac{1}{3} \left( \rho + 2\sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} \right)$$

где величина  $\alpha_1$  определяется соотношением (6).

Аналогичным образом, проанализируя выражение для второго типа лучей из уравнений (3):

$$b^3 + \rho b^2 - 2r_g Lb - \frac{(15r_g^2 - r_Q^2)\pi L}{16} = 0 \quad (7)$$

получим, что в области

$$\beta > [\rho^3 + 9r_g L\rho + (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}]$$

уравнение (7) имеет одно действительное положительное решение:

$$b_6 = \left(-q_2 + \sqrt{D_2}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(-q_2 - \sqrt{D_2}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{\rho}{3}$$

где использовались обозначения аналогичные (5)

$$D_2 = p^3 + q_2^2$$

и

$$q_2 = \frac{1}{27} [\rho^3 + 9r_g L\rho - \beta].$$

При условии

$$\rho^3 + 9r_g L\rho < \beta < \left[\rho^3 + 9r_g L\rho + (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}\right]$$

уравнение (7) имеет три действительных решения, но положительным является только соотношение:

$$b_7 = \frac{1}{3} \left( 2\sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2}{3} - \rho \right)$$

где аналогично (6) удобно использовать вспомогательное выражение:

$$\cos \alpha_2 = \frac{|\rho^3 + 9r_g L\rho - \beta|}{(\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}}.$$

В области

$$0 < \beta < \rho^3 + 9r_g L \rho$$

положительным корнем (7) является выражение:

$$b_8 = \frac{1}{3} \left( 2\sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2 - \pi}{3} - \rho \right), \quad (8)$$

и наконец, при условии

$$\left[ \rho^3 + 9r_g L \rho - (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}} \right] < \beta < 0$$

помимо (8) имеется еще один положительный корень

$$b_9 = \frac{1}{3} \left( 2\sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2 + \pi}{3} - \rho \right).$$

Таким образом, пространство возможных положительных решений уравнений (4) и (7) в зависимости от значения величины  $\beta$  разделяется на семь областей, в каждой из которых усиление световых лучей будет осуществляться в зависимости от того, сколько и какие типы лучей могут проявляться в данной области пространства.

Проанализируем подробнее каждую из этих семи областей начиная с малых значений  $r_Q$ . Итак, в области 1:

$$\beta > \left[ \rho^3 + 9r_g L \rho + (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}} \right]$$

возможно обнаружение обеих типов лучей, причем в данной области возможны только два положительных решения, соответственно,  $b_1$  и  $b_6$ . Таким образом, коэффициент усиления световых лучей будет определяться суммарным усилением:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{b_1}{\rho} \left| \frac{db_1}{d\rho} \right| + \frac{b_6}{\rho} \left| \frac{db_6}{d\rho} \right| = \\ &= \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{3}{\rho} \left( -q_1 + \sqrt{D_1} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{3}{\rho} \left( -q_1 - \sqrt{D_1} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \times \\ &\times \left\{ 1 + \frac{1}{9} \left( -q_1 + \sqrt{D_1} \right)^{-\frac{2}{3}} \left[ \rho^2 + 3r_g L - \frac{9r_g^2 L^2 \rho - \beta (\rho^2 + 3r_g L)}{27\sqrt{D_1}} \right] + \right. \\ &\left. + \frac{1}{9} \left( -q_1 - \sqrt{D_1} \right)^{-\frac{2}{3}} \left[ \rho^2 + 3r_g L + \frac{9r_g^2 L^2 \rho - \beta (\rho^2 + 3r_g L)}{27\sqrt{D_1}} \right] \right\} + \\ &+ \frac{1}{9} \left[ \frac{3}{\rho} \left( -q_2 + \sqrt{D_2} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{3}{\rho} \left( -q_2 - \sqrt{D_2} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right] \times \end{aligned}$$



$$\times \left\{ 1 + \frac{1}{9} \left( -q_2 + \sqrt{D_2} \right)^{-\frac{2}{3}} \left[ \rho^2 + 3r_g L + \frac{9r_g^2 L^2 \rho + \beta (\rho^2 + 3r_g L)}{27\sqrt{D_2}} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{9} \left( -q_2 - \sqrt{D_2} \right)^{-\frac{2}{3}} \left[ \rho^2 + 3r_g L - \frac{9r_g^2 L^2 \rho + \beta (\rho^2 + 3r_g L)}{27\sqrt{D_2}} \right] \right\}.$$

Действуя по аналогии, получим коэффициент усиления для каждой области пространства в зависимости от того, какие световые лучи (положительные решения) присутствуют в каждой области. Для области 2

$$\rho^3 + 9r_g L \rho < \beta < \left[ \rho^3 + 9r_g L \rho + (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}} \right]$$

коэффициент усиления:

$$\kappa_2 = \frac{b_1}{\rho} \left| \frac{db_1}{d\rho} \right| + \frac{b_7}{\rho} \left| \frac{db_7}{d\rho} \right| = \\ = \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{3}{\rho} \left( -q_1 + \sqrt{D_1} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{3}{\rho} \left( -q_1 - \sqrt{D_1} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{1}{9} \left( -q_1 + \sqrt{D_1} \right)^{-\frac{2}{3}} \left[ \rho^2 + 3r_g L - \frac{9r_g^2 L^2 \rho - \beta (\rho^2 + 3r_g L)}{27\sqrt{D_1}} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{9} \left( -q_1 - \sqrt{D_1} \right)^{-\frac{2}{3}} \left[ \rho^2 + 3r_g L + \frac{9r_g^2 L^2 \rho - \beta (\rho^2 + 3r_g L)}{27\sqrt{D_1}} \right] \right\} + \\ + \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2}{3} - 1 \right] \left[ 1 - \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_2}{3} + \right. \\ \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 + \beta \rho}{\sqrt{-D_2} (\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_2}{3} \right].$$

Областям

$$- \left[ \rho^3 + 9r_g L \rho - (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}} \right] < \beta < \rho^3 + 9r_g L \rho$$

и

$$0 < \beta < - \left[ \rho^3 + 9r_g L \rho - (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}} \right]$$

соответствуют коэффициенты усиления:

$$\kappa_3 = \frac{b_1}{\rho} \left| \frac{db_1}{d\rho} \right| + \frac{b_8}{\rho} \left| \frac{db_8}{d\rho} \right| = \\ = \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{3}{\rho} \left( -q_1 + \sqrt{D_1} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{3}{\rho} \left( -q_1 - \sqrt{D_1} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{1}{9} \left( -q_1 + \sqrt{D_1} \right)^{-\frac{2}{3}} \left[ \rho^2 + 3r_g L - \frac{9r_g^2 L^2 \rho - \beta (\rho^2 + 3r_g L)}{27\sqrt{D_1}} \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{9} \left( -q_1 - \sqrt{D_1} \right)^{-\frac{2}{3}} \left[ \rho^2 + 3r_g L + \frac{9r_g^2 L^2 \rho - \beta (\rho^2 + 3r_g L)}{27\sqrt{D_1}} \right] \Bigg\} + \\
& + \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2 - \pi}{3} - 1 \right] \left[ 1 - \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_2 - \pi}{3} - \right. \\
& \quad \left. - \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 + \beta \rho}{\sqrt{-D_2} (\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_2 - \pi}{3} \right] \\
\text{и} \quad & \kappa_4 = \frac{b_2}{\rho} \left| \frac{db_2}{d\rho} \right| + \frac{b_8}{\rho} \left| \frac{db_8}{d\rho} \right| = \\
& = \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1}{3} \right] \left[ 1 + \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_1}{3} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 - \beta \rho}{\sqrt{-D_1} (\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_1}{3} \right] + \\
& + \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2 - \pi}{3} - 1 \right] \left[ 1 - \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_2 - \pi}{3} - \right. \\
& \quad \left. - \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 + \beta \rho}{\sqrt{-D_2} (\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_2 - \pi}{3} \right].
\end{aligned}$$

Особенно отметим, что в области

$$\left[ \rho^3 + 9r_g L \rho - (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}} \right] < \beta < 0$$

сходятся одновременно четыре разных световых луча, соответствующие двум положительным решениям для каждого вида лучей. Таким образом в данном случае имеем:

$$\begin{aligned}
\kappa_5 & = \frac{b_2}{\rho} \left| \frac{db_2}{d\rho} \right| + \frac{b_3}{\rho} \left| \frac{db_3}{d\rho} \right| + \frac{b_8}{\rho} \left| \frac{db_8}{d\rho} \right| + \frac{b_9}{\rho} \left| \frac{db_9}{d\rho} \right| = \\
& \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1}{3} \right] \left[ 1 + \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_1}{3} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 - \beta \rho}{\sqrt{-D_1} (\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_1}{3} \right] + \\
& + \frac{1}{9} \left[ 1 - \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} \right] \left[ \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 - \beta \rho}{\sqrt{-D_1} (\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_1 + \pi}{3} - 1 \right] + \\
& + \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2 - \pi}{3} - 1 \right] \left[ 1 - \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_2 - \pi}{3} - \right. \\
& \quad \left. - \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 + \beta \rho}{\sqrt{-D_2} (\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_2 - \pi}{3} \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2 + \pi}{3} - 1 \right] \left[ \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_2 + \pi}{3} + \right. \\
& \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 + \beta\rho}{\sqrt{-D_2}(\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_2 + \pi}{3} - 1 \right].
\end{aligned}$$

В двух последних областях обнаруживаем только лучей первого типа. Соответственно в области

$$-\left(\rho^3 + 9r_g L\rho\right) < \beta < \left[\rho^3 + 9r_g L\rho - (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}\right]$$

коэффициент усиления равен:

$$\begin{aligned}
\kappa_6 &= \frac{b_2}{\rho} \left| \frac{db_2}{d\rho} \right| + \frac{b_3}{\rho} \left| \frac{db_3}{d\rho} \right| = \\
&= \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1}{3} \right] \left[ 1 + \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_1}{3} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 - \beta\rho}{\sqrt{-D_1}(\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_1}{3} \right] + \\
&+ \frac{1}{9} \left[ 1 - \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} \right] \left[ \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 - \beta\rho}{\sqrt{-D_1}(\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_1 + \pi}{3} - 1 \right],
\end{aligned}$$

а в области

$$-\left[\rho^3 + 9r_g L\rho + (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}\right] < \beta < -\left(\rho^3 + 9r_g L\rho\right)$$

равен:

$$\begin{aligned}
\kappa_7 &= \frac{b_4}{\rho} \left| \frac{db_4}{d\rho} \right| + \frac{b_5}{\rho} \left| \frac{db_5}{d\rho} \right| = \\
&= \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1 - \pi}{3} \right] \left[ 1 + \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_1 - \pi}{3} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 - \beta\rho}{\sqrt{-D_1}(\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_1 - \pi}{3} \right] + \\
&+ \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} \right] \left[ 1 + \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 - \beta\rho}{\sqrt{-D_1}(\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_1 + \pi}{3} \right].
\end{aligned}$$

В случае "сильного" скалярного заряда:

$$\beta < -\left[\rho^3 + 9r_g L\rho + (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}\right]$$

положительных корней уравнений (4) и (7) нет, оказывается что из-за гравитационного отталкивания в данную область пространства не попадает ни одного типа лучей.

Подробнее исследуя корни исходных уравнений (4) и (7) в окрестности значения  $\beta = 0$  выражения (3) соответствуют уравнениям для световых лучей в метрике Шварцшильда но записанным с линейной по  $r_g/b$  точностью. В этой точке коэффициент усиления световых лучей равен:

$$\kappa = \frac{\rho^2 + 4r_g L}{\rho \sqrt{\rho^2 + 8r_g L}}.$$

Для наглядности поставленной задачи, преобразуем области попадания световых лучей, задавая различные значения величине  $\beta$  для обнаружения соответствующих лучей в зависимости от расстояния от центрального гравитационного источника.

Предположим что скалярным зарядом обладают нейтронные звезды в пределах нашей Галактики. Пусть на расстоянии  $\sim 10 \text{кПс}$  от Земли находится звезда, массой равной массе Солнца ( $L \approx 3 \cdot 10^3 \text{км}$ ,  $r_g \approx 3 \text{км}$ ). Так как решения системы (3) коренным образом зависят от знака величины  $\beta$ , для начала посмотрим случай, когда  $\beta > 0$ , для этого предположим что  $r_Q = r_g$ . Подставляя эти значения параметров, получим что на близком расстоянии возможно обнаружить световые лучи отвечающие за корни уравнений (4, 7)  $b_2$  и  $b_7$  и они примут значения для гравитационных линз в теории Эйнштейна: ( $b_2, b_7 = \sqrt{2r_g L} \approx 10^7 \text{км}$ ). В области пространства  $\rho < 10^{13} \text{км}$ ,  $b_7$  переходит к  $b_8$  и асимптотически стремится к нулю, а  $b_2$  растет как  $\rho + 2r_g L/\rho$ . При  $\rho > 10^{13} \text{км}$ ,  $b_2$  переходит к  $b_1$  и продолжает расти по закону  $b_1 \sim \rho + 2r_g L/\rho$ , как в теории Эйнштейна.

Теперь, посмотрим случай, когда  $\beta < 0$ . Пусть тогда  $r_Q = 5r_g$ , в этом случае, на близком расстоянии возможно обнаружить 4 световых луча, соответственно корней  $b_4, b_5, b_8$  и  $b_9$ , но при заданном значении параметров  $b_5$  и  $b_9$  примут значение порядка  $r_g$ , что противоречит условию  $R \gg r_s$ , так что не следует их учитывать, кроме того, они очень малы по сравнению с  $b_4$  и  $b_8$ , которые также (как в случае  $\beta > 0$ ) примут значения  $\sqrt{2r_g L}$ . В области  $\rho < 10^{13} \text{км}$ ,  $b_4$  переходит соответственно к  $b_2$  и начнет расти как  $\rho + 2r_g L/\rho$ , а  $b_8$  асимптотически стремится к нулю. И наконец, когда  $\rho > 10^{13} \text{км}$ , остается только  $b_2$  и имеет поведение  $b_2 \sim \rho + 2r_g L/\rho$ , что также согласованно с предсказаниями гравитационного линзирования в Общей Теории Относительности.

## Список Литературы

1. <http://www.macho.msmaster.ca>
2. <http://www.lal.1n2p3.fr/EROS/eros.html>
3. <http://www.astro.princeton.edu/ogle>
4. И.З.Фишер. ЖЭТФ, 1948, т. 18, 7, с. 636-649.
5. O.Bergman, R. Leirnik. Phys. Rev., 1957. v. 107, p. 1157-
6. H.A.Buchdahl. Phys. Rev., 1959. v. 111, p. 1417-
7. Janis, Newman, Winicourt. Phys. Rev. Lett, 1968. v. 20, p. 878-
8. M.Wyman. Phys. Rev., 1981. v. D24, p. 839
9. Денисов В.И., Эрнандес Х.Х. // Вестн. Моск. ун-та Физ. Астрон. 2002. № 1. С.3 (Moscow University Phys Bull. 2002. No. 1. P.1).
10. В.И.Денисов, И.П.Денисова, И.В.Кривченков. ЖЭТФ, 2002, т. 122, в. 2(8), с. 227.

**Эрнандес Х. Х.**

**Микролинзирование в метрике Фишера**

Препринт НИИЯФ МГУ - 2004-9/748

Работа поступила в ОНТИ 06.05.2004

**Издательство УНЦ ДО**

**ИД № 00545 от 06.12.1999**

117246, Москва, ул. Обручева, 55-А. УНЦ ДО

Тел./факс (095) 718-6966, -7785 (комм.)

e-mail: [izdat@abiturcenter.ru](mailto:izdat@abiturcenter.ru)

<http://abiturcenter.ru/izdat>

Заказное. Подписано в печать 11.05.2004 г. Формат 60x90.16

Бумага офсетная № 2 Усл.п.л. 1

Тираж 30 экз. Заказ № 615

Отпечатано в Мини-типографии УНЦ ДО

<http://abiturcenter.ru/print>

В полном соответствии с качеством  
предоставленного оригинал-макета