

*На правах рукописи*

Крутов Андрей Александрович

СПЕКТРЫ ЭНЕРГИИ ЛЕГКИХ МЮОННЫХ АТОМОВ  
В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОДХОДЕ

*01.04.16*

*Физика атомного ядра и элементарных частиц*

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико–математических наук

Самара – 2011

Работа выполнена на кафедре общей и теоретической физики в ФГБОУ ВПО  
«Самарский государственный университет»

**Научный руководитель**

Мартыненко Алексей Петрович  
доктор физико–математических наук, доцент  
Самарский государственный университет

**Официальные оппоненты**

Арбузов Борис Андреевич  
доктор физико–математических наук, профессор  
ОТФВЭ НИИЯФ МГУ, г. Москва  
  
Фаустов Рудольф Николаевич  
доктор физико–математических наук, профессор  
ВЦ РАН, г. Москва

**Ведущая организация**

Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова  
Объединенного института ядерных исследований

Защита диссертации состоится «\_\_\_\_»\_\_\_\_\_ 2011 г. в \_\_\_\_ на заседании  
диссертационного совета по защите докторских и кандидатских диссертаций  
Д 501.001.77 при Московском государственном университете им. М.В. Ломо-  
носова по адресу: 119992, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 5 ("19 корпус  
НИИЯФ МГУ") ауд. 2–15.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Научно-исследовательского  
института ядерной физики им. Д.В. Скobel'цына МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан «\_\_\_\_»\_\_\_\_\_

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Страхова С. И.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена исследованию тонкой и сверхтонкой структуры уровней энергии легких мюонных атомов. В рамках квазипотенциального метода проведен расчет тонкой структуры Р-уровней иона мюонного гелия ( $\mu \frac{4}{2}He^+$ ), сверхтонкой структуры основного состояния атомов мюонного гелия ( $\mu e \frac{4}{2}He$ ), ( $\mu e \frac{3}{2}He$ ), а также лэмбовского сдвига ( $2P_{1/2} - 2S_{1/2}$ ) в атоме мюонного дейтерия ( $\mu d$ ).

*Актуальность темы.* Квантовая электродинамика (КЭД) является единственной последовательной моделью квантовой теории поля, дающей надежные количественные предсказания с высокой точностью. В силу этого свойства КЭД служит главным объектом для изучения и применимости принципов релятивистской квантовой теории и примером для построения других моделей - калибровочных теорий сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий. Отсюда следует важность проверки самой квантовой электродинамики.

В настоящее время для проверки КЭД используется не только энергетический спектр атома водорода и аномальный магнитный момент электрона, но и структура энергетических уровней дейтерия, гелия, позитрония, мюония и других простейших атомов. В настоящее время расчеты квантоэлектродинамических эффектов в подобных системах позволяют получать точные значения фундаментальных физических констант, таких как постоянная тонкой структуры  $\alpha$ , постоянная Ридберга, масса электрона, зарядовый радиус протона и т.д. Высокий уровень точности теоретических и экспериментальных исследований спектров энергии простейших атомов делает возможным поиск новой физики за рамками Стандартной модели.

Наряду с электронными атомами, в настоящее время, ведется интенсивное изучение мюонных атомов (мюонный водород, мюонный дейтерий, ионы мюонного гелия и др.). Исследования проводятся в направлении мюонного катализа ядерного синтеза, изучения электромагнитной структуры ядра и проверки квантовой электродинамики. Мюонные атомы отличаются от обычных тем, что в них один электрон заменен на отрицательно заряженный мюон. Так как мюон примерно в 200 раз тяжелее электрона, то на энергетическую структуру существенное влияние оказывают такие эффекты, как поляризация вакуума, эффекты структуры ядра и эффекты отдачи. Необходимо отметить, что из спектроскопии мезоатомов можно получить бо-

лее точные значения зарядовых радиусов протона, гелиона,  $\alpha$ -частицы и т.д., так как в них эффекты структуры ядра играют более важную роль, чем в обычных атомах.

С экспериментальной стороны, за последние несколько десятилетий был достигнут определенный прогресс в измерении спектров энергии легких атомов. В CERN в 1977 был проведен эксперимент с ионом мюонного гелия ( $\mu \frac{4}{2}He$ )<sup>+</sup> [7]. В нем наблюдались резонансные переходы с длинами волн 811.68(15) нм, 897.6(3) нм, которые соответствуют интервалам ( $2P_{3/2} - 2S_{1/2}$ ) и ( $2P_{1/2} - 2S_{1/2}$ ). В более поздних экспериментах обнаружить резонансный переход в области  $811.4 \text{ нм} \leq \lambda \leq 812.0 \text{ нм}$  не удалось [10]. Первое успешное измерение лэмбовского сдвига в мюонном водороде  $\mu p$  (49881.88(76) ГГц) [14] привело к новому значению для зарядового радиуса протона  $r_p = 0.84184(36)(56)$  фм. Это значение на пять стандартных отклонений отличается от значения зарядового радиуса протона  $r_p$ , рекомендованного КОДАТА. Для объяснения этого расхождения проводится новый анализ ранее вычисленных вкладов, а также делаются попытки его объяснения с точки зрения других подходов, лежащих за рамками Стандартной модели.

В настоящее время в институте PSI (Paul Scherrer Institute, Швейцария) коллаборацией CREMA (Charge Radius Experiment with Muonic Atoms) проводятся эксперименты по измерению лэмбовского сдвига в атоме мюонного дейтерия. В 2011-2013 планируется исследование частот переходов ( $2S - 2P$ ) в ионах мюонного гелия ( $\mu \frac{4}{2}He$ )<sup>+</sup>, ( $\mu \frac{3}{2}He$ )<sup>+</sup>. В результате будут получены значения зарядовых радиусов гелиона и  $\alpha$ -частицы с точностью до 0.0005 фм.

### *Цель диссертационной работы.*

Целью диссертации является изучение тонкой и сверхтонкой структуры энергетических уровней легких мюонных атомов. В рамках квазипотенциального метода в квантовой электродинамике в диссертации решаются следующие задачи:

1. Исследование тонкой структуры спектра ( $2P_{3/2} - 2P_{1/2}$ ) иона мюонного гелия ( $\mu \frac{4}{2}He$ )<sup>+</sup>. Вычисление поправок на однопетлевую и двухпетлевую поляризацию вакуума и структуру ядра порядка  $\alpha^5$ ,  $\alpha^6$ .
2. Вычисление сверхтонкого расщепления основного состояния атома мюонного гелия ( $\mu e \frac{4}{2}He$ ). Учет эффектов однопетлевой поляризации вакуума, структуры ядра и электронных вершинных поправок порядка

$\alpha^5$ ,  $\alpha^5 M_e/M_\mu$ ,  $\alpha^6$ .

3. Расчет интервала сверхтонкой структуры основного состояния атома мюонного гелия ( $\mu e_2^3 He$ ). Вычисление вкладов однопетлевой поляризации вакуума, эффектов структуры ядра и электронных вершинных поправок в первом и втором порядках теории возмущений порядка  $\alpha^5$ ,  $\alpha^5 M_e/M_\mu$ ,  $\alpha^6$
4. Вычисление лэмбовского сдвига ( $2P_{1/2} - 2S_{1/2}$ ) в атоме мюонного дейтерия ( $\mu d$ ). Расчет релятивистских поправок и вкладов структуры ядра с эффектами однопетлевой и двухпетлевой поляризации вакуума порядка  $\alpha(Z\alpha)^4$ ,  $\alpha^2(Z\alpha)^4$ . Вычисление вклада эффектов поляризации вакуума и эффектов структуры ядра порядка  $\alpha^5$ ,  $\alpha^6$  в интервал тонкой структуры мюонного дейтерия.

*На защиту выносятся* следующие основные результаты:

1. В рамках квазипотенциального метода проведен расчет поправок порядка  $\alpha^5$ ,  $\alpha^6$  к интервалу тонкой структуры ( $2P_{3/2} - 2P_{1/2}$ ) иона мюонного гелия ( $\mu_2^4 He$ )<sup>+</sup>, обусловленных эффектами двухпетлевой поляризации вакуума. Вычислены вклады структуры ядра в первом и втором порядках теории возмущений. Полученная величина тонкого расщепления  $\Delta E = 146.181$  мэВ на порядок улучшает предыдущие вычисления [6].
2. Проведен расчет сверхтонкого расщепления основного состояния атома мюонного гелия ( $\mu e_2^4 He$ ). Вычислены поправки на однопетлевую поляризацию вакуума во втором порядке теории возмущений порядка  $\alpha^5(M_e/M_\mu)$ . Учтены поправки на структуру ядра порядка  $\alpha^6$ . Проведен расчет электронных вершинных поправок в первом и втором порядках теории возмущений порядка  $\alpha^5$ . Итоговая величина сверхтонкого расщепления мюонного гелия  $\Delta\nu = 4465.526$  МГц улучшает предыдущие результаты [11, 13].
3. Вычислен интервал сверхтонкой структуры основного состояния атома мюонного гелия ( $\mu e_2^3 He$ ). Проведен расчет поправок на поляризацию вакуума во втором порядке теории возмущений порядка  $\alpha^5(M_e/M_\mu)$ . Учтены электронные вершинные поправки в первом и втором порядках теории возмущений порядка  $\alpha^5$ . Вычислены вклады структуры ядра в первом и втором порядках теории возмущений порядка  $\alpha^4$  и  $\alpha^6$ . Полученное значение сверхтонкого расщепления  $\Delta\nu = 4416.648$  МГц улучшает предыдущие вычисления [12].
4. Проведен расчет лэмбовского сдвига ( $2P_{1/2} - 2S_{1/2}$ ) в атоме мюонного

дейтерия  $\mu d$ . Учтены релятивистские поправки с эффектами однопетлевой и двухпетлевой поляризации вакуума порядка  $\alpha(Z\alpha)^4$ ,  $\alpha^2(Z\alpha)^4$ . Вычислены вклады структуры ядра с эффектами двухпетлевой поляризации вакуума в первом и втором порядках теории возмущений порядка  $\alpha(Z\alpha)^4$ ,  $\alpha^2(Z\alpha)^4$  соответственно. Проведено вычисление эффектов двухпетлевой поляризации вакуума во втором порядке теории возмущений и эффектов структуры ядра в однофотонном взаимодействии в интервале тонкой структуры мюонного дейтерия. Полное значение лэмбовского сдвига  $\Delta E = 202.4136$  мэВ улучшает предыдущий расчет [5] и является надежной оценкой для сравнения с экспериментальными результатами.

### *Научная новизна*

При решении поставленных задач в диссертации были получены следующие новые результаты:

1. Получены интегральные представления для поправок к тонкой структуре ( $2P_{3/2} - 2P_{1/2}$ ) иона мюонного гелия ( ${}^4_2He$ )<sup>+</sup>, обусловленных эффектами двухпетлевой поляризации вакуума и структуры ядра в первом и втором порядке теории возмущений. Проведен расчет численных значений поправок к интервалу тонкой структуры иона мюонного гелия ( $\mu {}^4_2He$ )<sup>+</sup> на двухпетлевую поляризацию вакуума и структуру ядра в первом и втором порядках теории возмущений порядка  $\alpha^5$ ,  $\alpha^6$  с точностью 0.001 мэВ.
2. Получены аналитические выражения для поправок на однопетлевую поляризацию вакуума и структуру ядра во втором порядке теории возмущений к сверхтонкому расщеплению основного состояния атомов мюонного гелия ( $\mu e {}^4_2He$ ) и мюонного гелия ( $\mu e {}^3_2He$ ). Вычислены значения вкладов эффектов поляризации вакуума в интервал сверхтонкого расщепления основного состояния атомов ( $\mu e {}^4_2He$ ), ( $\mu e {}^3_2He$ ) во втором порядке теории возмущений порядка  $\alpha^5 M_e/M_\mu$ .
3. Получены численные значения вкладов эффектов структуры ядра во втором порядке теории возмущений в сверхтонкое расщепление основного состояния атома мюонного гелия ( $\mu e {}^4_2He$ ) порядка  $\alpha^6$ . Вычислены вклады структуры ядра в первом и во втором порядках теории возмущений в сверхтонкое расщепление основного состояния атома ( $\mu e {}^3_2He$ ) порядка  $\alpha^4$  и  $\alpha^6$  соответственно.
4. Проведено вычисление электронных вершинных поправок к сверхтонкому

интервалу в атомах мюонного гелия ( $\mu e_2^4 He$ ), ( $\mu e_2^3 He$ ) в первом и втором порядках теории возмущений. Получены соответствующие интегральные выражения и численные значения вкладов порядка  $\alpha^5$ . Показано, что при вычислении вклада электронных вершинных поправок в сверхтонкую структуру атомов ( $\mu e_2^4 He$ ), ( $\mu e_2^3 He$ ) необходимо использовать точные однопетлевые выражения для электромагнитных формфакторов электрона.

5. В рамках квазипотенциального подхода получены интегральные представления для поправок к лэмбовскому сдвигу ( $2P_{1/2} - 2S_{1/2}$ ) в мюонном дейтерии на двухпетлевую поляризацию вакуума с эффектами структуры ядра во втором порядке теории возмущений. Вычислены соответствующие значения порядка  $\alpha^2(Z\alpha)^4$ .

6. Построены операторы взаимодействия частиц для релятивистских поправок и эффектов однопетлевой и двухпетлевой поляризации вакуума к лэмбовскому сдвигу в атоме мюонного дейтерия. Проведен численный расчет соответствующих вкладов порядка  $\alpha(Z\alpha)^4$ ,  $\alpha^2(Z\alpha)^4$ .

7. Получены интегральные выражения для эффектов структуры ядра с двухпетлевой поляризацией вакуума в лэмбовском сдвиге в мюонном дейтерии в однофотонном взаимодействии. Проведен численный расчет соответствующих поправок порядка  $\alpha^2(Z\alpha)^4$ .

#### *Практическая ценность работы.*

1. Полученные результаты могут быть использованы для уточнения величин зарядовых радиусов таких частиц, как протон, дейtron, гелион и  $\alpha$ -частица.
2. Вычисленные частоты переходов можно использовать для сопоставления с экспериментальными данными с целью более точной проверки КЭД.

*Апробация результатов.* Основные результаты были представлены на следующих научных конференциях: X Международные чтения по квантовой оптике (Самара, 2007); Сессия-конференция РАН "Физика фундаментальных взаимодействий" (Москва, 2007); Сессия-конференция РАН "Физика фундаментальных взаимодействий" (Протвино, 2008); Международная конференция по математической физике и ее приложениям (Самара, 2008); Всероссийское совещание по квантовой метрологии и фундаментальным физическим константам (Санкт-Петербург, 2008); XXIV Съезд по спектроскопии (Москва, Троицк, 2010); Вторая международная конференция по математической физике и ее приложениям (Самара, 2010); Третье всероссийское совещание "Прецизионная физика и фундаментальные физические константы" (Санкт-

Петербург, 2010); XV Ломоносовская конференция по физике элементарных частиц (Москва, 2011); также результаты докладывались и обсуждались на регулярных семинарах и конференциях в Самарском государственном университете.

*Публикации.* По теме диссертации опубликовано 9 работ, в том числе: в журналах из списка рекомендованных ВАК - 4, в сборниках трудов конференций - 4, в других изданиях - 1. Список публикаций приведен в конце авторефера.

*Личный вклад автора.* Личный вклад диссертанта в работы [1, 2, 4] является определяющим. В работе [3] диссидентом вычислялись поправки на поляризацию вакуума. Постановка задач и обсуждение результатов выполнялись совместно с соавторами.

*Структура и объем диссертации.* Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографии из 123 источника. Она содержит 14 рисунков и 5 таблиц. Общий объем диссертации составляет 130 листов.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

*Введение.* Во введении обосновывается актуальность исследуемой проблемы, сформулированы основные задачи диссертации.

*Первая глава. Квазипотенциальный метод в квантовой электродинамике.* Глава состоит из трех параграфов. В §1 кратко излагаются основы квазипотенциального метода в квантовой электродинамике [1] – [4]. В §2 изложены принципы построения кулоновской функции Грина. В §3 решена задача о расчете тонкой структуры иона мюонного гелия ( ${}^4_2He$ )<sup>+</sup>.

В первом приближении взаимодействие частиц в ионе ( ${}^4_2He$ )<sup>+</sup> описывается гамильтонианом Брейта. Искомый интервал ( $2P_{3/2} - 2P_{1/2}$ ) для иона ( ${}^4_2He$ )<sup>+</sup> можно записать в виде [8]:

$$\begin{aligned} \Delta E^{fs} = E(2P_{3/2}) - E(2P_{1/2}) &= \frac{\mu^3(Z\alpha)^4}{32m_1^2} \left[ 1 + \frac{2m_1}{m_2} + 2a_\mu \left( 1 + \frac{m_1}{m_2} \right) \right] + \quad (1) \\ &+ \frac{5m_1(Z\alpha)^6}{256} - \frac{m_1^2(Z\alpha)^6}{64m_2} + \frac{\alpha(Z\alpha)^6\mu^3}{32\pi m_1^2} \left[ \ln \frac{\mu(Z\alpha)^2}{m_1} + \frac{1}{5} \right] + \\ &+ \alpha(Z\alpha)^4 A_{VP} + \alpha^2(Z\alpha)^4 B_{VP} + A_{str}(Z\alpha)^6 \mu^2 r_\alpha^2 \end{aligned}$$

Это выражение содержит поправки на отдачу и релятивистские поправки [8, 19].  $A_{VP}$ ,  $B_{VP}$  - вклады поляризации вакуума в первом и втором порядках

теории возмущений,  $A_{str}$  - эффекты структуры ядра. В данном параграфе вычислены вклады  $A_{VP}$ ,  $B_{VP}$ ,  $A_{str}$ .

Эффекты поляризации вакуума ведут к модификации спин-орбитального и кулоновского взаимодействий. Нами вычислены поправки на однопетлевую и двухпетлевую поляризацию вакуума в первом и втором порядках теории возмущений [15, 16].

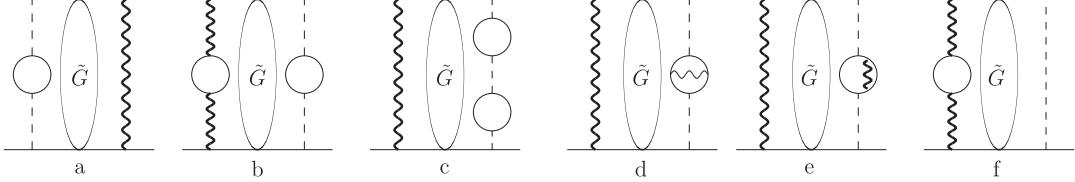


Рис. 1: Эффекты однопетлевой и двухпетлевой поляризации вакуума во втором порядке теории возмущений.  $\tilde{G}$  - точная кулоновская функция Грина.

Эффекты двухпетлевой поляризации вакуума во втором порядке теории возмущений дают вклад порядка  $\alpha^2(Z\alpha)^4$  (см. Рис 1(a–e)) [17, 18].

Для того, чтобы учесть вклад эффектов структуры ядра, рассмотрим следующий потенциал:

$$\Delta V_{str}^{fs}(\mathbf{k}) = -\frac{\pi Z\alpha [\mathbf{k} \times \mathbf{p}] \boldsymbol{\sigma}_1}{m_1^2} F_1(k^2) \left[ 1 + \frac{2m_1}{m_2} + 2a_\mu \left( 1 + \frac{m_1}{m_2} \right) \right]. \quad (2)$$

В (2) использовалась дипольная параметризация для дираковского формфактора  $F_1$ . Вклады эффектов структуры ядра во втором порядке теории возмущений будут описываться матричными элементами  $2\langle \Delta V^{fs} \cdot \tilde{G} \cdot \Delta V_{str}^C \rangle$  и  $2\langle \Delta V^{fs} \cdot \tilde{G} \cdot \Delta V_{str}^{fs} \rangle$ . Здесь  $\Delta V^{fs}(r)$  - оператор спин-орбитального взаимодействия, а  $\Delta V_{str}^C = \frac{Z\alpha}{2r} (\Lambda_\alpha r + 2) e^{-\Lambda_\alpha r}$ . Полная величина тонкого расщепления  $(2P_{3/2} - 2P_{1/2})$  равна  $\Delta E = 146.181$  мэВ.

*Вторая глава. Сверхтонкая структура мюонного гелия  ${}^4_2He$ .* Глава состоит из шести параграфов. В §1 проводится краткий обзор существующих работ по данной тематике, методов расчета и их сравнение. Расчет сверхтонкой структуры основан на квазипотенциальном методе и теории возмущений, сформулированной для данной системы в [11, 13]. В рамках этого подхода вычислены поправки на поляризацию вакуума порядка  $\alpha^5 M_e/M_\mu$  и структуру ядра порядка  $\alpha^6$ . Сверхтонкая структура основного состояния мюонного гелия ( $\mu e {}^4_2He$ ) возникает в результате спин-спинового взаимодействия мюона и электрона, которое в однофотонном взаимодействии описывается выраже-

нием:

$$\Delta H^{hfs} = -\frac{8}{3}\pi \frac{\alpha}{m_e m_\mu} (\mathbf{s}_\mu \mathbf{s}_e) \delta(\mathbf{x}_\mu - \mathbf{x}_e). \quad (3)$$

Потенциалы, соответствующие поправкам на поляризацию вакуума и структуру ядра, учитываются в качестве дополнительных слагаемых к (3).

В §2 проводится аналитическое и численное вычисление поправок к сверхтонкой структуре, связанных с однопетлевой поляризацией вакуума. Новые поправки в сверхтонкое расщепление связаны с амплитудами (см. Рис. 1a,f). Вычисленные вклады имеют порядок  $\alpha^5 M_e/M_\mu$ .

В §3 анализируются эффекты структуры ядра (см. Рис. 2a). Эти поправки описываются зарядовым радиусом  $\alpha$ -частицы. Данные эффекты дают вклад порядка  $\alpha^6$ .

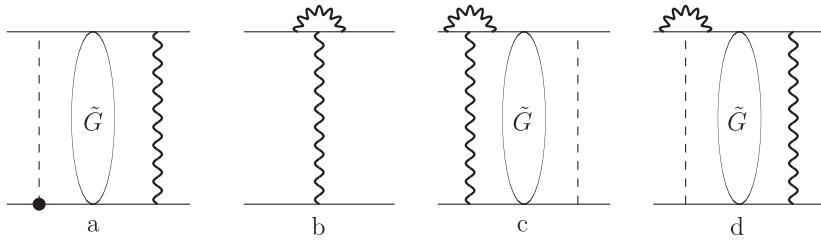


Рис. 2: Эффекты структуры ядра и электронные вершинные поправки. Пунктирная линия обозначает кулоновский фотон. Волнистой линией обозначена сверхтонкая часть потенциала Брейта.  $\tilde{G}$  - это кулоновская функция Грина.

В §4 вычислены электронные вершинные поправки. В импульсном представлении соответствующий оператор сверхтонкой структуры имеет вид:

$$\Delta V_{vertex}^{hfs}(k^2) = -\frac{8\alpha^2}{3m_e m_\mu} (\mathbf{s}_e \mathbf{s}_\mu) [G_M^{(e)}(k^2) - 1]. \quad (4)$$

Здесь  $G_M^{(e)}$  - магнитный формфактор электрона. Переданный импульс в атоме ( $\mu e_2^4 He$ ) будет порядка массы электрона. Следовательно, для вычисления этих поправок, использование приближения  $G_M^{(e)}(k^2) \approx G_M^{(e)}(0) = 1 + \kappa_e$  не будет корректным. В своих вычислениях мы используем известное однопетлевое выражение для электромагнитного формфактора электрона. В первом порядке теории возмущений получаем вклад порядка  $\alpha^5$  (см. Рис. 2b).

Во втором порядке теории возмущений вычислены электронные вершинные поправки, связанные со сверхтонкой частью гамильтонiana (см. Рис. 2c), а также соответствующие поправки к кулоновскому взаимодействию (см. Рис. 2d). Даные вклады имеют порядок  $\alpha^5$ .

В §5 рассмотрен расчет релятивистских поправок к сверхтонкому расщеплению основного состояния мюонного гелия на основе уравнения Дирака [9].

В §6 подводятся итоги вычислений. Полное значение сверхтонкого расщепления основного состояния атома мюонного гелия ( $\mu e_2^4 He$ ) равно  $\Delta\nu = 4465.526$  МГц. Проводится сравнение полученного результата с результатами расчетов других авторов, а также оценивается погрешность проведенных вычислений.

*Третья глава. Сверхтонкое расщепление основного состояния атома мюонного гелия  ${}^3He$ .* Глава состоит из пяти параграфов. В §1 исследована сверхтонкая структура основного состояния атома ( $\mu e_2^3 He$ ) и вычислены основные вклады порядка  $\alpha^4$  (энергия Ферми с поправками на отдачу). Ядром атома ( $\mu e_2^3 He$ ) является гелион, спин которого равен  $1/2$ , поэтому сверхтонкая структура энергетических уровней этого атома обусловлена спин-спиновым взаимодействием всех трех частиц (см. Рис. 3). Мы вычисляем "малое" сверхтонкое расщепление, то есть расстояние между уровнями с  $F = 3/2$  и  $F = 1/2$ .

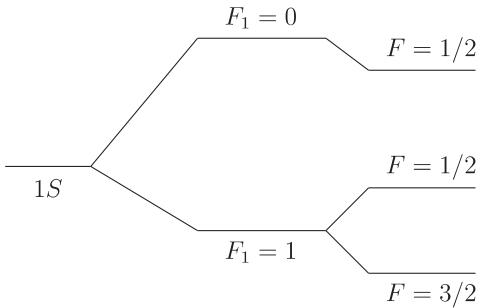


Рис. 3:  $\vec{F}$  - полный спин атома,  $\vec{J}$  - спин электрона,  $\vec{F}_1$  - спин подсистемы  $(\mu {}^3He)^+$ .  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{J}$

Сверхтонкая часть гамильтониана имеет вид:

$$\delta H = -\frac{8\pi}{3}(\boldsymbol{\mu}_N \cdot \boldsymbol{\mu}_\mu)\delta(\mathbf{x}_\mu) - \frac{8\pi}{3}(\boldsymbol{\mu}_\mu \cdot \boldsymbol{\mu}_e)\delta(\mathbf{x}_\mu - \mathbf{x}_e) - \frac{8\pi}{3}(\boldsymbol{\mu}_e \cdot \boldsymbol{\mu}_N)\delta(\mathbf{x}_e), \quad (5)$$

где магнитные моменты электрона, мюона и гелиона равны

$$\boldsymbol{\mu}_e = -\frac{g_e e}{2m_e} \mathbf{s}_e, \quad \boldsymbol{\mu}_\mu = -\frac{g_\mu e}{2m_\mu} \mathbf{s}_\mu, \quad \boldsymbol{\mu}_N = -\frac{g_N e}{2m_p} \mathbf{I}_N.$$

В §2 проведено вычисление однопетлевых поправок на поляризацию вакуума. Новые поправки определяются диаграммами (см. Рис.1a,f). Вычисленные вклады имеют порядок  $\alpha^5 M_e/M_\mu$ .

В §3 рассматриваются поправки на структуру ядра [20]. Распределение заряда и магнитного момента гелиона определяется электрическим и магнитным формфакторами  $G_E$  и  $G_M$ , для которых используются известные параметризации. В однофотонном взаимодействии поправка на структуру ядра определяется амплитудой на Рис. 4. Вычисленная поправка (Рис.4c) име-

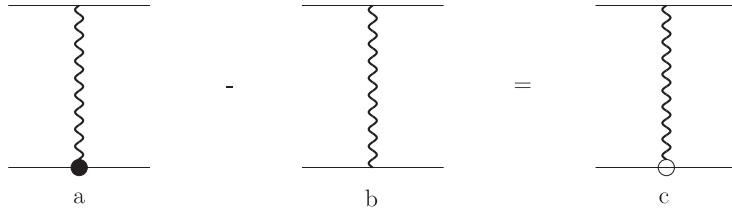


Рис. 4: Вклад эффектов структуры ядра в однофотонном взаимодействии. Черной точкой обозначен вершинный оператор. Диаграмма (Рис.4b) соответствует точечному вкладу от  $\delta$ -функции. Волнистая линия обозначает сверхтонкую часть потенциала Брейта.

ет порядок  $\alpha^4$ . Во втором порядке теории возмущений новые вклады (см. Рис.2а) имеют порядок  $\alpha^6$ .

В §4 проведен расчет электронных вершинных поправок. Вычислены вклады в первом и втором порядках теории возмущений порядка  $\alpha^5$ .

В §5 подводится итог вычислений, оценивается теоретическая погрешность расчетов. Полное значение интервала сверхтонкого расщепления основного состояния атома ( $\mu e_2^3 He$ ) равно  $\Delta\nu = 4416.648$  МГц.

*Четвертая глава. Лэмбовский сдвиг ( $2P_{1/2} - 2S_{1/2}$ ) в атоме мюонного дейтерия.* В §1 производится постановка задачи. При вычислении лэмбовского сдвига ( $2P_{1/2} - 2S_{1/2}$ ) в атоме мюонного дейтерия используем квазипотенциальный метод, в котором основной вклад в оператор взаимодействия частиц дает гамильтониан Брейта.

В §2 вычислены поправки, связанные с эффектами однопетлевой, двухпетлевой и трехпетлевой поляризации вакуума [22, 23]. Основной вклад в лэмбовский сдвиг имеет порядок  $\alpha(Z\alpha)^2$ . Вычислены вклады мюонной поляризации вакуума.

В §3 проведено вычисление релятивистских поправок и эффектов однопетлевой и двухпетлевой поляризации вакуума порядка  $\alpha(Z\alpha)^4$ ,  $\alpha^2(Z\alpha)^4$ . Эффекты вакуумной поляризации приводят к изменению членов брейтовского гамильтониана. Однопетлевые поправки к потенциалу Брейта были получены в [15, 21]. Также в этом параграфе вычислены поправки на поляризацию вакуума во втором порядке теории возмущений.

§4 посвящен вычислению вкладов, связанных со структурой ядра. В основном порядке эти эффекты описываются зарядовым радиусом дейтрана. Рассчитаны вклады амплитуд (см. Рис. 5). Новые вычисляемые поправки порядка  $\alpha(Z\alpha)^4$ ,  $\alpha^2(Z\alpha)^4$  соответствуют диаграммам (см. Рис. 5c–f). Учитывается вклад поляризуемости ядра [24]

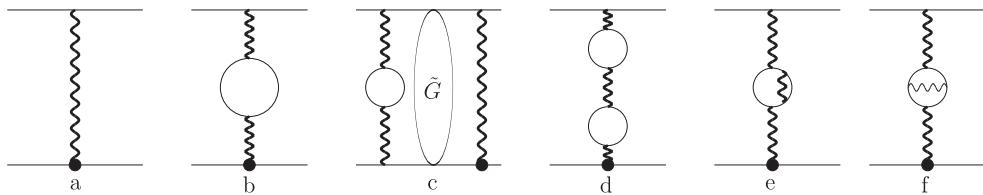


Рис. 5: Эффекты структуры ядра и поляризации вакуума в первом и втором порядках теории возмущений. Черной точкой обозначен вершинный оператор.

В §5 вычислены поправки на отдачу, собственную энергию мюона и эффекты поляризации вакуума. Вычисляются поправки до порядка  $O(\alpha^6)$  включительно.

В §6 проведено вычисление тонкого расщепления ( $2P_{3/2} - 2P_{1/2}$ ) в атоме мюонного дейтерия. Вычислены поправки на однопетлевую и двухпетлевую поляризацию вакуума в первом и втором порядке теории возмущений (см. Рис. 1a–e). Учен вклад эффектов структуры в первом порядке теории возмущений.

В §7 подводятся итоги вычислений и оценивается теоретическая погрешность. Полученный результат сравнивается с результатами предыдущих вычислений. Полное значение лэмбовского сдвига в мюонном дейтерии равно  $\Delta E = 202.4136$  мэВ.

*Заключение.* В заключении сформулированы основные результаты, представленные в диссертации.

Диссертация поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований (грант № 11-02-00019) и Федеральной целевой программой "Научные и педагогические кадры инновационной России" (грант № NK-20Р/1)

## ПУБЛИКАЦИИ

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Крутов А.А., Мартыненко А.П. Сверхтонкая структура основного состояния атома мюонного гелия// Вестник СамГУ. – 2008. – № 8/1(67). – С.550–566.
2. Krutov A.A, Martynenko A.P. Ground-state hyperfine structure of the muonic helium atom. // Physical Review A. – 2008. – V. 78. – P. 032513-1–032513-11.
3. Elekina E.N., Krutov A.A., Martynenko A.P. Fine structure of the muonic  $^4He$  ion. // Письма в ЭЧАЯ. – 2011. – Т.8. – №4(167). – С.554–563.
4. Krutov A.A., Martynenko A.P. Hyperfine structure of the ground state muonic  $^3He$  atom. // The European Physical Journal D. – 2011. – V.62. – P.163–175.
5. Крутов А.А., Мартыненко А.П. Сверхтонкая структура основного состояния атома мюонного гелия. // Сборник тезисов Всероссийского совещания по Квантовой метрологии и фундаментальным физическим константам, 2008, Санкт-Петербург, Всероссийский Научно-Исследовательский Институт Метрологии, С. 33.
6. Крутов А.А., Мартыненко А.П. Сверхтонкая структура атома мюонного гелия. // Сборник тезисов второй международной конференции "Математическая физика и ее приложения 2010, Самара, С. 189–191.
7. Крутов А.А., Мартыненко А.П., Салеев А.В. Сверхтонкая структура основного состояния мюонного гелия. // Сборник тезисов XXIV Съезда по спектроскопии, 2010, Москва, Троицк, ФИАН, ИСАН, Т. 2, С. 431–432.
8. Крутов А.А., Мартыненко А.П. Сверхтонкая структура основного состояния мюонного гелия. // Сборник тезисов третьего всероссийского совещания "Прецизионная физика и фундаментальные физические константы 2010, Санкт-Петербург, Физико-технический институт, С. 36.
9. Krutov A.A., Martynenko A.P. Lamb shift in muonic deuterium atom // arXiv:1107.3080v3 [hep-ph].

# Литература

- [1] Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Quasi-optical approach in quantum field theory // Nuovo Cimento. – 1963. – V.29. – P.380–399.
- [2] Логунов А.А., Саврин В.И., Тюрин Н.Е., Хрутсалев О.А. Одновременное уравнение для системы двух частиц в квантовой теории поля // ТМФ. – 1971. – Т.6. – С.157–165.
- [3] Garsevanishvili V.R., Matveev V.A., Slepchenko L.A., Tavkhelidze A.N. Quasipotential theory of high- energy hadron scattering // Phys. Rev. D. – 1971. – V.4. – P.849-861.
- [4] Фаустов Р.Н. Уровни энергии и электромагнитные свойства водородоподобных атомов // ЭЧАЯ. – 1972. – Т.3. – С.238–268.
- [5] Borie E. Lamb shift of muonic deuterium. // Phys. Rev. A. – 2005. – V.72. – P.052511-1–052511-7
- [6] Borie E. and Rinker G.A. The energy levels of muonic atoms // Rev. Mod. Phys. – 1982. – V.54. – P.67–118.
- [7] Carboni G. et. al. Precise measurement of the  $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$  splitting in the  $(\mu^4He)^+$  muonic ion // Nucl. Phys. A. – 1977. – V.278. – P.381–386.
- [8] Eides M.I., Grotch H., Shelyuto V.A. Theory of light hydrogenlike atoms // Phys. Rep. – 2001. – V.342. – P.62–261.
- [9] Huang K.-N. ,Hughes V.W. Theoretical hyperfine structure of muonic helium // Phys.Rev. A. – 1979. – V.20. – P.706–717.
- [10] Hauser P. et. al. Search for the 2S-2P energy difference in muonic  ${}^4He$  ions // Phys. Rev. A. – 1992. – V.46. – P.2363–2377.
- [11] Lakdawala S.D., Mohr P.J. Hyperfine structure in muonic helium // Phys. Rev. A. – 1980. – V.22. – P.1572–1575.

- [12] Lakdawala S.D., Mohr P.J. Calculation of the muonic  $He^3$  hyperfine structure // Phys. Rev. A. – 1981. – V.24. – P.2224–2227.
- [13] Lakdawala S.D., Mohr P.J. Perturbation-theory calculation of hyperfine structure in muonic helium // Phys. Rev. A. – 1984. – V.29. – P.1047–1054.
- [14] Pohl R. and Antognini A. et.al. The size of the proton // Nature. – 2010. – V.466. – P.213–217.
- [15] Pachucki K. Theory of the Lamb shift in muonic hydrogen // Phys. Rev. A. – 1996. – V.53. – P.2092–2100.
- [16] Martynenko A.P. Lamb shift in the muonic helium ion // Phys. Rev. A. – 2007. – V.76. – P.012505-1–012505-11; 2S Hyperfine splitting of muonic hydrogen // Phys. Rev. A. – 2005. – V.71. – P.022506-1–022506-11.
- [17] Martynenko A.P. and Faustov R.N. Muonic hydrogen ground state hyperfine splitting // JETP. – 2004. – V.98. – P.39–52.
- [18] Martynenko A.P. Theory of muonic hydrogen - muonic deuterium isotope shift // JETP. – 2005. – V.101. – P.1021–1036; Hyperfine Structure of the S Levels of the Muonic Helium Ion // JETP. – 2008. – V.106. – P.690–699.
- [19] Sapirstein J.R. and Yennie D.R., in Quantum Electrodynamics, edited by T. Kinoshita, (World Scientific, Singapore, 1990), p.560.
- [20] Chen M.-K. Hyperfine splitting for the ground-state muonic  $^3He$  atom-corrections up to  $\alpha^2$  // J. Phys. B. – 1993. – V.26. – P.2263–2272.
- [21] Jentschura U.D. Relativistic reduced-mass and recoil corrections to vacuum polarization in muonic hydrogen, muonic deuterium, and muonic helium ions // Phys. Rev. A. – 2011. – V.84. – P.012505-1–012505-6.
- [22] Karshenboim, S. G. et.al. Nonrelativistic contributions of order  $\alpha^5 m_\mu c^2$  to the Lamb shift in muonic hydrogen and deuterium, and in the muonic helium ion // Phys. Rev. A. – 2010. – V.81. – P.060501-1–060501-6.
- [23] Kinoshita T. and Nio M. Sixth-Order Vacuum-Polarization Contribution to the Lamb Shift of Muonic Hydrogen // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V.82. – P.3240–3243.; Erratum: Sixth-Order Vacuum-Polarization Contribution to

the Lamb Shift of Muonic Hydrogen // Phys. Rev. Lett. – 2009. – V.103. – P.079901.

- [24] Pachucki K. Nuclear Structure Corrections in Muonic Deuterium // Phys. Rev. Lett. – 2011. – V.106. – P.193007-1–193007-4.

Подписано в печать 28 октября 2011г.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Печать оперативная.

Объем 1 п.л. Тираж 100 экз. Заказ № \_\_

443011, г. Самара, ул. Академика Павлова, 1.

Отпечатано ООО: "Универс-групп"